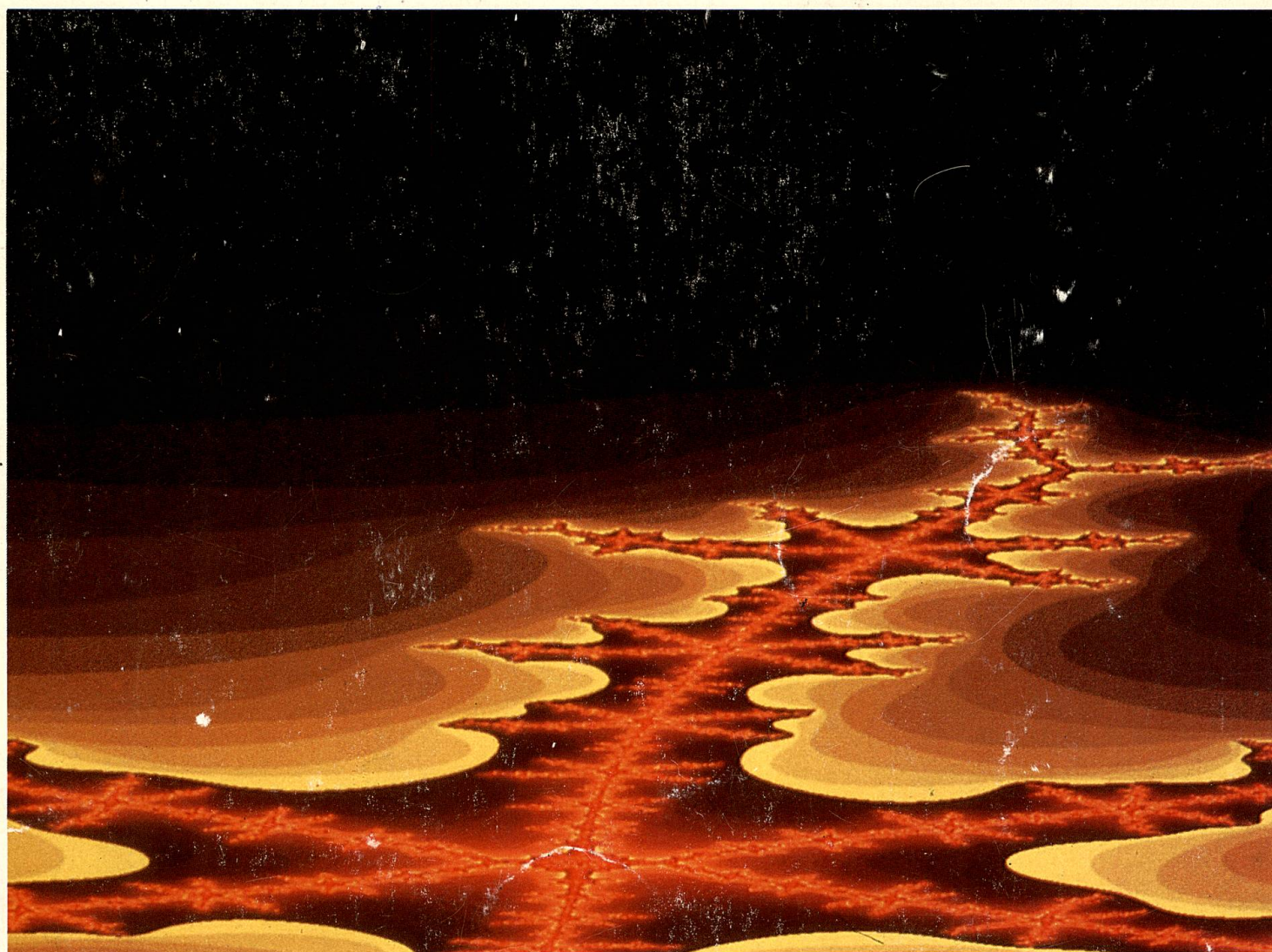


Kraker - Paill

# Physik

HTL  
Band 2

— Schwingungen — Wellenlehre und Akustik, Optik —



E. DORNER









Kraker - Paill

# Physik, Band 2

Schwingungen, Wellenlehre und Akustik, Optik

Gedruckt auf  
österreichischem  
umweltschonend  
gebleichtem Papier

E. DORNER





Mit Bescheid des Bundesministeriums für Unterricht und Kunst, Zl. 42.131/6-V/2/92, vom 22. März 1993, als für den Unterrichtsgebrauch an gewerblichen, technischen und kunstgewerblichen Fachschulen, Fachrichtungen Bautechnik, Chemie, Elektrotechnik, Elektronik, Maschinenbau und Fotografie, für die 2. Klasse und an Höheren technischen und gewerblichen Lehranstalten, Fachrichtungen Elektronik und Kunststofftechnik, für den III. Jahrgang sowie an Fachrichtungen Bautechnik, Möbelbau und Innenausbau, Holzwirtschaft, Chemie, Chemische Betriebstechnik, Elektrotechnik, EDV und Organisation, Maschinenbau (Ausbildungszweige: Hüttentechnik, Fertigungstechnik), Textiltechnik, Textilchemie und Textil-Design für den II. Jahrgang, gemäß dem Lehrplan 1991 an der Fachrichtung Maschinenbau-Allgemeiner Maschinenbau für den II. und III. Jahrgang, gemäß den Lehrplänen 1992 an den Fachrichtungen Maschinenbau (Ausbildungszweige: Flugtechnik, Gießereitechnik, Technische Gebäudeausrüstung und Energieplanung, Kraftfahrzeugbau und Werkstofftechnologie) und Reproduktions- und Drucktechnik für den II. und III. Jahrgang und an der Fachrichtung Wirtschaftsingenieurwesen für den I. und II. Jahrgang im Unterrichtsgegenstand Physik und angewandte Physik geeignet erklärt.

**Bildquellenverzeichnis:**

Umschlagbild: Rollo Silver, Amygdala, San Cristobal, NM, USA - 7.1 Hans Tegen, Hambüren - 19.1 Gustav Mahler-Jugendorchester, Wien - 44.4 Siemens AG, Erlangen - 92.1 Le Livre Mondial des Inventions 1987 - 98.2, 98.5 OKA, Linz - 98.4 Kodak - alle übrigen Bilder: Verlagsarchiv E. DORNER, Wien

**Benützerhinweise:**

**Beispiel A, B, C, ...**  
durchgerechnete Anwendung eben erarbeiteter Inhalte

➤ **Beispiel A, B, C, ...**  
Mit einem Pfeil bezeichnete Beispiele vermitteln außerdem einen für das weitere Verständnis unverzichtbaren Lernschritt.

**Buch-Nr. 3247**

Kraker Paill

**Physik, Band 2 HTL**

© 1994 by Verlag E. DORNER GmbH  
Hoher Markt 1, 1010 Wien

**ISBN 3-7055-0061-9**

Illustrationen: Datagraph Computergrafik Ges.m.b.H., Wien  
Satz: Verlag E. Dorner Ges.m.b.H., Wien  
Repro und Montage: Andruck und Repro Ges.m.b.H., Wien  
Druck: Gerstmayer Gesellschaft m.b.H., Wien  
Printed in Austria

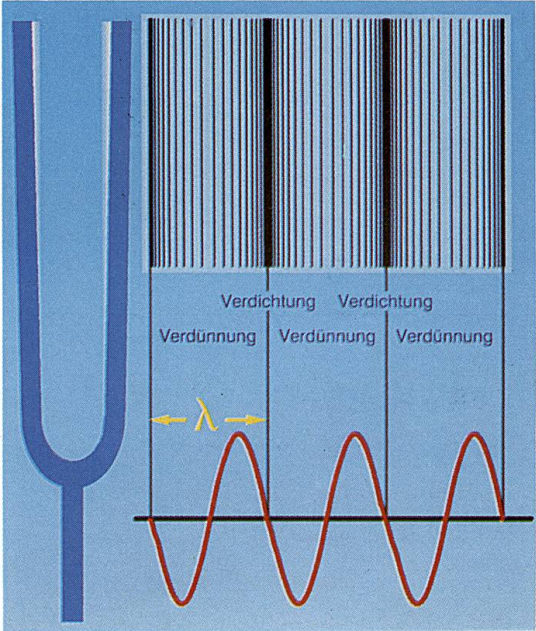
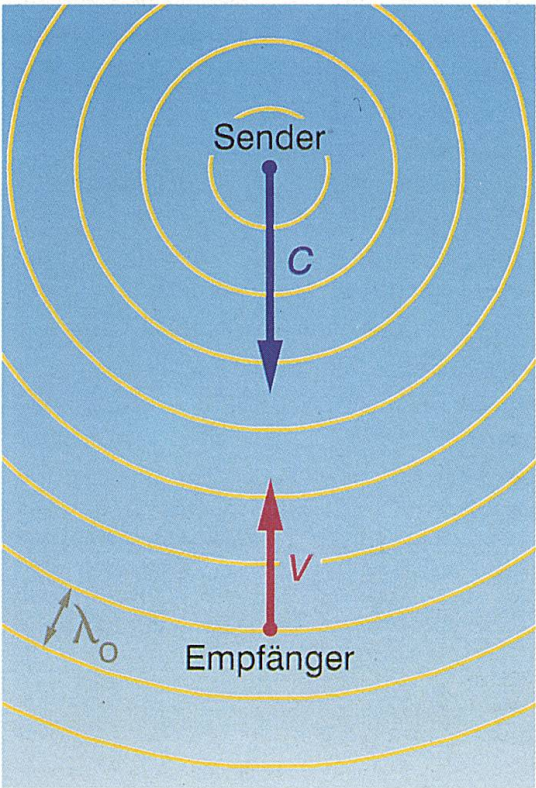
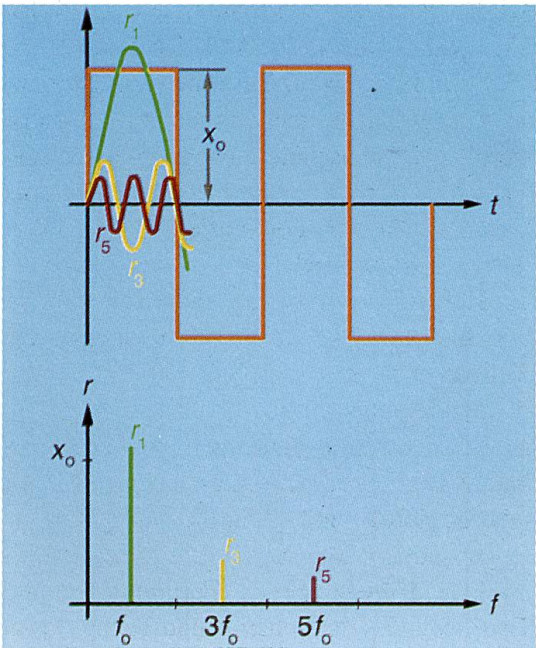


Schwingungen

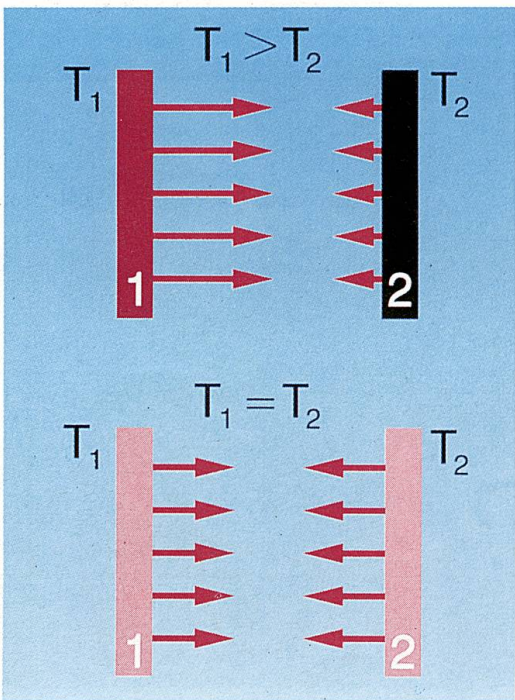
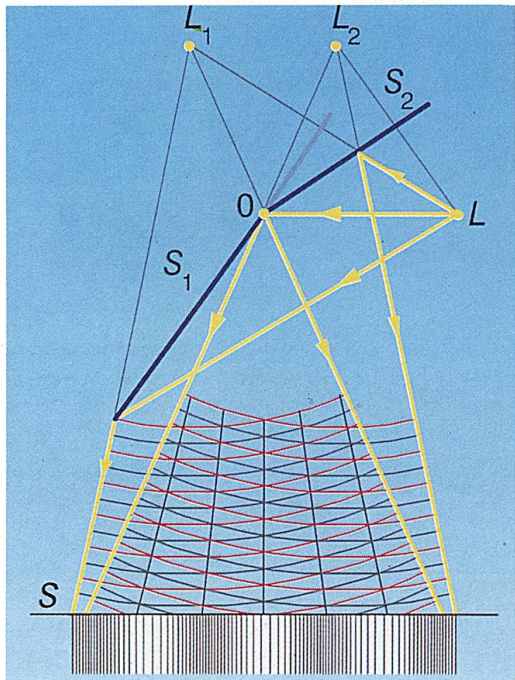
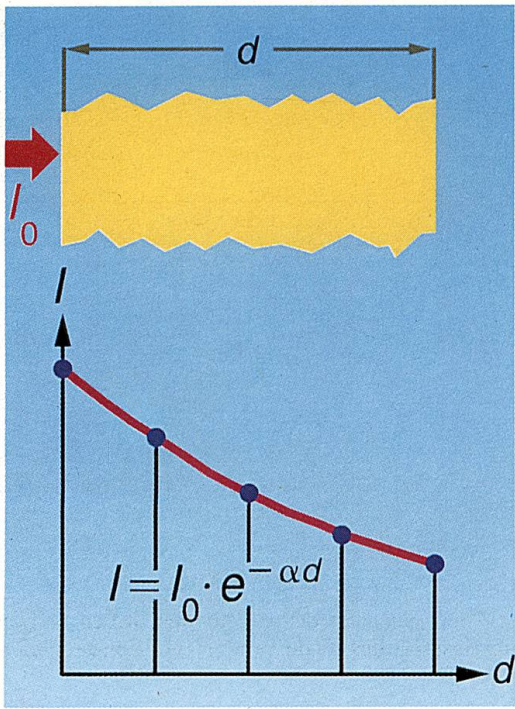
|                                                                     |    |
|---------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Die harmonische Schwingung .....                                 | 5  |
| 1.1 Die Auslenkung einer Schwingung .....                           | 5  |
| 1.2 Rückstellkraft, Richtgröße und Frequenz .....                   | 7  |
| 1.3 Beispiele für Schwingungen .....                                | 7  |
| 2. Die Schwingungsenergie .....                                     | 11 |
| 3. Schwingungsanregung .....                                        | 12 |
| 3.1 Freie Schwingungen .....                                        | 12 |
| 3.2 Selbststeuerung, selbsterregte Schwingungen .....               | 13 |
| 3.3 Erzwungene Schwingungen, fremderregte Schwingungen .....        | 13 |
| 3.4 Parametrische Schwingungsanregung .....                         | 14 |
| 3.5 Gekoppelte Schwingungen .....                                   | 14 |
| 4. Zusammensetzung von Schwingungen .....                           | 15 |
| 4.1 Bestimmungsgrößen und Darstellung von Schwingungen .....        | 15 |
| 4.2 Zusammensetzung von Schwingungen gleicher Richtung .....        | 16 |
| 4.3 Zusammensetzung aufeinander normal stehender Schwingungen ..... | 17 |
| 5. Fourier-Analyse .....                                            | 18 |

Wellenlehre und Akustik

|                                                                     |    |
|---------------------------------------------------------------------|----|
| 6. Entstehung und Beschreibung von Wellen .....                     | 19 |
| 6.1 Entstehung einer eindimensionalen Welle .....                   | 19 |
| 6.2 Schallwellen in festen, flüssigen und gasförmigen Stoffen ..... | 21 |
| 6.3 Das Schallwellenspektrum .....                                  | 23 |
| 6.4 Schallereignisse .....                                          | 23 |
| 7. Ausbreitung von Wellen .....                                     | 24 |
| 7.1 Kreiswellen, ebene Wellen, Kugelwellen .....                    | 24 |
| 7.2 Interferenz .....                                               | 25 |
| 7.3 Das Huygenssche Prinzip .....                                   | 27 |
| 7.4 Beugung .....                                                   | 28 |
| 7.5 Reflexion .....                                                 | 28 |
| 7.6 Brechung .....                                                  | 30 |
| 7.7 Das Fermatsche Prinzip .....                                    | 31 |
| 7.8 Der Dopplereffekt .....                                         | 31 |
| 7.9 Stehende Wellen .....                                           | 34 |
| 8. Schallquellen .....                                              | 35 |
| 8.1 Schwingende Saiten .....                                        | 35 |
| 8.2 Schwingende Luftsäulen .....                                    | 36 |
| 8.3 Schwingende Stäbe und Zungen .....                              | 37 |
| 8.4 Schwingende Platten und Membranen .....                         | 38 |
| 8.5 Schallabstrahlung .....                                         | 38 |







|                                                                 |     |
|-----------------------------------------------------------------|-----|
| 9. Das Schallfeld .....                                         | 39  |
| 9.1 Schallfeldgrößen .....                                      | 39  |
| 9.2 Abnahme der Schallintensität .....                          | 40  |
| 9.3 Der Schallpegel .....                                       | 41  |
| 10. Ultraschall .....                                           | 44  |
| 10.1 Ultraschall im Tierreich .....                             | 44  |
| 10.2 Das Echolot .....                                          | 44  |
| 10.3 Das Ultraschallmikroskop .....                             | 44  |
| 10.4 Leistungsschall .....                                      | 44  |
| <br><b>Optik</b>                                                |     |
| 11. Fotometrie .....                                            | 45  |
| 11.1 Die historische Entwicklung von Lichttheorien .....        | 45  |
| 11.2 Lichtstrahlen .....                                        | 45  |
| 11.3 Messung der Lichtgeschwindigkeit .....                     | 46  |
| 11.4 Strahlungsgrößen und lichttechnische Größen .....          | 47  |
| 12. Strahlenoptik .....                                         | 50  |
| 12.1 Prinzipien der Strahlenoptik .....                         | 50  |
| 12.2 Reflexion .....                                            | 51  |
| 12.3 Brechung und Totalreflexion .....                          | 54  |
| 12.4 Linsen .....                                               | 58  |
| 12.5 Lichtstrahlen und Lichtwellen .....                        | 62  |
| 12.6 Das Auge und die optischen Geräte .....                    | 62  |
| 13. Dispersion und Farbenlehre .....                            | 70  |
| 13.1 Dispersion .....                                           | 70  |
| 13.2 Farbenlehre .....                                          | 71  |
| 14. Wellenoptik .....                                           | 74  |
| 14.1 Interferenz .....                                          | 74  |
| 14.2 Beugung .....                                              | 79  |
| 14.3 Polarisation .....                                         | 84  |
| 14.4 Spannungsoptik .....                                       | 88  |
| 14.5 Holographie .....                                          | 89  |
| 15. Temperaturstrahlung .....                                   | 93  |
| 15.1 Reflexion, Absorption und Transmission von Strahlung ..... | 93  |
| 15.2 Emission von Strahlung .....                               | 94  |
| 15.3 Wärmeübertragung durch Strahlung .....                     | 95  |
| 15.4 Die spektrale Verteilung der Temperaturstrahlung .....     | 96  |
| 15.5 Der Treibhauseffekt .....                                  | 97  |
| 15.6 IR-Strahlung .....                                         | 98  |
| 16. Spektren .....                                              | 99  |
| 16.1 Emissionsspektrum .....                                    | 99  |
| 16.2 Absorptionsspektrum .....                                  | 100 |
| 16.3 Das elektromagnetische Spektrum .....                      | 101 |
| Lösungen zu den Aufgaben .....                                  | 102 |
| Register .....                                                  | 111 |



# Schwingungen

Das bekannteste Beispiel für Schwingungen sind die Bewegungen eines Pendels. Wird ein Pendel aus seiner Ruhelage ausgelenkt und losgelassen, bewegt es sich in die Ruhelage zurück und infolge seiner Trägheit darüber hinaus. Schließlich erreicht es wieder seine ursprüngliche Lage. Die Kraft, die den Pendelkörper nach einer Auslenkung in die Ruhelage zurücktreibt, heißt *Rückstellkraft*. Sie wird beim Pendel durch die Erdanziehung hervorgerufen. Diese "Hin- und Herbewegung" des Pendels bezeichnet man als *Schwingung*. Für eine Schwingung benötigt ein bestimmtes Pendel stets das gleiche Zeitintervall.

Schwingungen sind zeitlich periodische Bewegungen eines Körpers um seine Ruhelage. Ursache für die Schwingung sind Rückstellkraft und Trägheit des Körpers.

Durch Auslenkung des Pendels aus der Ruhelage wird es zum Schwingen angeregt. Ein schwingungsfähiger Körper wird auch *Oszillator* genannt.

## 1. Die harmonische Schwingung

Um zur mathematischen Beschreibung der Schwingung zu gelangen, benützen wir die Kreisbewegung eines Massenpunktes. Das ist möglich, da ja diese auch eine periodische Bewegung ist.

### 1.1 Die Auslenkung einer Schwingung

#### Versuch

Eine Kreisscheibe mit einem Stift wird durch einen Motor angetrieben. Mit Hilfe einer starken Lichtquelle wird die Bewegung des Stiftes auf einen Schirm projiziert (Abb. 5.1).

Bei richtiger Drehzahl der Scheibe führt der Schatten des rotierenden Stiftes die gleiche Auf- und Abbewegung durch wie das Massestück des Federpendels.

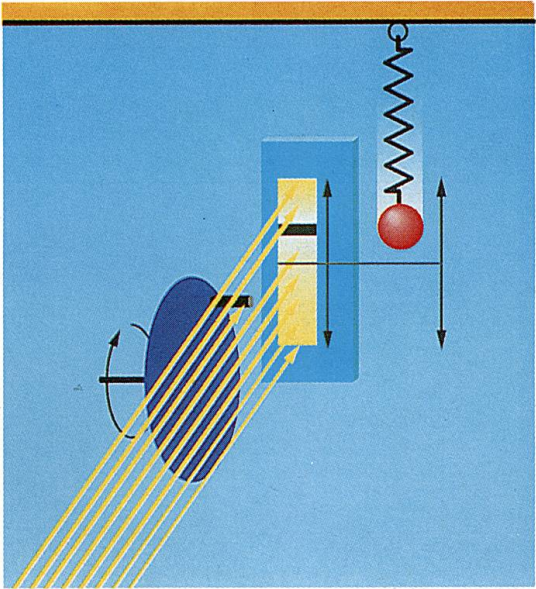
Der vertikale Abstand des rotierenden Stiftes von der Mittellage entspricht der Auslenkung  $y$  des Federpendels. Im farbigen Dreieck gilt (Abb. 5.3):

$$y = r \sin \varphi$$

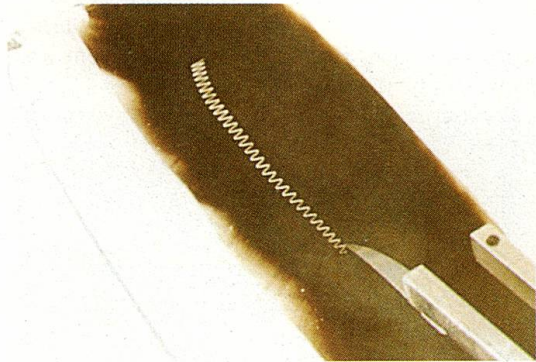
Es ist jedoch günstiger, die Auslenkung in Abhängigkeit von der Zeit anzugeben. Mit  $\varphi = \omega t$  erhält man

$y = r \sin \omega t$       Weg-Zeit-Gesetz

Die Auslenkung des schwingenden Körpers zu einem bestimmten Zeitpunkt wird durch eine Sinusfunktion beschrieben. Man spricht daher auch von einer *sinusförmigen Schwingung*. Die maximale Auslenkung  $r$  heißt *Amplitude* der Schwingung.



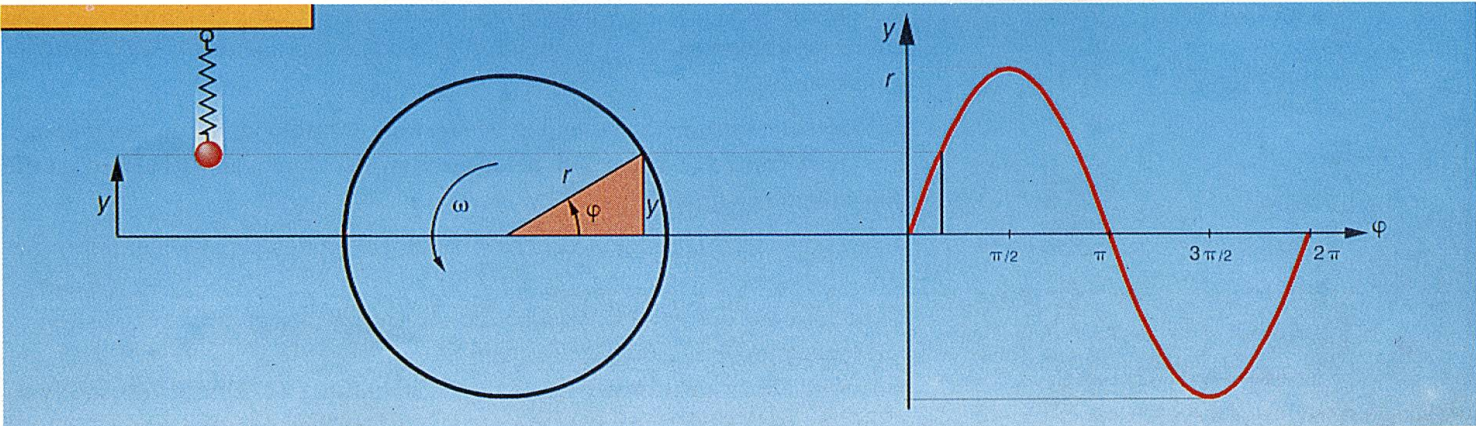
5.1 Der Schatten des rotierenden Stiftes und das Massestück des Federpendels vollführen gleiche Bewegungen.



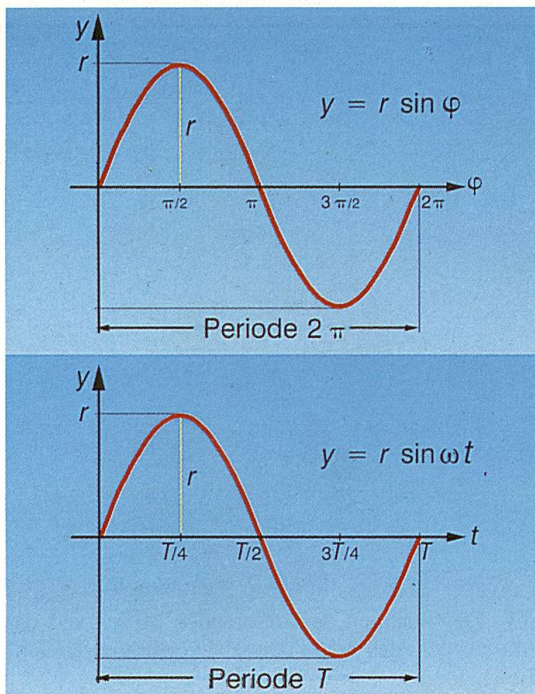
5.2 Wird der schwingende Stimmgabelzinken über eine beruhte Glasplatte gezogen, entsteht eine Sinuslinie.

- $y$  ... momentane Auslenkung
- $r$  ... maximale Auslenkung, Amplitude
- $\varphi$  ... Phasenwinkel, Phase (im Bogenmaß)
- $\omega$  ... Kreisfrequenz (Winkelgeschwindigkeit)
- $f$  ... Frequenz,  $[f] = 1 \text{ s}^{-1} = 1 \text{ Hz}$
- $T$  ... Schwingungsdauer (Zeit für eine volle Schwingung)
- $T = 1/f$
- $\omega = 2 \pi f$

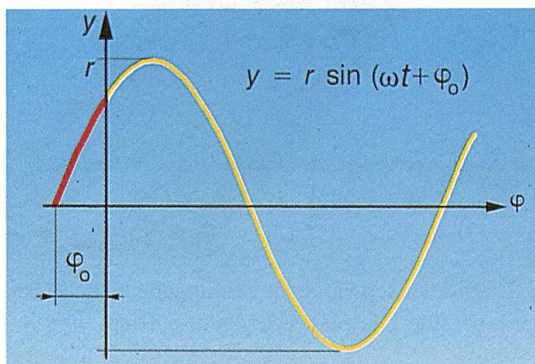
5.3 Die Beziehung zwischen der Auslenkung  $y$  und dem Phasenwinkel  $\varphi$



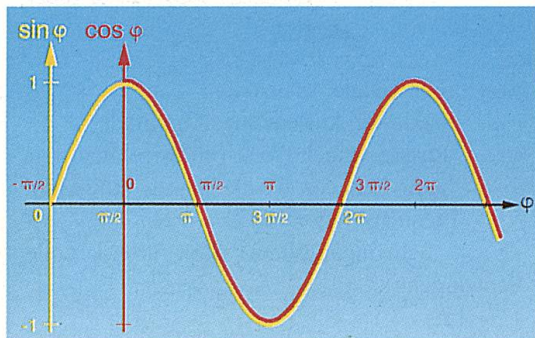




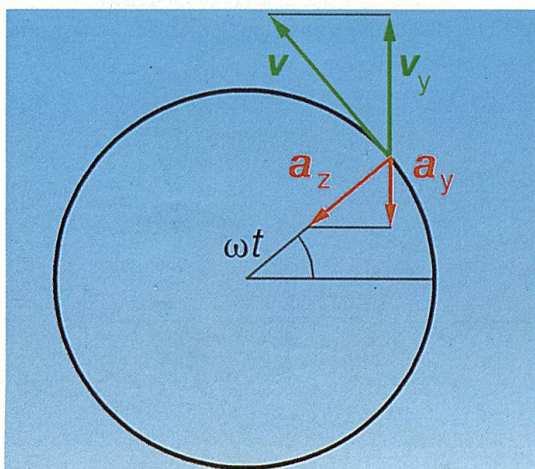
6.1 Die Auslenkung  $y$  in Abhängigkeit vom Phasenwinkel  $\varphi$  (oben) und in Abhängigkeit vom Zeitpunkt  $t$  (unten)



6.2 Der Nullphasenwinkel  $\varphi_0 \neq 0$



6.3 Der Zusammenhang zwischen sin- und cos-Funktion



6.4 Abbildung zu Aufgabe 4

Zur Vereinfachung haben wir den Schwingungsbeginn in den Zeitpunkt  $t=0$  gelegt. Die Schwingung hat dann den Nullphasenwinkel  $\varphi_0 = 0$ .

Allgemein gilt (Abb. 6.2):

$$y = r \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Wir werden im folgenden die Bewegung einer schwingenden Masse immer durch eine Sinusfunktion beschreiben, könnten aber genauso eine Cosinusfunktion verwenden. Unterscheiden sich doch Sinus- und Cosinusfunktion nur durch eine Phasendifferenz von  $\pi/2$  (Abb. 6.3).

#### ► Beispiel A

Welche Amplitude besitzt eine Schwingung, wenn sie 0,5 s nach dem Nulldurchgang eine Auslenkung von 8 cm hat und die Frequenz 0,16 Hz beträgt?

Achtung, den Rechner auf Rad einstellen!

$$y = r \sin \omega t \Leftrightarrow r = \frac{y}{\sin \omega t}$$

$$\omega t = 2\pi f t = 2\pi \cdot 0,16 \cdot 0,5 \text{ rad} = 0,5 \text{ rad}$$

$$r = \frac{8 \text{ cm}}{\sin 0,5 \text{ rad}} = 16,7 \text{ cm}$$

#### ► Beispiel B

Die Amplitude einer Schwingung beträgt 10 cm, die Auslenkung 0,005 s nach dem Nulldurchgang ist 4 cm. Berechne Frequenz und Schwingungsdauer.

$$(1) \quad y = r \sin \omega t \Leftrightarrow \sin \omega t = \frac{y}{r} \Rightarrow \omega t = \arcsin \frac{y}{r}$$

$$\omega t = \arcsin \frac{4 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 0,41 \text{ rad}$$

$$(2) \quad \omega t = 2\pi f t \Leftrightarrow f = \frac{\omega t}{2\pi t}$$

$$f = \frac{0,41}{2\pi \cdot 0,005} \text{ s}^{-1} = 13,1 \text{ Hz}$$

$$(3) \quad T = \frac{1}{f} = 0,076 \text{ s}$$

#### Aufgaben

1. Ein Federpendel hat eine Frequenz von 2,5 Hz. Wie groß ist der Phasenwinkel 0,05 s nach Schwingungsbeginn?
2. Eine sinusförmige Schwingung besitzt eine Schwingungsdauer von 0,6 s und eine Amplitude von 40 mm. Wie groß ist die Auslenkung 0,02 s nach Schwingungsbeginn?
3. Eine sinusförmige Schwingung besitzt eine Amplitude von 10 cm und eine Frequenz von 2 Hz. Nach welcher Zeit (vom Nulldurchgang weg) beträgt die Auslenkung erstmals 8 cm?
4. a) Zeichne das Geschwindigkeits- (Beschleunigungs-) Zeit-Diagramm einer sinusförmigen Schwingung.  
b) Stelle eine Formel auf, welche die Abhängigkeit der Geschwindigkeit  $v_y$  (Beschleunigung  $a_y$ ) von der Zeit angibt.  
Hinweis: Die Projektion der Umfangsgeschwindigkeit (Zentripetalbeschleunigung) in die  $y$ -Richtung ergibt die gesuchten Größen (Abb. 6.4).



## 1.2 Rückstellkraft, Richtgröße und Frequenz

Um eine Masse auf eine Kreisbahn mit konstanter Winkelgeschwindigkeit zu zwingen, ist die Zentripetalkraft  $F_z$  erforderlich.  $F_y$  ist die Komponente von  $F_z$  in y-Richtung. Sie entspricht der Rückstellkraft bei der Schwingung (Abb. 7.2). Es gilt:

$$(1) F_y = F_z \sin \varphi$$

$$(2) F_z = m \omega^2 r \quad (\text{Formel für die Zentripetalkraft: siehe Band 1, Seite 50!})$$

$$(1), (2) F_y = m \omega^2 r \sin \varphi = m \omega^2 y$$

$$F_y = m \omega^2 y \quad F_y = -m \omega^2 y$$

Da  $F_y$  und  $y$  entgegengerichtet sind, erhält die rechte Seite der Gleichung in der Vektorschreibweise ein negatives Vorzeichen. Das Produkt  $m \omega^2$  ist eine konstante Größe. Wir nennen sie *Richtgröße*  $k$ . Damit vereinfacht sich die Gleichung:

$$F_y = k y \quad \text{oder} \quad F_y = -k y \quad \text{Lineares Kraftgesetz}$$

Eine Schwingung ist harmonisch (sinusförmig), wenn das lineare Kraftgesetz gilt.

### ► Beispiel A: Schwingungsfrequenz eines harmonisch schwingenden Körpers (eines harmonischen Oszillators)

Von einem harmonisch schwingenden System kennt man die Richtgröße  $k$  und die Masse  $m$ . Berechne die Schwingungsfrequenz  $f$ !

$$(1) k = m \omega^2 \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{k}{m} \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$(2) \omega = 2 \pi f$$

$$(1), (2) 2 \pi f = \sqrt{\frac{k}{m}} \Leftrightarrow f = \frac{1}{2 \pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f = \frac{1}{2 \pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{Frequenz einer harmonischen Schwingung}$$

### Aufgabe

5. Eine Masse von 200 g führt eine harmonische Schwingung mit einer Frequenz von 4 Hz durch. Die Amplitude beträgt 5 cm (Abb. 7.3). Berechne a) die Richtgröße b) die maximale Rückstellkraft c) die Rückstellkraft 0,02 s nach Schwingungsbeginn.

## 1.3 Beispiele für Schwingungen

### Federpendel

Das *Hookesche Gesetz* für die Federkraft einer Schraubenfeder entspricht dem linearen Kraftgesetz. Daher vollführt ein Federpendel harmonische Schwingungen (Abb. 7.4).

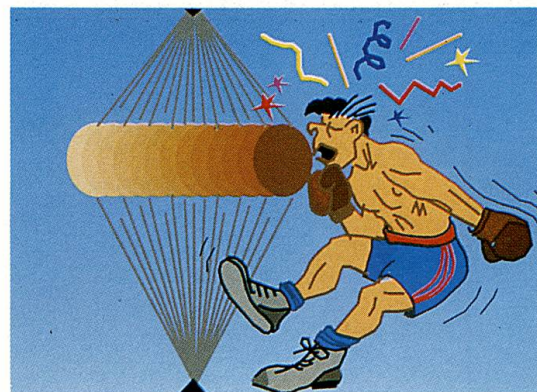
#### Beispiel A

Eine Schraubenfeder wird durch eine Kraft von 2 N um 1 cm verlängert. Wie groß sind Frequenz und Schwingungsdauer, wenn sich an der Feder eine Masse von 500 g befindet?

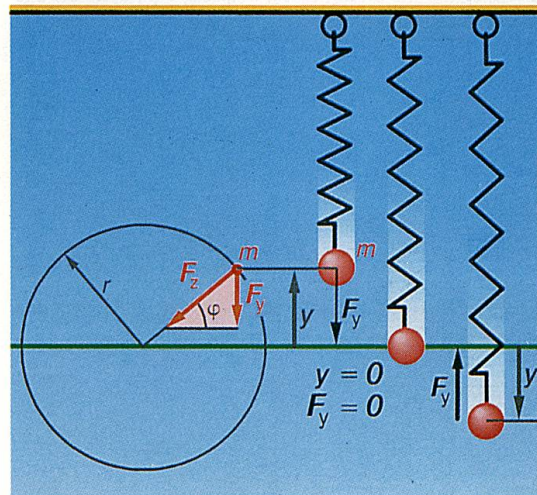
$$F_y = k y \Leftrightarrow k = \frac{F_y}{y} \quad k = \frac{2 \text{ N}}{0,01 \text{ m}} = 200 \text{ N/m}$$

$$f = \frac{1}{2 \pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2 \pi} \sqrt{\frac{200 \text{ N/m}}{0,5 \text{ kg}}} = 3,18 \text{ Hz}$$

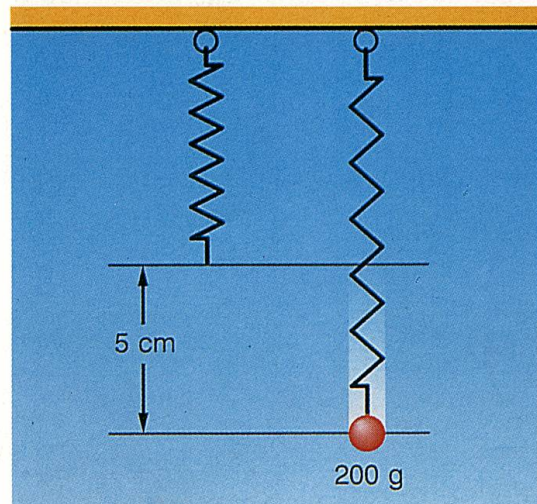
$$T = \frac{1}{f} = 0,31 \text{ s}$$



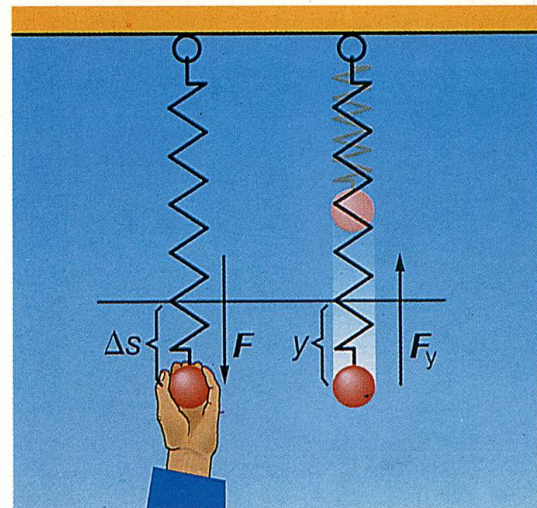
7.1 Ein voller "Schwinger" oder ein gelungenes Zusammenspiel von Rückstellkraft und Trägheit



7.2 Zur Bestimmung der Rückstellkraft

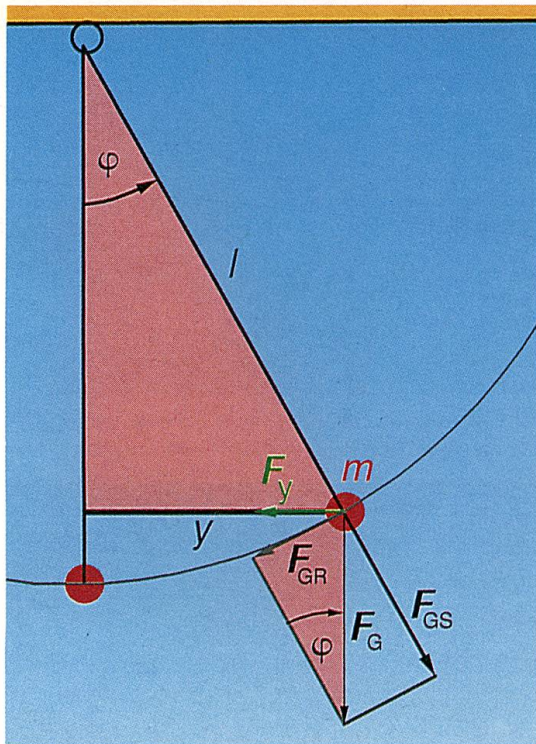


7.3 Abbildung zu Aufgabe 5



7.4 Das Hookesche Gesetz ( $F = k \Delta s$ ) entspricht dem linearen Kraftgesetz ( $F_y = k y$ ).





Diskussion der Frequenzformel:

$$f \sim \sqrt{k} \quad \text{und} \quad f \sim \frac{1}{\sqrt{m}}$$

Die Frequenz ist umso höher, je größer die Federkonstante und je kleiner die Masse ist.

### Beispiel B

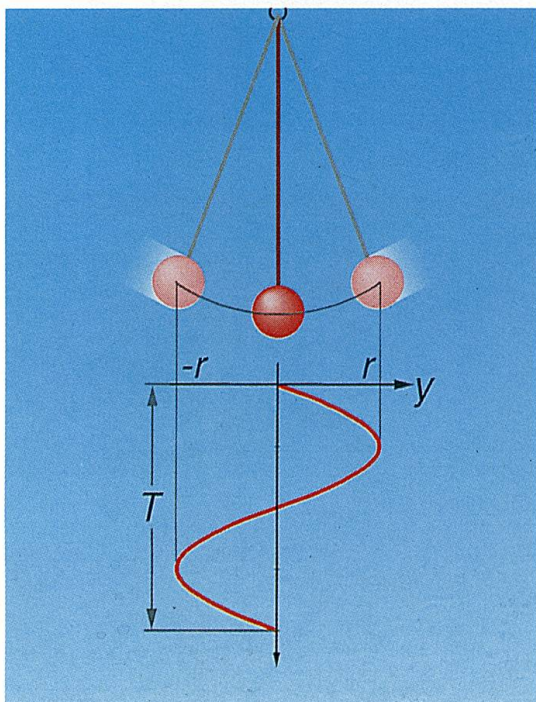
Ein Federpendel hat eine Frequenz von 2,4 Hz. Mit welcher Frequenz schwingt es, wenn die Masse verdoppelt wird?

$$(1) \quad f_1 \sim \frac{1}{\sqrt{m_1}} \quad \text{und} \quad f_2 \sim \frac{1}{\sqrt{m_2}} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{\frac{1}{\sqrt{m_2}}}{\frac{1}{\sqrt{m_1}}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \Leftrightarrow f_2 = f_1 \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

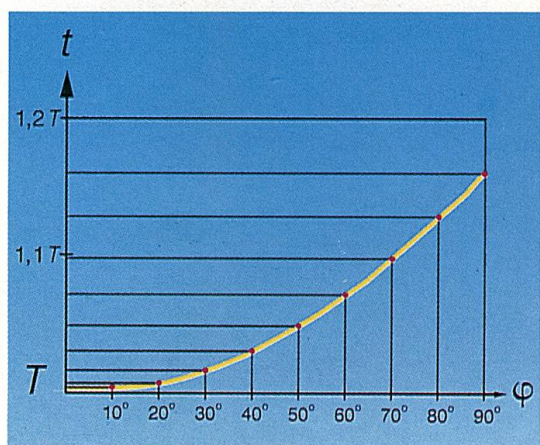
$$(2) \quad m_2 = 2 m_1$$

$$(1), (2) \quad f_2 = f_1 \sqrt{\frac{m_1}{2 m_1}} = \frac{f_1}{\sqrt{2}} \quad f_2 = \frac{2,4 \text{ Hz}}{\sqrt{2}} = 1,7 \text{ Hz}$$

8.1 Zur Bestimmung der Schwingungsfrequenz des Fadenpendels



8.2 Nur wenn die Auslenkung klein ist, schwingt das Fadenpendel harmonisch.



8.3 Die Schwingungsdauer des Fadenpendels in Abhängigkeit von der Auslenkung

### Fadenpendel

Eine punktförmige Masse an einem als masselos gedachten Faden heißt *Fadenpendel* oder auch *mathematisches Pendel*. Es wird auch als *Schwebependel* bezeichnet, da die Rückstellung durch die Schwerkraft hervorgerufen wird.

Die Gewichtskraft läßt sich in zwei Komponenten zerlegen.  $F_{GS}$  spannt den Faden.  $F_{GR}$  bewirkt die Rückstellung (Abb. 8.1). Für kleine Auslenkungen gilt:

$$F_y \approx F_{GR}$$

$$(1) \quad \frac{F_y}{F_G} = \frac{y}{l} \Leftrightarrow F_y = \frac{F_G}{l} y$$

$$(2) \quad F_G = m g$$

$$(3) \quad F_y = k y$$

$$(1), (2), (3) \quad k = \frac{m g}{l}$$

Richtgröße des Fadenpendels

Nur bei kleinen Auslenkungen gilt auch für das Fadenpendel das lineare Kraftgesetz. Daher ist es auch nur bei kleinen Auslenkungen ein harmonischer Oszillator. Setzt man die Richtgröße in die Frequenzformel des harmonischen Oszillators ein, so erhält man

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m g}{l m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Frequenz und Schwingungsdauer des Fadenpendels sind unabhängig von dessen Masse.

### Beispiel C

Berechne die Länge des sogenannten "Sekundenpendels". Dieses benötigt für eine Halbschwingung (von Umkehrpunkt zu Umkehrpunkt) 1 s.

$$(1) \quad T = 2 \text{ s}$$

$$(2) \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Leftrightarrow l = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$$

$$(1), (2) \quad l = \frac{(2 \text{ s})^2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{4\pi^2} = 0,99 \text{ m}$$



Diskussion der Formel für die Schwingungsdauer:

$$T \sim \sqrt{l} \quad \text{und} \quad T \sim \frac{1}{\sqrt{g}}$$

Die Schwingungsdauer ist umso größer, je länger das Pendel und je kleiner die Fallbeschleunigung ist.

## Drehpendel, Torsionspendel

Eine Masse an einem Draht (Abb. 9.1) oder eine drehbar gelagerte Masse (Abb. 9.2), die mit einer Spiralfeder verbunden ist, führt nach einer Verdrehung Drehschwingungen durch. Da sowohl ein *Drehpendel* als auch ein *Torsionspendel* Drehbewegungen vollführen, werden zur rechnerischen Behandlung dieser Pendel die Bahngrößen des Federpendels durch die entsprechenden Drehgrößen ersetzt:

### Federpendel

Auslenkung  $y$

Rückstellkraft  $F_y$

$$\text{Richtgröße } k = \frac{F_y}{y}$$

Masse  $m$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

### Drehpendel

Drehwinkel  $\varphi$

Rückstellmoment  $M$

$$\text{Winkelrichtgröße } k^* = \frac{M}{\varphi}$$

Trägheitsmoment  $I$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k^*}{I}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k^*}}$$

### Beispiel D

Das Trägheitsmoment einer Scheibe,  $r = 7,5 \text{ cm}$ , soll mit einem Drehpendel bestimmt werden. Eine Kraft von  $5 \text{ N}$  am Rand der Scheibe ruft eine Verdrehung von  $10^\circ$  hervor. Die Schwingungsdauer beträgt  $0,32 \text{ s}$ .

$$(1) \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k^*}} \Leftrightarrow I = \frac{T^2 k^*}{4\pi^2}$$

$$(2) \quad k^* = \frac{M}{\varphi} = \frac{F r}{\varphi}$$

$$(3) \quad \varphi = \frac{\pi \cdot 10^\circ}{180^\circ} \text{ rad}$$

$$(1), (2), (3) \quad I = \frac{T^2 F r}{4\pi^2 \varphi} = \frac{(0,32 \text{ s})^2 \cdot 5 \text{ N} \cdot 0,075 \text{ m} \cdot 180}{4\pi^2 \cdot \pi \cdot 10} = 0,0056 \text{ kg m}^2$$

## Physisches Pendel

Das Fadenpendel ist ein Idealfall, der sich nur annähernd verwirklichen läßt. Ein Pendel, das von diesem Idealfall abweicht, wird als *physisches Pendel* bezeichnet (Abb. 9.3). Ein physisches Pendel ist ein starrer Körper, der um den Aufhängepunkt Drehungen durchführt. Daher kann es als Drehpendel behandelt werden.

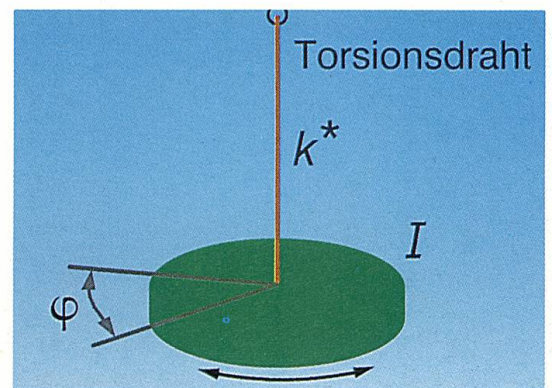
$$(1) \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k^*}{I}}$$

$$(2) \quad k^* = \frac{M}{\varphi}$$

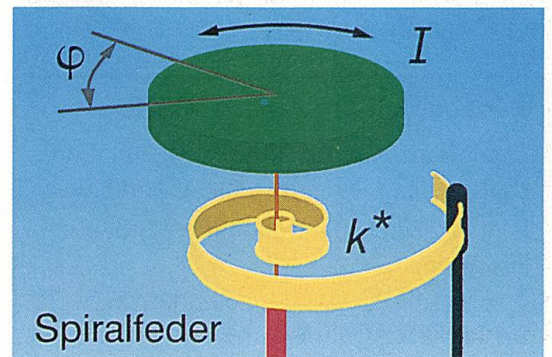
$$(3) \quad M = F_G y = m g s \sin \varphi$$

$$(4) \quad \text{Für kleine Winkel gilt: } \sin \varphi \approx \varphi$$

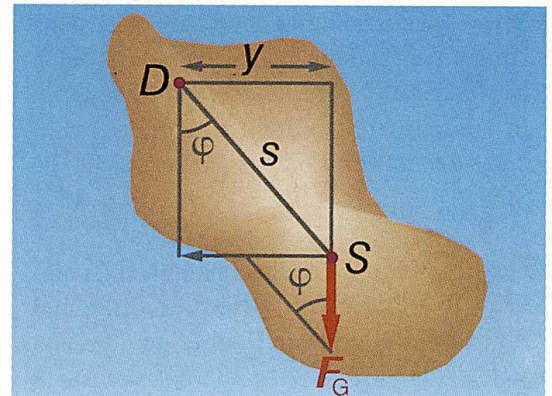
$$(2), (3), (4) \quad k^* = \frac{m g s \varphi}{\varphi} = m g s$$



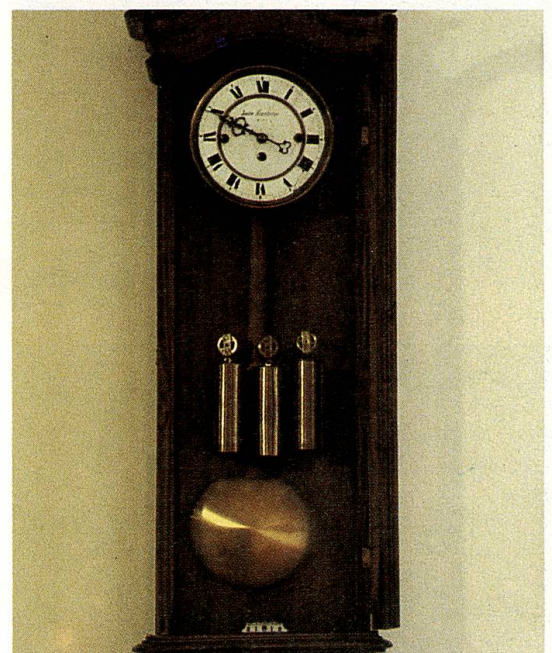
9.1 Torsionspendel: Der verdrehte Draht übt ein Rückstellmoment auf die Scheibe aus.



9.2 Drehpendel: Rückstellmoment durch die Spiralfeder

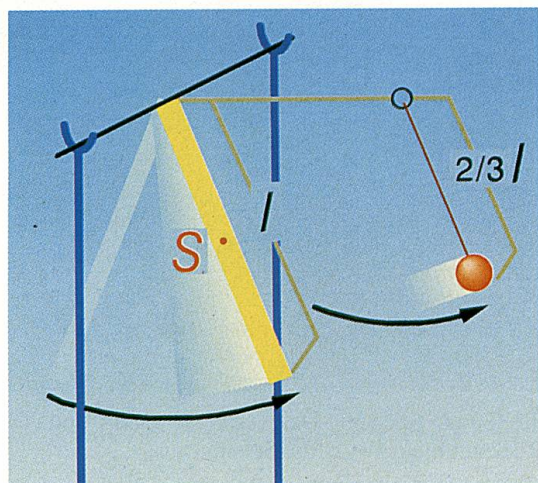


9.3 Zur Bestimmung der Schwingungsfrequenz des physischen Pendels (D ... Drehpunkt, S ... Schwerpunkt, s ... Abstand des Schwerpunkts vom Drehpunkt)



9.4 Eine Pendeluhr hat ein physisches Pendel.





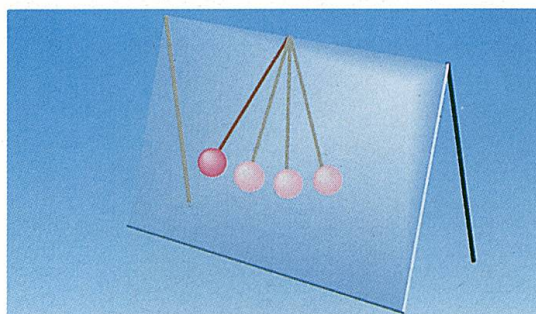
10.1 Abbildung zu Beispiel D

### Der Foucaultsche Pendelversuch

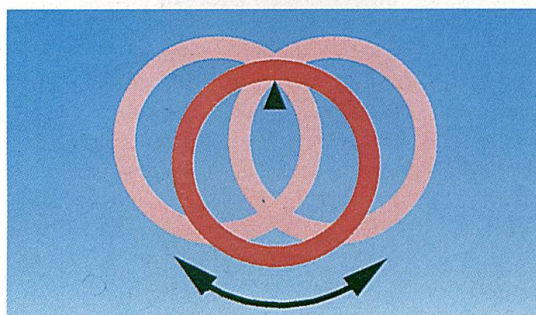
Dem französischen Physiker Léon Foucault gelang es mit seinem berühmten Pendelversuch, die Rotation der Erde nachzuweisen.

Im Jahr 1851 führte er seinen Versuch im Pariser Panthéon vor. Er demonstrierte dem staunenden Publikum, daß ein Pendel, dessen Aufhängung drehbar gelagert ist, seine Schwingungsrichtung in bezug auf seine Umgebung ständig ändert, ohne daß eine Kraft nachweisbar ist, welche dies bewirkt. In unseren Breiten dreht sich die Schwingungsebene des Pendels um etwa  $11^\circ$  je Stunde.

Die Erklärung für dieses Phänomen ist einfach: In Wirklichkeit rotiert die Erde, und für den mitrotierenden Beobachter, der von sich glaubt, in Ruhe zu verharren, dreht sich die Schwingungsebene des Pendels.



10.2 Abbildung zu Aufgabe 16



10.3 Abbildung zu Aufgabe 17

$$(1') \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m g s}{I}}$$

Unter der *reduzierten Pendellänge* eines physischen Pendels versteht man die Länge  $l'$  eines Fadenpendels mit gleicher Schwingungsdauer.

### Beispiel E (Abb. 10.1)

Ein dünner Stab mit der Länge  $l$  und einer am Stabende befindlichen Drehachse besitzt das Trägheitsmoment  $I = \frac{1}{3} m l^2$ .

Berechne die reduzierte Pendellänge  $l'$ !

Aus Symmetriegründen gilt:  $s = l/2$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m g l/2}{\frac{1}{3} m l^2}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\frac{2}{3} l}}$$

Für ein Fadenpendel gleicher Frequenz gilt:  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l'}}$

Durch Koeffizientenvergleich erhält man die reduzierte Pendellänge  $l' = \frac{2}{3} l$

### Aufgaben

6. Hängt man an eine Schraubenfeder eine Masse von 0,1 kg, so wird sie um 1,5 cm verlängert. Berechne die Schwingungsdauer dieses Federpendels!
7. Ein Federschwinger mit einer Federkonstante von 5 N/cm führt 75 Schwingungen pro Minute aus. Welche Masse hängt an der Feder? Wie groß ist die maximale Rückstellkraft bei einer Amplitude von 2 cm?
8. Die Masse eines Federpendels wird um die Hälfte verringert. Um wieviel Prozent ändert sich die Frequenz?
9. Im Hauptgebäude der Vereinten Nationen in New York befindet sich ein Foucaultsches Pendel. Eine 100 kg schwere Kugel hängt an einem ca. 22,9 m langem Stahlseil.
  - a) Wie groß ist die Schwingungsdauer?
  - b) Welche Bedeutung hat das Foucaultsche Pendel?
10. Bei einer Pendeluhr kann die Pendellänge verändert werden. Welche Folgen hat eine Verlängerung, welche eine Verkürzung?
11. Wie ändern sich die Schwingungen eines Pendels, wenn es von Mitteleuropa an den Nordpol gebracht wird?
12. 20 volle Schwingungen eines Fadenpendels dauern 32 s. Wie lang ist der Faden?
13. Die Länge des Fadenpendels wird verdoppelt. Um wieviel Prozent ändert sich die Frequenz?
14. Zwei Fadenpendel von 25 cm und 36 cm Länge beginnen gleichzeitig zu schwingen. Nach welcher Zeit erreichen die Pendel zum ersten Mal wieder gleichzeitig die Anfangslage? Wie viele Schwingungen hat jedes Pendel dabei durchgeführt? (Rechne mit zwei Nachkommastellen!)
15. Mit Hilfe des Fadenpendels kann die Fallbeschleunigung bestimmt werden. Schreibe die Gleichung für die Fallbeschleunigung an. Welche Größen müssen gemessen werden?
16. Ein Fadenpendel gleitet bei seinen Schwingungen reibungslos auf einer schräg gestellten Glasplatte entlang (Abb. 10.2). Ändert sich dabei die Schwingungsdauer gegenüber dem frei aufgestellten Pendel?
17. Ein Ring besitzt bezüglich einer Drehachse am Rand das Trägheitsmoment  $I = 2 m r^2$  (Abb. 10.3). Berechne die reduzierte Pendellänge.
18. Der leere Drehtisch eines Drehpendels besitzt eine Schwingungsdauer von 0,72 s und ein Trägheitsmoment von  $9,5 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$ . Wird ein Körper auf den Drehtisch gelegt, mißt man eine Schwingungsdauer von 2,13 s. Welches Trägheitsmoment besitzt dieser Körper? (Die Trägheitsmomente von Drehtisch und Körper sind zu addieren!)



### Kontrollfragen

1. Erkläre den Zusammenhang zwischen einer harmonischen Schwingung und einer Kreisbewegung.
2. Wie lautet das Weg-Zeit-Gesetz einer harmonischen Schwingung?
3. Durch welche Größen kann eine harmonische Schwingung charakterisiert werden? Erkläre diese Größen.
4. Unter welcher Voraussetzung ist eine Schwingung harmonisch?
5. Beschreibe die Rückstellkraft für verschiedene Pendel.
6. Von welchen Größen hängt die Frequenz eines a) Federpendels, b) Fadenpendels, c) Drehpendels, d) physischen Pendels ab?

## 2. Die Schwingungsenergie

Die Energieverhältnisse bei einer harmonischen Schwingung sollen am Beispiel des Federpendels betrachtet werden (Abb. 11.1). Um ein Federpendel aus seiner Ruhelage auszulenken, muß Dehnungsarbeit verrichtet werden:

$$W = \frac{1}{2} F y = \frac{1}{2} k y \cdot y = \frac{1}{2} k y^2$$

Diese verrichtete Arbeit "steckt" als *potentielle Energie* im Pendel. Die gesamte *Schwingungsenergie* setzt sich aus potentieller und kinetischer Energie zusammen. Sie ist nach dem Energieerhaltungssatz konstant:

$$E = \frac{1}{2} k y^2 + \frac{1}{2} m v^2 = \text{const}$$

( $v$  ist hier die *Momentangeschwindigkeit* des Pendels bei der Auslenkung  $y$ !)

Erreicht das schwingende Pendel den Umkehrpunkt ( $y = r$ ), dann ist die kinetische Energie null und die potentielle Energie daher ein Maximum:

$$E = E_{\text{pot max}} = \frac{1}{2} k r^2$$

Dies entspricht der Arbeit, wenn man die Feder um die Strecke  $r$  dehnt.

Da die Richtgröße  $k$  konstant ist, steigt die Schwingungsenergie mit dem Quadrat der Amplitude:

$$E \sim r^2$$

Wird der Körper im Umkehrpunkt losgelassen, wandelt sich die potentielle Energie kontinuierlich in kinetische Energie um (Abb. 11.2). Beim Durchschwingen durch die Ruhelage ist die potentielle Energie null, daher haben Geschwindigkeit und kinetische Energie ihr Maximum erreicht.

$$E = E_{\text{kin max}} = \frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2$$

Diese kinetische Energie wird nun dazu benützt, die Feder wieder zusammenzudrücken. Dabei wird kinetische Energie in potentielle Energie umgewandelt. Im Umkehrpunkt sind Geschwindigkeit und kinetische Energie null. Die potentielle Energie ist ein Maximum.

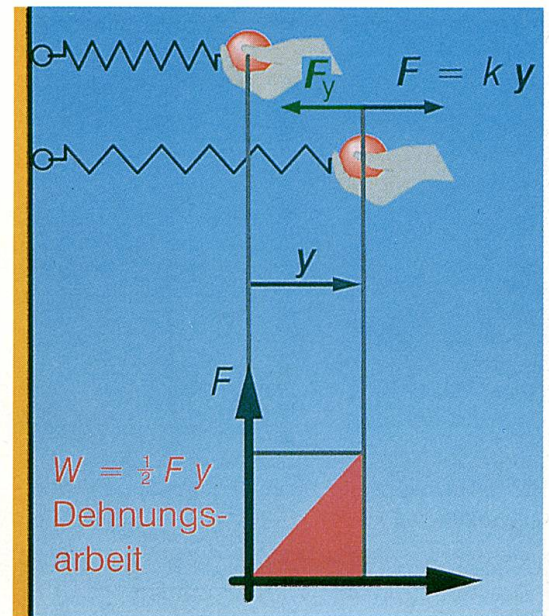
Bei einer Schwingung findet eine periodische Umwandlung von potentieller in kinetische Energie und umgekehrt statt.

### Beispiel A

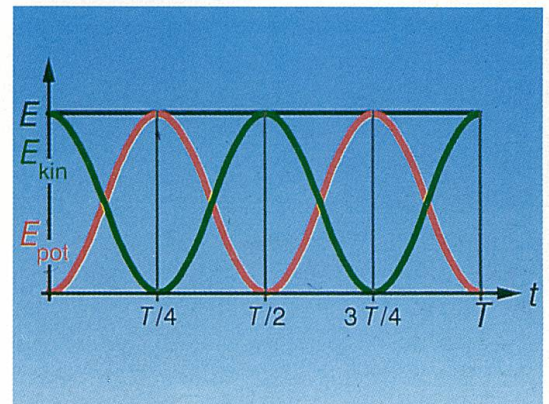
Berechne mit Hilfe des Energieerhaltungssatzes die Geschwindigkeit eines Federpendels ( $k = 200 \text{ N/m}$ ,  $m = 500 \text{ g}$ ) beim Durchgang durch die Ruhelage, wenn die erste Auslenkung  $2,5 \text{ cm}$  beträgt.

$$(1) E = 0,5 k r^2 = 0,5 \cdot 200 \text{ N/m} \cdot (0,025 \text{ m})^2 = 0,0625 \text{ J}$$

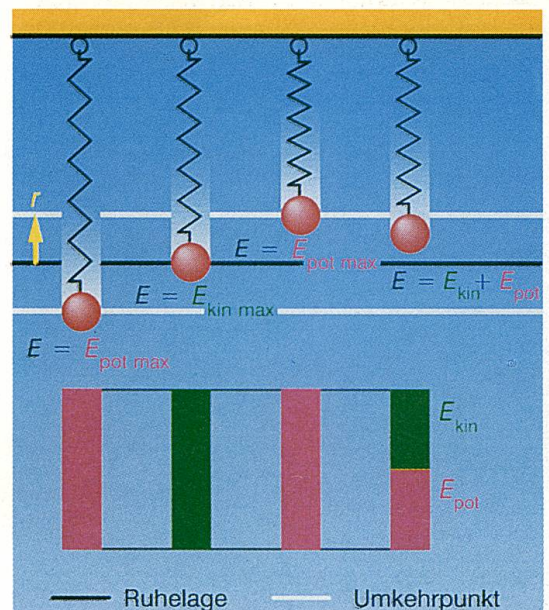
$$(2) E = \frac{m v^2}{2} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2 E}{m}} = \sqrt{\frac{0,125}{0,5}} (\text{m/s})^2 = 0,5 \text{ m/s}$$



11.1 An der Schraubenfeder wird eine Dehnungsarbeit  $W$  verrichtet. Diese Arbeit entspricht der Schwingungsenergie des Systems nach dem Loslassen des Pendelkörpers.



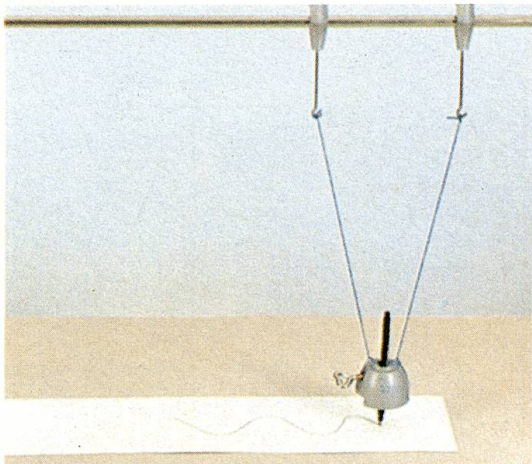
11.2 Die Energieumwandlungen bei einer harmonischen Schwingung



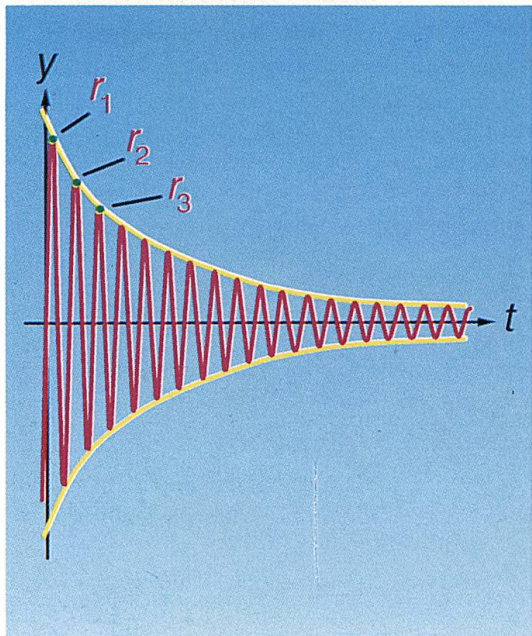
11.3 Die energetischen Verhältnisse bei einer harmonischen Schwingung: Die Schwingungsenergie  $E$  bleibt konstant, kinetische und potentielle Energie werden periodisch ineinander umgewandelt. Dazu die genaue Rechnung:

$$\begin{aligned} (1) E &= E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} \\ (2) E_{\text{pot}} &= \frac{1}{2} \cdot k y^2 = \frac{1}{2} \cdot m r^2 \omega^2 \sin^2 \omega t \\ (3) E_{\text{kin}} &= \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot m r^2 \omega^2 \cos^2 \omega t \\ (1), (2), (3) E &= \frac{1}{2} \cdot m r^2 \omega^2 \cdot (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot m r^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot k r^2 \end{aligned}$$

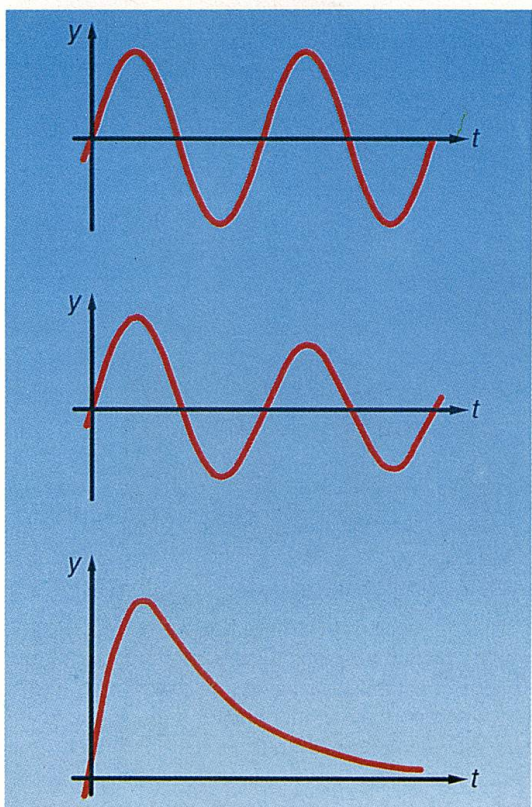




12.1 Aufzeichnung einer gedämpften Pendelschwingung



12.2 Das Verhältnis benachbarter Amplituden ist konstant.



12.3 Ungedämpfte Schwingung (oben); schwach gedämpfte Schwingung (Mitte); starke Dämpfung, aperiodische Schwingung (unten)

## Aufgaben

19. Ein Federpendel mit einer Masse von 300 g besitzt eine Schwingungsenergie von 1,25 J. Mit welcher Geschwindigkeit schwingt es durch die Ruhelage?
20. Ein Federpendel mit einer Masse von 8 kg hat eine Schwingungsdauer von 0,18 s und eine Schwingungsenergie von 196 J. Wie groß ist die Amplitude?
21. Wie muß die Amplitude einer Schwingung geändert werden, damit die Schwingungsenergie doppelt so groß wird?
22. Wie hängt die Frequenz mit der Anzahl der Energieumwandlungen in 1 s zusammen?

## Kontrollfragen

1. Beschreibe die Energieumwandlungen bei einem a) Federschwinger, b) Schwebpendel!
2. Wie kann die Schwingungsenergie eines harmonischen Oszillators berechnet werden?

## 3. Schwingungsanregung

### 3.1 Freie Schwingungen

Wird etwa ein Federpendel aus der Ruhelage ausgelenkt und sich selbst überlassen, so führt es *freie Schwingungen* oder *Eigenschwingungen* mit der *Eigenfrequenz*  $f_0$  durch:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Da es stets Reibungsverluste gibt, wird die Amplitude im Laufe der Zeit immer kleiner.

Jede freie Schwingung ist gedämpft.

### Versuch (Abb. 12.1)

Unter einem schwingenden Pendel, an dessen Pendelkörper sich ein Schreibstift befindet, wird ein Papierstreifen möglichst gleichförmig weggezogen. Wird an den Aufhängefäden des Pendels ein Blatt Papier befestigt, erhöht sich die Dämpfung.

In der Praxis ist der Fall von Bedeutung, daß das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Amplituden konstant ist (Abb.12.2):

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_2}{r_3} = \frac{r_3}{r_4} = \dots = \text{const.}$$

Dieses Amplitudenverhältnis ist ein Maß für die Dämpfung (Abb.12.3).

Je stärker die Dämpfung ist, desto schneller klingt die Schwingung ab.

Bei sehr starker Dämpfung findet gar keine Schwingung mehr statt. Die Bewegung wird aperiodisch. Der schwingende Körper kriecht langsam in die Ruhelage zurück oder überschreitet sie einmal. Eine starke Dämpfung wird z.B. durch die Stoßdämpfer in Fahrzeugen erreicht. Auch bei Zeigermeßgeräten ist eine starke Dämpfung erwünscht.

Die momentane Auslenkung einer schwach gedämpften Schwingung wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$y = r \cdot e^{-\delta t} \sin \omega t$$

Die *Abklingkonstante*  $\delta$  ist ein Maß für die Stärke der Dämpfung.

## Aufgaben

23. Eine Platte mit einer Masse von 1 t liegt auf 6 Federn. Jede einzelne hat eine Federkonstante von  $3,5 \cdot 10^5$  N/m. Auf der Platte befindet sich eine Maschine mit einer Masse von 3 t. Wie groß ist die Eigenfrequenz des Systems?



24. Bei einer gedämpften Schwingung wurden die ersten drei aufeinanderfolgenden Amplituden mit 18,10 cm, 12,00 cm und 8,05 cm gemessen. Wie groß ist die zehnte Amplitude? Hinweis: Berechne aus den Angaben einen Mittelwert für das Amplitudenverhältnis!
25. Ein Federschwinger mit einer Federkonstante von 2 N/cm und einer Masse von 500 g wird um 2,5 cm ausgelenkt und losgelassen. Das Amplitudenverhältnis beträgt 1,25. Welche Energie geht nach einer Schwingung durch die Reibung verloren, und wie groß ist der Leistungsverlust?

### 3.2 Selbststeuerung, selbsterregte Schwingung

Bei einer *ungedämpften Schwingung* bleibt die Amplitude konstant. Um in der Praxis eine ungedämpfte Schwingung zu erhalten, muß die durch Reibung verlorengegangene Energie ständig im richtigen Augenblick zugeführt werden. Wird die Energiezufuhr im Takt der Eigenschwingungen durch den Schwinger selbst gesteuert, spricht man von *Selbststeuerung* oder auch *Rückkopplung*. Die Schwingung wird als *selbsterregt* bezeichnet. Das bekannteste Beispiel dafür ist die Pendeluhr. Als Energiequelle dient ein gehobenes Gewicht oder eine gespannte Feder. Das Pendel selbst steuert über Anker und Steigrad die Energiezufuhr im richtigen Takt (Abb. 13.1 links).

Die Energiezufuhr kann auch durch Reibung erfolgen. Beim Reibungspendel (Abb. 13.1 rechts) sitzen auf einer sich drehenden Welle *W* zwei Klemmbakken, an denen ein Pendel hängt. Wenn sich die Welle zu drehen beginnt, wird das Pendel durch die Haftreibung so weit nach links mitgenommen, bis das rücktreibende Moment größer ist als das Moment der Reibungskraft. Das Pendel schwingt nach rechts zurück. Wenn sich das Pendel nach dem Umkehrpunkt wieder nach links bewegt, wird es durch die Reibungskraft erneut mitgenommen. Auf diese Weise wird auch die Saite einer Violine zum Schwingen gebracht.

### 3.3 Erzwungene Schwingungen, fremderregte Schwingungen

Wird ein schwingungsfähiger Körper nicht durch einen einzigen Anstoß in Schwingungen versetzt, sondern durch eine *äußere, periodisch veränderliche Kraft*, spricht man von *erzwungenen* oder *fremderregten* Schwingungen.

#### Versuch

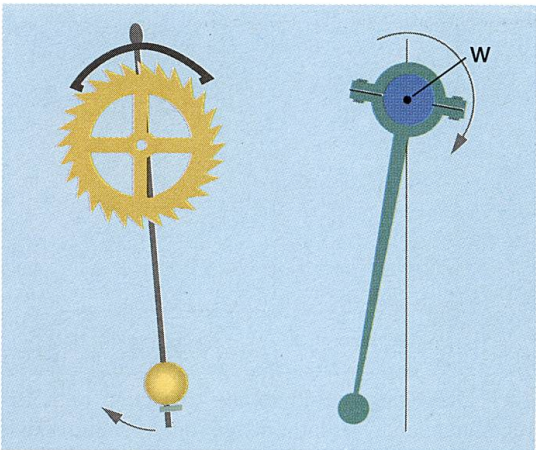
Ein Federpendel wird zuerst durch eine einmalige Auslenkung zu freien Schwingungen angeregt. Es schwingt dabei mit der Eigenfrequenz  $f_0$ . Dann wird es in einem zweiten Versuch durch einen Erreger zu Schwingungen mit der Erregerfrequenz  $f$  gezwungen (Abb. 13.2). Als Erreger kann zum Beispiel ein Motor mit Exzenter verwendet werden (Abb. 13.3).

Stellt man die Amplitude der erzwungenen Schwingungen (des Oszillators) in Abhängigkeit von der Erregerfrequenz dar, erhält man die *Resonanzkurve* (Abb. 13.4).

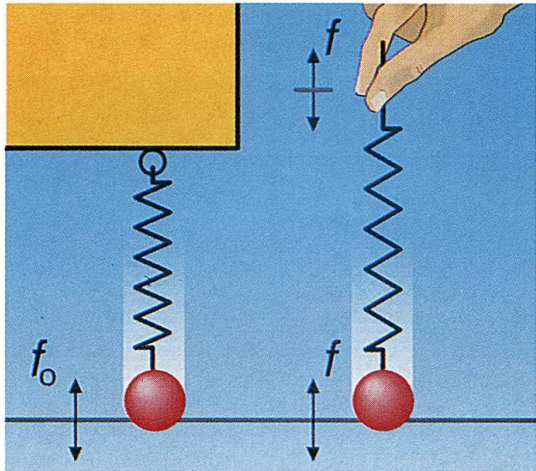
Bei sehr kleiner Erregerfrequenz ( $f < f_0$ ) schwingt der Oszillator mit der Amplitude des Erregers. Mit Zunahme der Erregerfrequenz steigt die Amplitude des Oszillators an. Ist die Erregerfrequenz gleich der Eigenfrequenz des Oszillators, spricht man von *Resonanz*. Im Resonanzfall erreicht die Amplitude ein Maximum. Steigt die Erregerfrequenz weiter an ( $f > f_0$ ), nimmt die Amplitude wieder ab. Der Oszillator kann den hohen Frequenzen der äußeren Kraft nicht mehr folgen.

Bei der erzwungenen Schwingung schwingt der Oszillator mit der Erregerfrequenz. Stimmen Eigenfrequenz und Erregerfrequenz überein, tritt Resonanz auf. Die Amplitude kann dabei sehr hohe Werte annehmen.

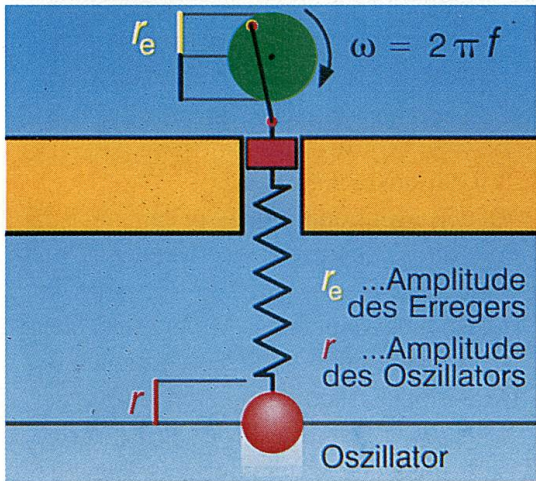
Bei kleinen Erregerfrequenzen ( $f < f_0$ ) schwingt der Oszillator phasengleich mit dem Erreger. Das heißt, die Feder wirkt wie eine starre Verbindung. Ist die Erregerfrequenz  $f > f_0$ , dann sind die Bewegungen von Oszillator und Erreger gegenphasig: Der Oszillator läuft dem Erreger um eine halbe Periode nach. Im



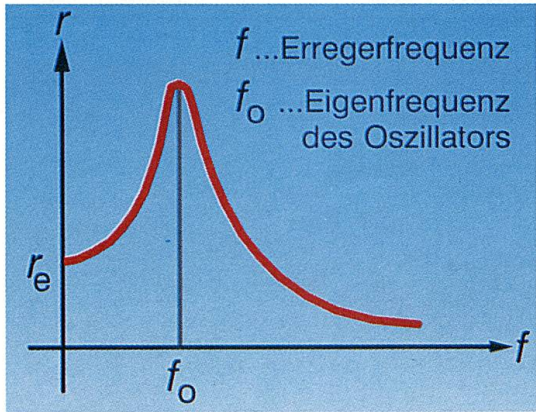
13. 1 Pendel mit Anker und Steigrad (links), Reibungspendel (rechts).



13.2 Eine freie Schwingung mit der Eigenfrequenz  $f_0$  (links), eine erzwungene Schwingung mit der Erregerfrequenz  $f$  (rechts)

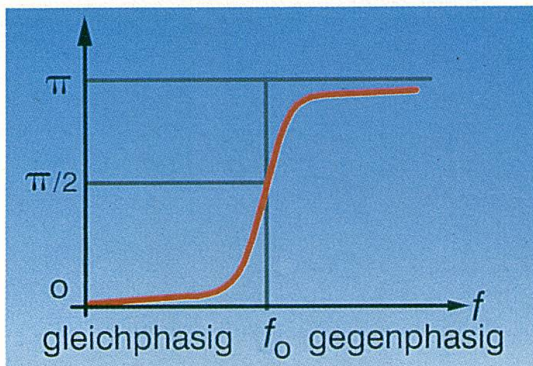


13.3 Eine erzwungene Schwingung - der Erreger ist ein Motor mit Exzenter.

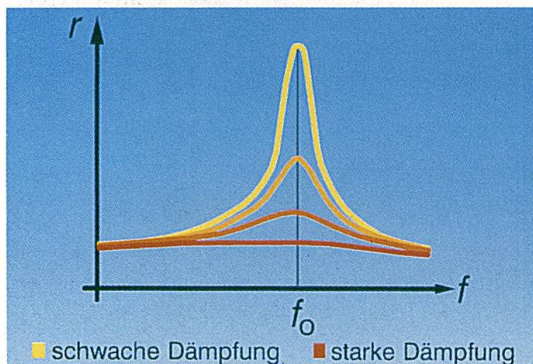


13.4 Resonanzkurve einer erzwungenen Schwingung

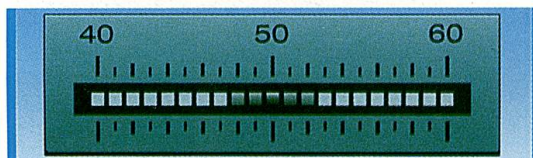




14.1 Die Phasenverschiebung zwischen dem Erreger und dem Oszillator hängt vom Verhältnis zwischen Eigen- und Erregerfrequenz ab. Am Beginn der erzwungenen Schwingung führt der Oszillator unregelmäßige Bewegungen durch. Erst nach der Einschwingzeit schwingt er mit der Erregerfrequenz.



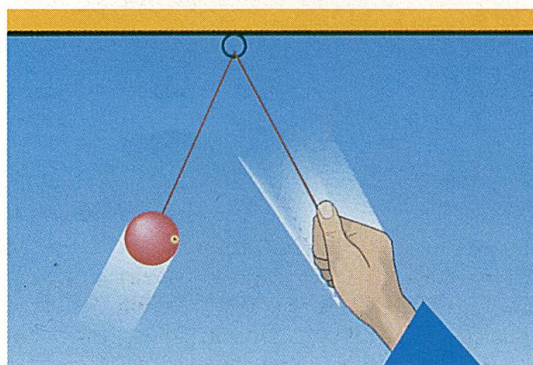
14.2 Resonanzkurven bei verschiedenen Dämpfungen



14.3 Zungenfrequenzmesser

#### Vibrationstachometer

Den Zungenfrequenzmesser kann man als *Vibrationstachometer* verwenden. Man drückt den Frequenzmesser gegen das Gehäuse eines laufenden Motors und überträgt so die periodischen Vibrationen des Motorblocks auf den Frequenzmesser. Dabei wird nur jene Feder zu Resonanzschwingungen angeregt, deren Eigenfrequenz mit der Erregerfrequenz übereinstimmt.



14.4 Dem schwingenden System wird Pumpenergie zugeführt.

Resonanzfall ( $f = f_0$ ) läuft der Oszillator dem Erreger um eine Viertelperiode nach (Abb. 14.1).

Die Größe der Resonanzamplitude und die Form der Resonanzkurve hängen von der Stärke der Dämpfung ab. Je geringer die Dämpfung des Oszillators ist, desto spitzer (steiler) und höher ist die Resonanzkurve (Abb. 14.2).

Resonanzerscheinungen spielen in Physik und Technik eine große Rolle. Der *Zungenfrequenzmesser* (Abb. 14.3) enthält eine Reihe von verschiedenen langen Zungen. Jede Zunge besitzt je nach ihrer Länge eine ganz bestimmte Eigenfrequenz. Werden die Zungen mechanisch oder elektromechanisch zum Schwingen gebracht, so schwingt jene Zunge am stärksten, deren Eigenfrequenz mit der Erregerfrequenz übereinstimmt. In elektrischen Schwingkreisen spielt die Resonanz bei der Schwingungserzeugung und beim Empfang von elektromagnetischen Wellen eine große Rolle. (So werden nur jene Wellen empfangen, deren Frequenz mit der Eigenfrequenz des Empfängers übereinstimmt. Auf diese Weise werden Störungen durch "unerwünschte" Wellen verhindert.)

Resonanzerscheinungen machen sich im täglichen Leben oft bemerkbar. Denn praktisch jeder Körper ist ein schwingungsfähiges Gebilde mit meist mehreren Eigenfrequenzen (Resonanzfrequenzen). Vorbeifahrende Autos können ein Klirren von Fensterscheiben verursachen. In Fahrzeugen hört man bei bestimmten Motordrehzahlen ein Mitschwingen verschiedener Teile. Es kann auch vorkommen, daß die Amplitude im Resonanzfall so große Werte annimmt, daß es zu Zerstörungen kommt. Man spricht dann von einer *Resonanzkatastrophe*. Aus diesem Grund darf eine größere Gruppe von Personen nicht im Gleichschritt über eine Brücke marschieren. Aber auch Windstöße in gleichen Abständen können Brücken zum Einsturz bringen.

Alle Maschinen übertragen durch kleine Unregelmäßigkeiten im Lauf Schwingungen auf ihre Umgebung. So darf die Frequenz (Drehzahl) eines Motors nicht mit der Eigenfrequenz des Fundaments oder anderer verbundener Teile zusammenfallen. Oft ist auch ein Abschirmen von Schwingungen nötig. Dies kann durch Einbau federnder Zwischenglieder erreicht werden. So müssen auch empfindliche Meßgeräte erschütterungsfrei aufgestellt werden.

### 3.4 Parametrische Schwingungsanregung

Die Frequenz eines schwingenden Systems ist von bestimmten Größen, den *frequenzbestimmenden Parametern* abhängig. Die frequenzbestimmenden Parameter eines Fadenpendels sind dessen Länge und die Schwerebeschleunigung.

Eine parametrische Schwingungsanregung liegt vor, wenn ein frequenzbestimmender Parameter periodisch geändert wird.

#### Versuch (Abb. 14.4)

Die Länge eines Fadenpendels wird periodisch geändert. Die Frequenz dieser periodischen Änderung wird doppelt so groß wie die Eigenfrequenz des Pendels gewählt. Man bezeichnet sie als *Pumpfrequenz*. Die zur periodischen Längenänderung erforderliche Energie nennt man *Pumpenergie*. Bei einer Kinderschaukel wird diese parametrische Verstärkung ausgenutzt. Parametrische Systeme werden in der Hochfrequenztechnik und in der Optik verwendet.

### 3.5 Gekoppelte Schwingungen

#### Versuch (Abb. 15.2)

Zwei Stangenpendel mit gleichen Eigenfrequenzen werden durch eine schwache Feder miteinander "gekoppelt". Pendel 1. wird ausgelenkt und losgelassen. Nach kurzer Zeit beginnt auch Pendel 2 mit wachsender Amplitude zu schwingen. In gleichem Maß nimmt die Amplitude von Pendel 1 ab. Schließlich ist die gesamte Energie von Pendel 1 auf Pendel 2 übertragen. Dann läuft der Vorgang in umgekehrter Richtung ab.



Bei gekoppelten Pendeln wird Schwingungsenergie periodisch ausgetauscht. Der Austausch erfolgt umso schneller, je stärker die Kopplung ist.

Kontrollfragen

- 1. Was ist eine freie Schwingung?
- 2. Was versteht man unter der Eigenfrequenz eines Schwingers?
- 3. Beschreibe das Verhalten einer gedämpften und einer ungedämpften Schwingung.
- 4. In welchen Fällen ist Dämpfung erwünscht, in welchen Fällen ist sie nicht erwünscht?
- 5. Wie kann eine ungedämpfte Schwingung erzeugt werden?
- 6. Welcher Unterschied besteht zwischen einer selbsterregten und einer fremderregten Schwingung?
- 7. Welcher Phasenunterschied besteht zwischen Erreger und Oszillator?
- 8. Beschreibe den Resonanzfall. Welche Bedeutung hat er?
- 9. Welchen Einfluß hat die Dämpfung auf die Resonanzkurve?
- 10. Erkläre die parametrische Schwingungsanregung.
- 11. Wie verhalten sich gekoppelte Pendel?

4. Zusammensetzung von Schwingungen

In der Praxis kommt es sehr oft vor, daß ein Körper gleichzeitig zu mehreren Schwingungsbewegungen gezwungen wird. Das heißt: Es wirken mehrere periodisch veränderliche Kräfte auf ihn ein. Da eine Schwingung ja nur eine spezielle Art von Bewegung ist, gelten die gleichen Gesetze, wie wir sie in der Kinematik für die Überlagerung von Bewegungen kennengelernt haben. Die Einzelschwingungen überlagern sich ungestört. Ihre Auslenkungen müssen vektoriell addiert werden.

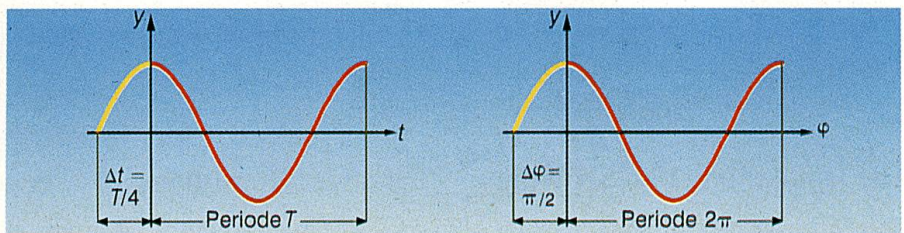
4.1 Bestimmungsgrößen und Darstellung von Schwingungen

Zur Charakterisierung einer ungedämpften Schwingung sind zwei Größen erforderlich: die *Amplitude*  $r$  und die *Frequenz*  $f$  (oder die *Schwingungsdauer*  $T$ ). Sind  $r$  und  $f$  (bzw.  $T$ ) bekannt, läßt sich die Auslenkung  $y$  für jeden beliebigen Zeitpunkt  $t$  angeben:

$$y = r \cdot \sin \omega t = r \cdot \sin 2 \pi f t = r \cdot \sin \frac{2 \pi}{T} t$$

Schwingungen können sich in ihren Amplituden und in ihren Frequenzen unterscheiden (Abb. 15.3 und 15.4).

Vergleicht man zwei Schwingungen, so muß zusätzlich noch angegeben werden, ob sie zur selben Zeit durch die Ruhelage schwingen oder ob ihre Schwingungen gegeneinander verschoben sind. Man spricht dann von einer *Phasenverschiebung* (Abb 15.5). Statt der zeitlichen Verschiebung  $\Delta t$  gibt man meist die Phasenverschiebung  $\Delta \phi$  an (Abb 15.1):

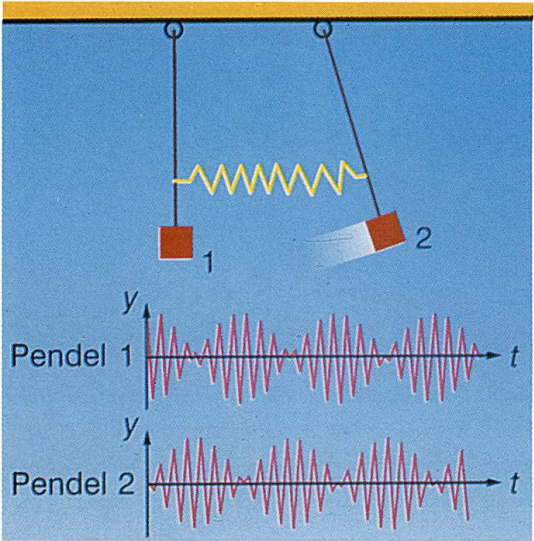


15.1 Der zeitlichen Periode  $T$  entspricht die Phasenperiode  $2 \pi$ .

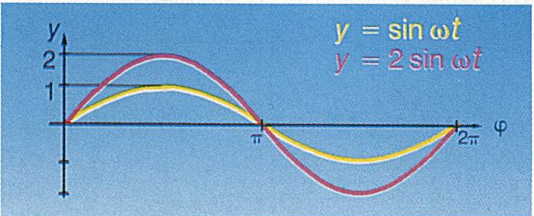
Daraus ergibt sich eine einfache Umrechnung:  $T$  entspricht  $2 \pi$ ,  $T/2$  entspricht  $\pi$ ,  $T/4$  entspricht  $\pi/2$  u.s.w.

Die allgemeine Darstellung zweier Schwingungen lautet:

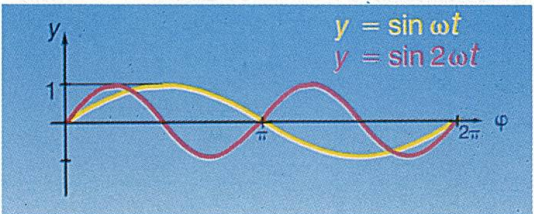
$$y = r_1 \cdot \sin \omega_1 t \qquad y = r_2 \cdot \sin (\omega_2 t + \Delta \phi)$$



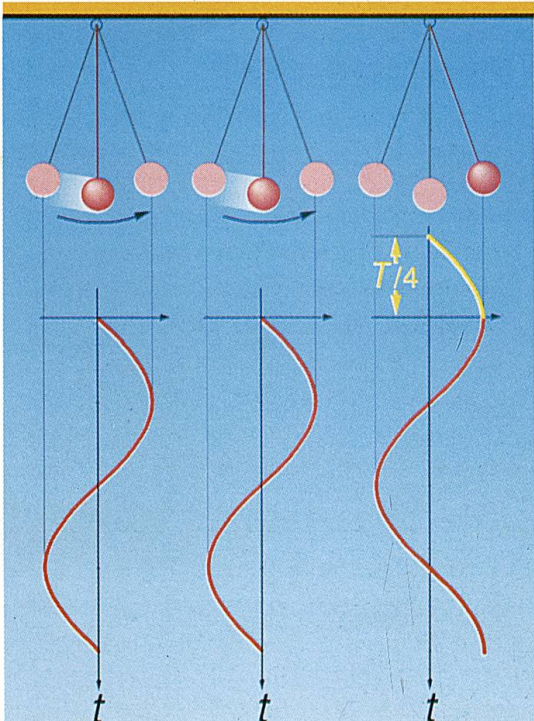
15.2 Eine gekoppelte Schwingung (oben), die Amplituden von Pendel 1 und Pendel 2 im Vergleich (unten)



15.3 Die Amplitude von Schwingung (2) ist doppelt so groß wie die Amplitude von Schwingung (1).

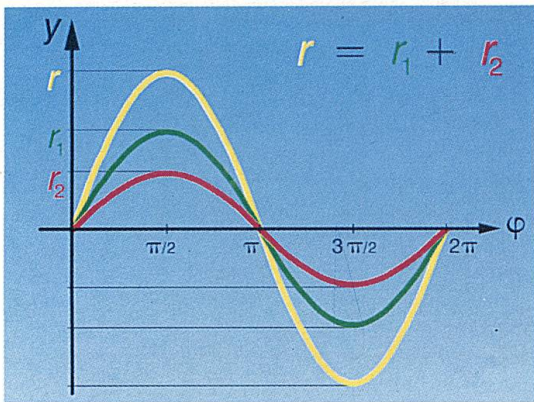


15.4 Die Frequenz von Schwingung (2) ist doppelt so groß wie die Frequenz von Schwingung (1).

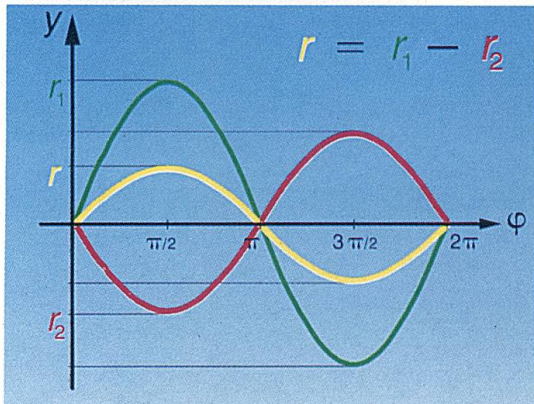


15.5 Pendel 1 und Pendel 2 schwingen gleichzeitig durch die Ruhelage. Die Schwingungen sind *gleichphasig*. Die Phasenverschiebung ist null. Während Pendel 1 gerade durch die Ruhelage schwingt, hat das Pendel 3 den Umkehrpunkt erreicht. Die beiden Schwingungen sind um eine Viertelperiode *phasenverschoben*.

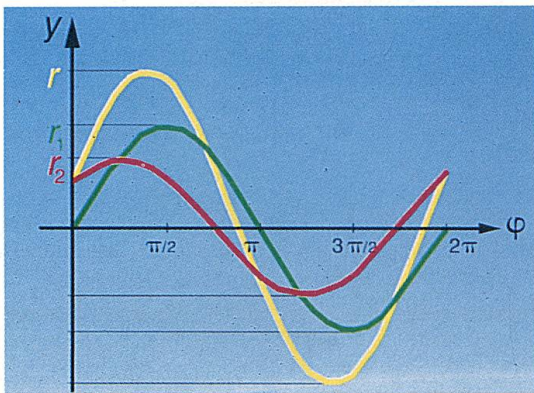




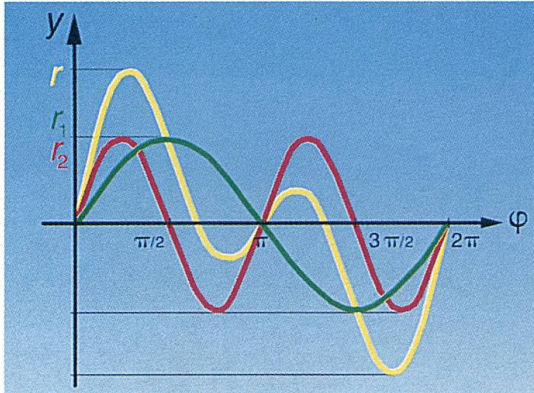
16.1  $f_1 = f_2$ ,  $r_1 \neq r_2$  und  $\Delta\varphi = 0$



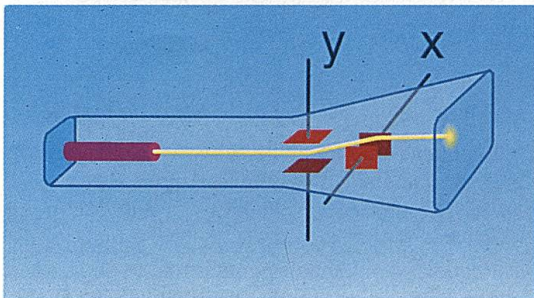
16.2  $f_1 = f_2$ ,  $r_1 \neq r_2$  und  $\Delta\varphi = \pi$



16.3  $f_1 = f_2$ ,  $r_1 \neq r_2$  und  $\Delta\varphi = \pi/4$



16.4  $f_2 = 2f_1$ ,  $\Delta\varphi = 0$



16.5 Schema einer Elektronenstrahlröhre

## 4.2 Zusammensetzung von Schwingungen gleicher Richtung Schwingungen derselben Frequenz: $f_1 = f_2$

- a) Die beiden Schwingungen haben verschiedene Amplituden ( $r_1 \neq r_2$ ), die Phasenverschiebung  $\Delta\varphi = 0$  (Abb.16.1).  
b) Die beiden Schwingungen haben verschiedene Amplituden ( $r_1 \neq r_2$ ), die Phasenverschiebung  $\Delta\varphi = \pi$  (Abb.16.2).

Bei der Überlagerung gleichphasiger Schwingungen tritt maximale Verstärkung auf. Bei der Überlagerung gegenphasiger Schwingungen tritt Schwächung auf. Sind die Amplituden gleich, kommt es zur Auslöschung.

- c) Die beiden Schwingungen haben verschiedene Amplituden ( $r_1 \neq r_2$ ) und die Phasenverschiebung  $\Delta\varphi = \pi/4$  (Abb. 16.3). Allgemein gilt:

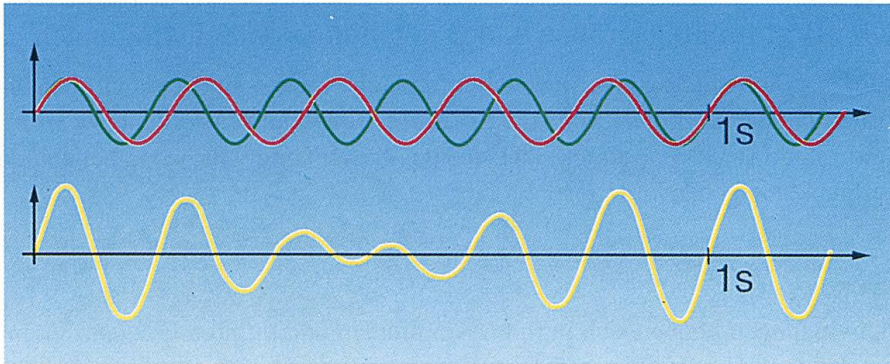
Bei der Überlagerung zweier harmonischer Schwingungen gleicher Frequenz entsteht wieder eine harmonische Schwingung derselben Frequenz. Die Amplitude der resultierenden Schwingung hängt von den Amplituden der Einzelschwingungen und von ihrer Phasenverschiebung ab.

## Schwingungen mit verschiedenen Frequenzen: $f_1 \neq f_2$

- a) Die beiden Schwingungen haben gleiche Amplituden, ihre Phasenverschiebung  $\Delta\varphi = 0$ , das Frequenzverhältnis ist 1 : 2 (Abb. 16.4).

Bei der Überlagerung harmonischer Schwingungen mit verschiedenen Frequenzen, die in einem ganzzahligen Verhältnis stehen, entsteht eine anharmonische (nicht sinusförmige), aber periodische Schwingung.

- b) Ein Sonderfall: Die Frequenzen der beiden Teilschwingungen unterscheiden sich nur sehr wenig (Abb 16.6).



16.6 Ein Beispiel für eine Schwebung:  $f_1 = 6 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = 5 \text{ Hz}$ ,  $r_1 = r_2$

Die resultierende Schwingung besitzt die Mittenfrequenz  $1/2 \cdot (f_1 + f_2)$ . Ihre Amplitude ändert sich mit der Frequenz  $\Delta f = |f_1 - f_2|$ , die als *Schwebungsfrequenz* bezeichnet wird.

Bei der Überlagerung von Schwingungen mit geringem Frequenzunterschied entsteht eine Schwebung. Das An- und Abschwellen der Amplitude erfolgt mit der Schwebungsfrequenz.

## Die Darstellung von Schwingungen am Oszilloskop

Die Elektronenstrahlröhre eines Oszilloskops ist ein evakuiertes Glasrohr. In der Elektronenkanone werden Elektronen freigesetzt, gebündelt und beschleunigt. Trifft dieser Elektronenstrahl auf die Leuchtschicht des Schirmes, dann leuchtet der getroffene Punkt auf. Durch zwei Plattenpaare kann der Elektronenstrahl in x- und y-Richtung abgelenkt werden (Abb. 16.5).

Wird an das vertikale Plattenpaar (y) eine Wechselspannung der Frequenz  $f$  angelegt, bewegt sich der Elektronenstrahl mit dieser Frequenz  $f$  auf und ab.



Am Schirm ist ein senkrechter leuchtender Strich zu sehen (Abb 17.2). Nur bei kleiner Frequenz kann man die Auf- und Abbewegungen des Strahles auch verfolgen. Wechselströme sind elektrische Schwingungen. Der Wechselspannung  $U = U_0 \cdot \sin \omega t$  entspricht die Schwingung  $y = r \cdot \sin \omega t$ .

Dieser Strich am Schirm lässt sich vergleichen mit dem Strich, der durch einen schwingenden Stimmgabelzinken auf einer beruhten Glasplatte aufgezeichnet werden kann. Wird die beruhte Glasplatte jedoch unter dem Stimmgabelzinken gleichförmig bewegt, dann werden die Schwingungen "auseinandergezogen". Das gleiche erreicht man beim Oszilloskop, wenn an das horizontale Plattenpaar eine sogenannte *Zeitablenkspannung* gelegt wird. Diese Spannung bewegt den Elektronenstrahl in horizontaler Richtung und zieht damit die Schwingungen auseinander (Abb. 17.3). Die Zeitablenkspannung wird im Gerät selbst erzeugt und kann ein- oder ausgeschaltet werden.

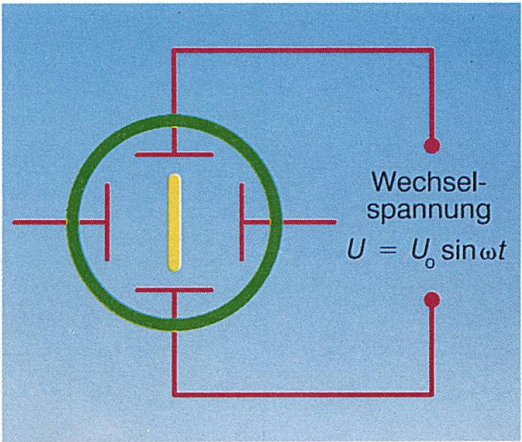
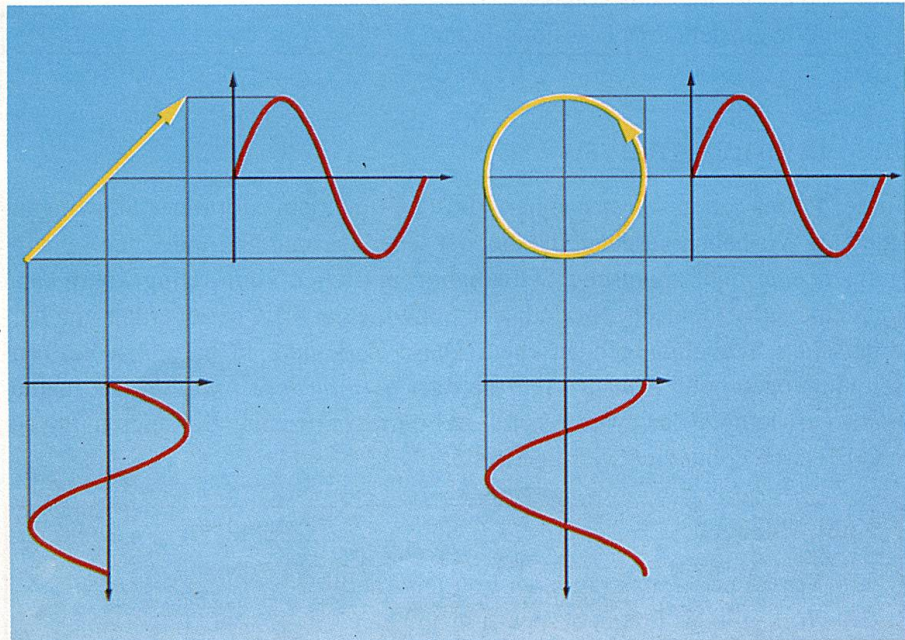
### Versuch (Abb. 17.4)

Eine von zwei gleichartigen Stimmgabeln bekommt eine kleine Zusatzmasse aufgesetzt und schwingt daher mit einer etwas geringeren Frequenz. Im Mikrofon werden die mechanischen Schwingungen in elektrische Schwingungen (Wechselspannungen) umgewandelt. Die Ausgangsspannung des Mikrofons wird an das Y-Plattenpaar des Oszilloskops gelegt. Werden beide Stimmgabeln gleichzeitig angeschlagen, hören wir einen an- und abschwellenden Ton und sehen am Schirm des Oszilloskops das Bild der Schwebung.

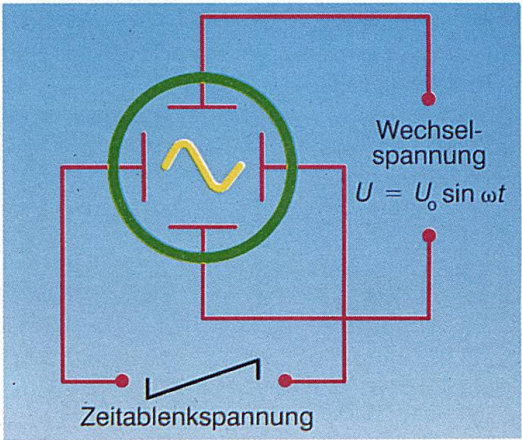
### 4.3 Zusammensetzung zweier Schwingungen, die aufeinander normal stehen (Lissajous-Figuren)

Die Masse schwingt in  $y$ -Richtung mit der Amplitude  $r_y$  und der Frequenz  $f_y$  und in  $x$ -Richtung mit der Amplitude  $r_x$  und der Frequenz  $f_x$  (Abb. 17.5 oben). Zwischen den beiden Teilschwingungen kann auch eine Phasenverschiebung  $\Delta\phi$  auftreten. Wird die Masse zu beiden Schwingungen angeregt, so überlagern sich die beiden vektoriell zu einer resultierenden Schwingung. Das dabei entstehende Schwingungsbild heißt *Lissajous-Figur*. Legt man an die beiden Plattenpaare des Oszilloskops bei abgeschalteter Zeitablenkung jeweils eine Wechselspannung, dann kann man am Schirm ebenfalls eine Lissajous-Figur beobachten (Abb. 17.5 unten). Als Beispiele für Lissajous-Figuren siehe die Abbildungen 17.1, 18.1 und 18.2!

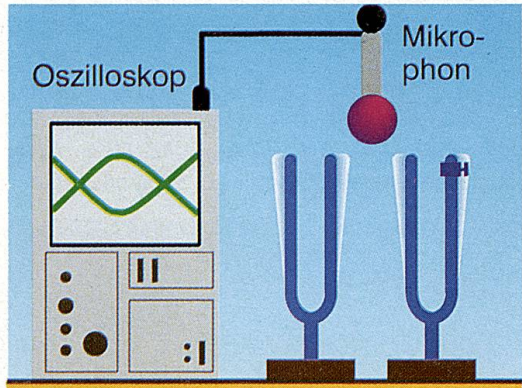
17.1 links:  $r_x = r_y, \Delta\phi = 0, f_x = f_y$  - es entsteht eine *lineare Schwingung*;  
rechts:  $r_x = r_y, \Delta\phi = \pi/2, f_x = f_y$  - es entsteht eine *zirkulare Schwingung*.



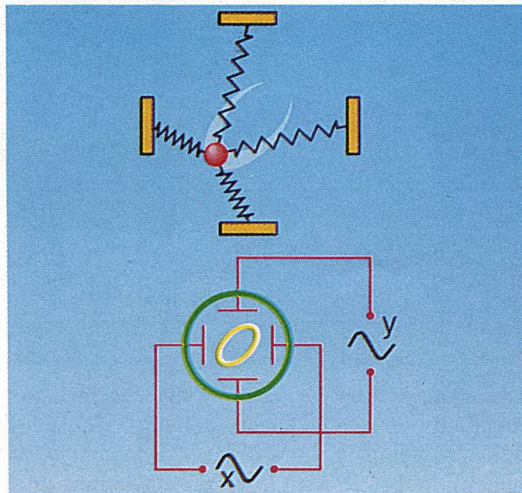
17.2 Der Elektronenstrahl bewegt sich mit der Frequenz  $f$  auf und ab.



17.3 Durch eine Zeitablenkspannung wird die Schwingung "auseinandergezogen".

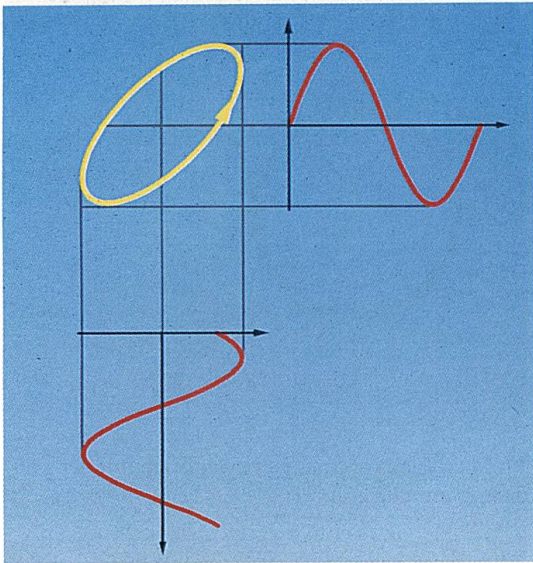


17.4 Darstellung einer Schwebung am Schirm eines Oszilloskops

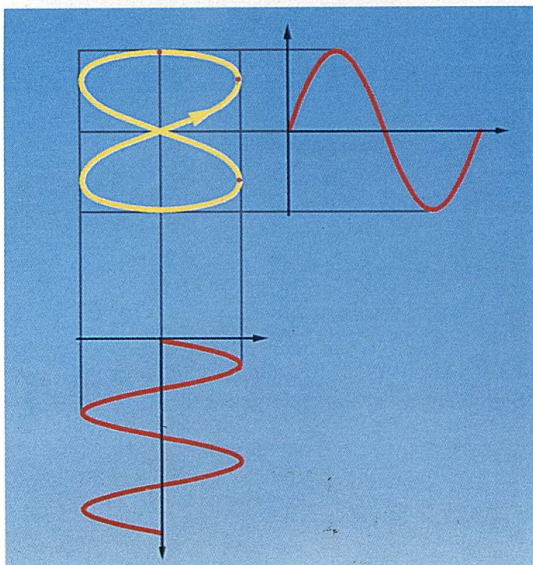


17.5 Eine Lissajous-Figur entsteht, wenn beide Schwingungen normal aufeinander stehen.

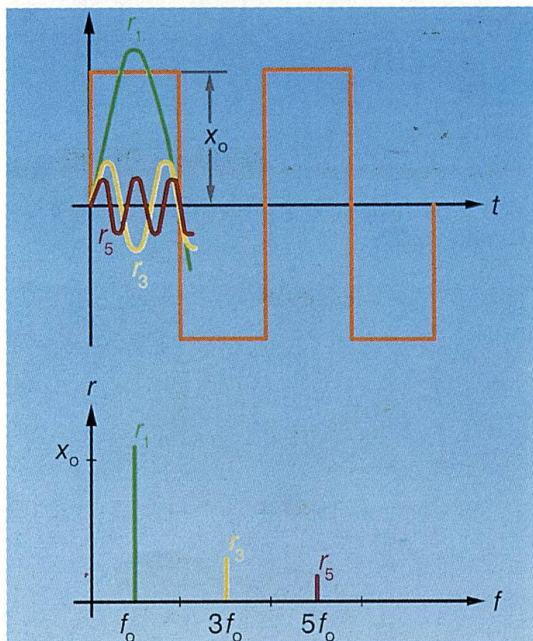




18.1  $r_x = r_y, \Delta\phi = \pi/4, f_x = f_y$  - es entsteht eine elliptische Schwingung.



18.2  $r_x = r_y, \Delta\phi = 0, f_x = 2f_y$  - ist das Frequenzverhältnis rational, entsteht eine geschlossene Figur.



18.3 Fourier-Analyse einer Rechteckschwingung (oben). Eine vereinfachte Darstellung der einzelnen Teilschwingungen liefert das *Frequenzspektrum* (unten). In diesem wird jede Teilschwingung durch eine senkrechte Linie dargestellt. Deren Länge ist durch die Amplitude bestimmt und deren Lage auf der Abszisse durch die Frequenz.

Bei den Überlagerungen in Abb. 17.1 und 18.1 sind nicht nur die Amplituden der beiden Teilschwingungen gleich groß, sondern auch die Frequenzen. Bei der Überlagerung in Abb. 18.2 ist das Frequenzverhältnis ganzzahlig.

Bei Überlagerung gleichfrequenter Schwingungen, die aufeinander normal stehen, entsteht im allgemeinen eine elliptische Schwingung. Als Sonderfälle können eine lineare oder eine zirkulare Schwingung auftreten.

Ist das Frequenzverhältnis ganzzahlig, entsteht eine geschlossene Figur. Denkt man sich die Lissajous-Figur in ein Rechteck eingeschlossen, so ist das Verhältnis der Anzahl der Berührungspunkte benachbarter Seiten gleich dem Frequenzverhältnis. Dies nützt man zur Frequenzmessung.

### Aufgaben

26. Welche Phasenverschiebung besteht zwischen zwei Schwingungen, wenn ihre zeitliche Verschiebung  $\Delta t = 3T/8$  beträgt?

27. Zeichne die Überlagerung zweier Schwingungen in gleicher Richtung.

a)  $r_1 = 2r_2, f_2 = 3f_1, \Delta\phi = 0$

b)  $r_2 = 2r_1, f_1 = f_2, \Delta\phi = \pi/2$

28. Zeichne die Überlagerung zweier Schwingungen, die aufeinander normal stehen.

a)  $r_x = r_y, f_x = f_y, \Delta\phi = 3\pi/2$

b)  $r_y = 2r_x, f_x = f_y, \Delta\phi = \pi/2$

c)  $r_x = r_y, f_y = 3f_x, \Delta\phi = 0$

29. Unter welchen Bedingungen entsteht bei der Überlagerung aufeinander normalstehender Schwingungen eine a) lineare, b) zirkulare, c) elliptische Schwingung?

30. Fertige ein Computerprogramm an, das die Überlagerung zweier Schwingungen grafisch darstellt!

31. Unter welchen Bedingungen kommt es bei der Überlagerung zweier gleichgerichteter Schwingungen a) zur Auslöschung, b) zur maximalen Verstärkung?

32. Zur Erzeugung einer Schwebung werden zwei 440-Hz-Stimmgabeln verwendet. Um wieviel Hz muß eine Stimmgabel "verstimmt" werden, damit eine Schwebung 2 s dauert?

### Kontrollfragen

1. Durch welche Bestimmungsstücke müssen zwei Schwingungen zum Zwecke der Überlagerung charakterisiert werden?
2. Was versteht man unter der Phasenverschiebung?
3. Was ist eine Schwebung?
4. Wie entsteht eine Lissajous-Figur?

## 5. Fourier-Analyse

In der Praxis treten fast nur anharmonische (nicht sinusförmige) Schwingungen auf. Wir haben gesehen, daß bei der Überlagerung harmonischer Schwingungen eine anharmonische Schwingung entstehen kann. Umgekehrt kann man eine anharmonische, periodische Schwingung als Überlagerung von harmonischen Schwingungen ansehen. Diese Zerlegung in harmonische Teilschwingungen heißt *Fourier-Analyse* oder *harmonische Analyse*. Die mathematische Methode dazu wurde von J. B. Fourier entwickelt. Sie spielt in Physik und Elektrotechnik eine wichtige Rolle.

### Kontrollfragen

1. Was versteht man unter der Fourier-Analyse?
2. Was gibt das Frequenzspektrum an?



Akustik ist die Lehre vom Schall. Im engeren Sinn ist Schall eine Empfindung, die durch das Ohr vermittelt wird. Verursacht wird dieser Sinneseindruck durch die auf das Ohr auftreffenden *Schallwellen* in einem bestimmten Frequenzbereich. Im weiteren Sinn faßt man unter Schall alle mechanischen Wellen beliebiger Frequenz zusammen. Breiten sich mechanische Störungen oder Schwingungen in einem beliebigen Medium aus, dann spricht man von einer *mechanischen Welle* oder *Schallwelle*. Der Körper, in dem sich Wellen ausbreiten, wird als *Medium* bezeichnet. Beispiele für mechanische Wellen sind: Sprache, Musik, Geräusche, Wasseroberflächen- und Erdbebenwellen.

Im Gegensatz zu mechanischen Wellen benötigen *elektromagnetische Wellen* kein Medium. Die wichtigsten Beispiele für diese Wellen sind Licht und Radiowellen. Die grundlegenden Eigenschaften von Wellen gelten sowohl für mechanische als auch für elektromagnetische Wellen.

6. Entstehung und Beschreibung von Wellen

6.1 Entstehung einer eindimensionalen Welle

Versuch (Abb. 19.2)

Ein gespanntes Seil oder eine langgestreckte Feder wird nahe einer Einspannstelle kurz angeschlagen. Eine "Ausbuchtung" läuft das Seil entlang. Die Ausbuchtung ist quer zur Ausbreitungsrichtung, daher spricht man von einer *Quer- oder Transversalwelle*. Die durch das Anschlagen des Seiles erzeugte "Ausbuchtung" ist eine Störung des Gleichgewichtszustandes.

Versuch (Abb. 19.3)

Wird eine Schraubenfeder kurzzeitig zusammengedrückt, wandert eine Störung in Form einer *Verdichtung* die Feder entlang. Da die Störung längs der Fortpflanzungsrichtung erzeugt wurde, spricht man von einer *Längs- oder Longitudinalwelle*.

Jede auf einen Körper einwirkende Störung pflanzt sich mit einer für das Material charakteristischen Ausbreitungsgeschwindigkeit fort. Man spricht von einer fortschreitenden Welle.

Wichtiger als die Fortpflanzung einer kurzen, einmaligen Störung ist die Fortpflanzung von *periodischen Schwingungen*. Dies läßt sich z. B. an elastisch gekoppelten Pendeln beobachten.

Versuch

Wird das erste Pendel einer Pendelkette zu einer Querschwingung angeregt, breitet sich eine Transversalwelle aus (Abb. 19.4). Wird es zu einer Längsschwingung angeregt, breitet sich eine Longitudinalwelle aus (Abb. 19.5).

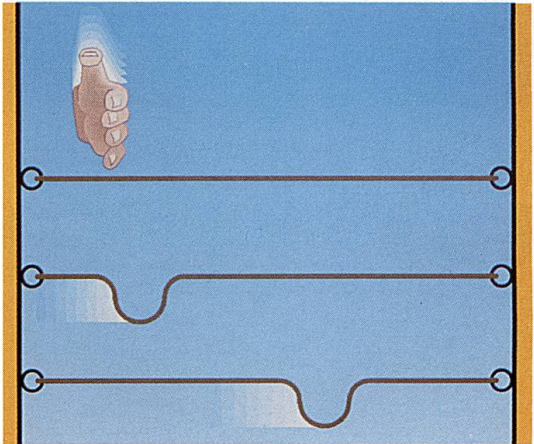
Die Geschwindigkeit, mit der die einzelnen Pendelkörper um die Ruhelage schwingen, heißt *Schnelle*. Sie darf nicht mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle selbst verwechselt werden. Wird das erste Pendel in Schwingungen versetzt, pflanzen sich diese und damit auch Schwingungsenergie von Pendel zu Pendel fort. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit *c* hängt von der Stärke der Kopplung ab. Die Gesamtheit aller Pendelbewegungen ergibt die fortschreitende Welle. Dabei schwingt jeder einzelne Pendelkörper nur um seine Ruhelage, es erfolgt kein Massentransport entlang der Fortpflanzungsrichtung.

Bei einer fortschreitenden Welle wird Energie, aber keine Masse transportiert.

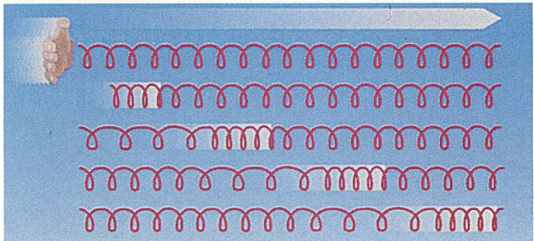
Die schwingungsfähigen, elastisch miteinander gekoppelten Pendelmassen sind für uns ein Modell für die atomaren Teilchen eines festen Körpers.



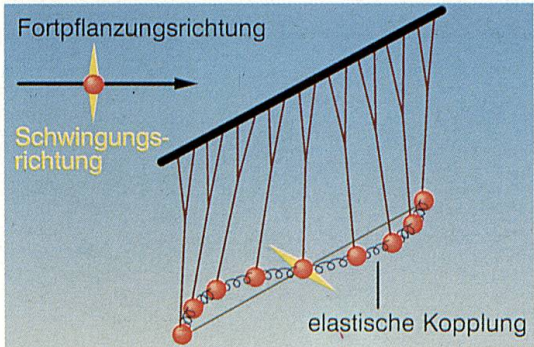
19.1 Konzert eines Jugendorchesters - ein höchst komplexes akustisches Ereignis



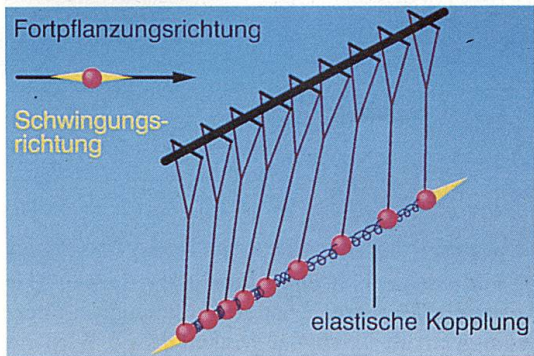
19.2 Beispiel einer Transversalwelle: Eine Störung pflanzt sich entlang eines Seiles fort.



19.3 Beispiel einer Longitudinalwelle: Eine Verdichtung pflanzt sich entlang einer Schraubenfeder fort.

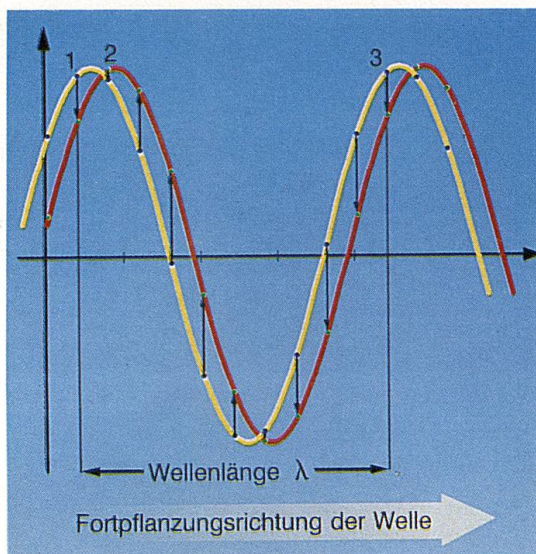


19.4 Elastisch gekoppelte Pendel zur Erzeugung einer Transversalwelle

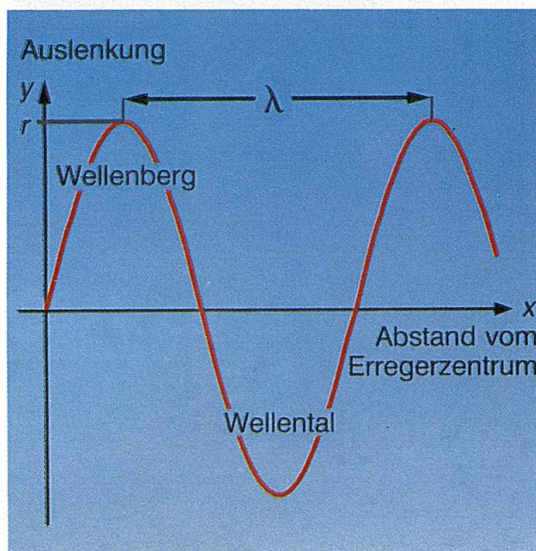


19.5 Elastisch gekoppelte Pendel zur Erzeugung einer Longitudinalwelle

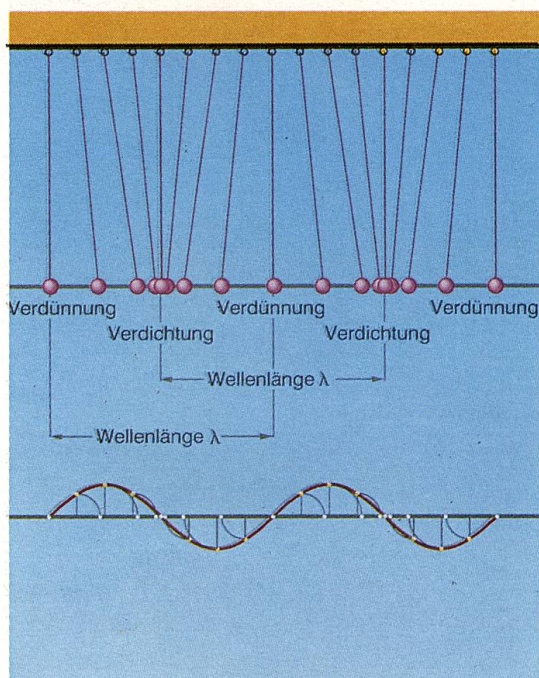




20.1 Fortpflanzung einer harmonischen Transversalwelle



20.2 Momentanbild einer Transversalwelle: Der Abstand zweier benachbarter Wellenberge entspricht der Wellenlänge  $\lambda$ .



20.3 Momentanbild einer Longitudinalwelle: Der Abstand zweier benachbarter Verdichtungen (Verdünnungen) entspricht der Wellenlänge  $\lambda$ . Wird die Schwingungsebene einer Transversalwelle um  $90^\circ$  gedreht, geht diese in eine Longitudinalwelle über.

## Momentanbilder der Transversalwelle

Die gedachte Verbindungslinie aller schwingenden Teilchen ist eine Sinuslinie. Betrachtet man die Momentanbilder der schwingenden Teilchen in kurzen Zeitabständen (Abb. 20.1), dann hat man den Eindruck, daß sich diese Sinuslinie in die Fortpflanzungsrichtung verschiebt. Man spricht daher von einer *harmonischen* oder *sinusförmigen* Welle.

Die Schwingungen benachbarter Teilchen sind phasenverschoben (Teilchen 1 und Teilchen 2 im Bild). Es gibt aber auch Teilchen, die sich im gleichen Schwingungszustand befinden, also phasengleich schwingen (Teilchen 1 und Teilchen 3 im Bild).

Der Abstand zweier nächstliegender Teilchen im gleichen Schwingungszustand heißt *Wellenlänge*  $\lambda$ .

## Momentanbilder der Longitudinalwelle

Ein Momentanbild einer Longitudinalwelle erhält man am einfachsten dadurch, daß man zuerst ein Momentanbild der Transversalwelle zeichnet und dann die momentanen Auslenkungen um  $90^\circ$  dreht. Damit kann eine Longitudinalwelle formal wie eine Transversalwelle dargestellt werden. Die Teilchen selbst schwingen entlang ihrer Verbindungslinie. An bestimmten Stellen kommt es zu *Verdichtungen*, an anderen Stellen zu *Verdünnungen*. Diese Verdichtungen und Verdünnungen breiten sich aus. Wieder ist die Wellenlänge  $\lambda$  durch benachbarte Teilchen im selben Schwingungszustand bestimmt. So entspricht etwa der Abstand zweier benachbarter Verdichtungen oder Verdünnungen der Wellenlänge  $\lambda$ . An den Verdichtungsstellen bewegen sich die Teilchen in Ausbreitungsrichtung, an den Verdünnungsstellen in Gegenrichtung.

Pflanzt sich eine harmonische Schwingung durch elastische Kopplung von Teilchen zu Teilchen fort, dann entsteht auch eine harmonische Welle.

## Zusammenhang zwischen Frequenz, Wellenlänge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit

Die einzelnen Teilchen führen harmonische Schwingungen um ihre Ruhelage mit der *Frequenz*  $f$  aus. Die Schwingungsdauer  $T = 1/f$  ist die Zeit für eine volle Schwingung. Während dieser Zeit hat sich ein Wellenberg (oder eine Verdichtung) um die Wellenlänge  $\lambda$  weiterbewegt. Für jede gleichförmige Bewegung gilt  $s = v \cdot t$ . Entsprechend gilt für die Wellenlänge  $\lambda$ :

$$\lambda = c T$$

Mit  $T = 1/f$  erhält man schließlich:

$$c = \lambda f$$

Dieser wichtige Zusammenhang gilt für jede Welle.

## Die Auslenkung einer harmonischen Welle

Jedes Teilchen führt harmonische Schwingungen um seine Ruhelage durch. Für die Auslenkung  $y$  von Teilchen 1 (Abb. 21.1) gilt:

$$y = r \cdot \sin \omega t$$

Teilchen 2 befindet sich im Abstand  $\Delta x$  vom Teilchen 1 und erreicht die gleiche Auslenkung  $y$  wie das Teilchen 1 um den Zeitabschnitt  $\Delta t$  später. Für die Auslenkung  $y$  von Teilchen 2 gilt daher:

$$y = r \cdot \sin \omega (t - \Delta t) \quad \text{und} \quad - \text{ da } \Delta t = \Delta x / c -$$

$$y = r \cdot \sin \omega \left( t - \frac{\Delta x}{c} \right)$$



Wählt man als Ausgangspunkt für den Abstand  $\Delta x$  den Ursprung des Koordinatensystems, dann kann man  $\Delta x = x$  und  $\Delta t = t$  setzen und erhält:

$$y = r \cdot \sin \omega \left( t - \frac{x}{c} \right)$$

Auslenkung  $y$  des Teilchens im Abstand  $x$  vom Ursprung zum Zeitpunkt  $t$

### Diskussion der Gleichung

a) Betrachtet man ein bestimmtes Teilchen, dann ist  $x = \text{const.}$ , und die Gleichung beschreibt die harmonischen Schwingungen des Teilchens durch seine Ruhelage (Abb. 21.2). Die Schwingungsdauer  $T$  ist die *zeitliche Periode* der Welle. Meist wird aber die Frequenz  $f = 1/T$  angegeben.

b) Betrachtet man alle Teilchen in einem bestimmten Augenblick, dann gilt  $t = \text{const.}$  Die Gleichung beschreibt eine Sinuslinie, auf der die einzelnen Teilchen in diesem Augenblick liegen (Abb. 21.3). Die Wellenlänge  $\lambda$  ist die *räumliche Periode* der Welle.

Ursache einer Welle ist eine Störung der Gleichgewichtslage der Teilchen. Der Ausgangspunkt einer Welle wird als *Erreger*, *Erregerzentrum*, *Quelle* oder als *Sender* bezeichnet.

Die Frequenz der Welle wird durch den Erreger bestimmt und bleibt während der Ausbreitung konstant.

### Aufgaben

33. Welcher Phasenunterschied besteht zwischen einem Teilchen, das gerade die größte Auslenkung erreicht hat, und einem, das gerade durch die Ruhelage schwingt. (Achtung: Die Aufgabe hat nicht nur eine einzige Lösung!)

34. Über eine Pendelkette pflanzt sich eine Transversalwelle mit einer Geschwindigkeit  $c = 10 \text{ cm/s}$  fort. Die Wellenlänge  $\lambda$  beträgt  $8 \text{ cm}$ . Wie groß ist die Schwingungsdauer der Pendel?

35. Eine Transversalwelle hat eine Frequenz von  $2 \text{ Hz}$  und breitet sich mit  $8 \text{ m/s}$  aus. Um welches Stück wandert die Welle weiter, während ein Teilchen von der Ruhelage aus die größte Auslenkung erreicht?

36. Die Gleichung einer fortschreitenden Welle lautet:

a)  $y = 0,05 \sin 8\pi \left( t - x/2,5 \right)$       b)  $y = 0,02 \sin (4\pi t - 8\pi x)$

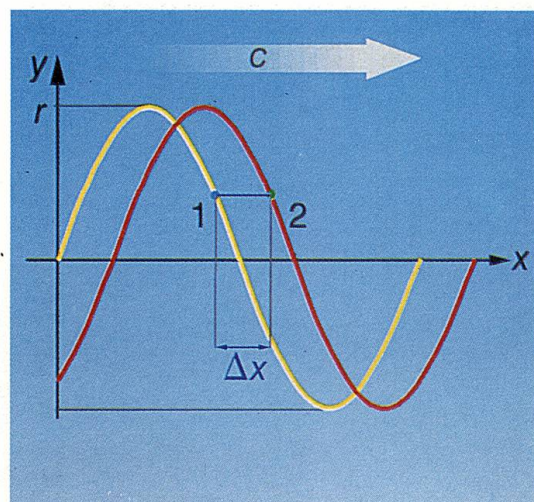
Wie groß sind die Amplitude, die Frequenz, die Wellenlänge und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit?

37. Welche Frequenz und welche Wellenlänge besitzt eine Welle mit einer Fortpflanzungsgeschwindigkeit von  $2 \text{ m/s}$ , deren Auslenkung zum Zeitpunkt  $t = 2 \text{ s}$  in  $2,5 \text{ m}$  Entfernung vom Erregerzentrum gleich der halben Amplitude ist? Wie lautet die Gleichung der Welle, wenn die Amplitude  $5 \text{ cm}$  beträgt?

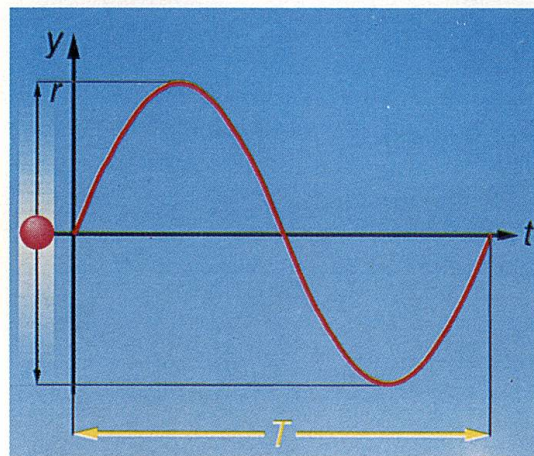
38. Mit Federn aneinandergeschlossene Wagen können als Modell für die Fortpflanzung einer longitudinalen Störung betrachtet werden. Durch welche Größen wird die Ausbreitungsgeschwindigkeit bestimmt?

## 6.2 Schallwellen in festen, flüssigen und gasförmigen Stoffen

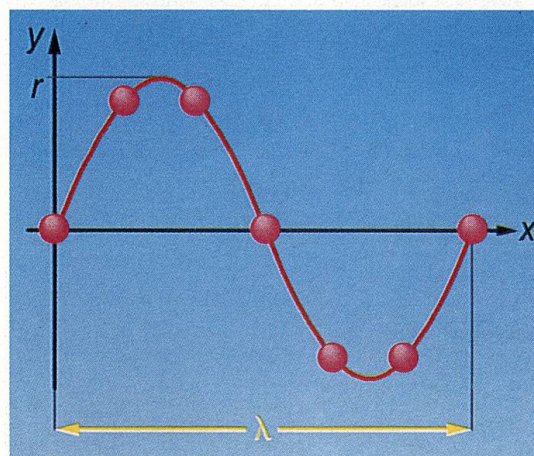
Körper aller Aggregatzustände besitzen eine Volumselastizität. Daher können sich Longitudinalwellen in festen, flüssigen und gasförmigen Körpern ausbreiten. Sie werden auch als *Dichtewellen* (Abb. 22.1) bezeichnet. Bei einer Transversalwelle, etwa entlang eines Seiles, kommt es zu einer Formänderung. Transversalwellen treten daher nur in festen Körpern auf, da nur diese eine Formelastizität besitzen (Abb. 22.2). Eine Ausnahme bildet die Flüssigkeitsoberfläche, die das Bestreben hat, eine bestimmte Form anzunehmen.



21.1 Zur Ableitung der Wellengleichung



21.2 Betrachtung eines einzigen Teilchens während der zeitlichen Periode  $T$



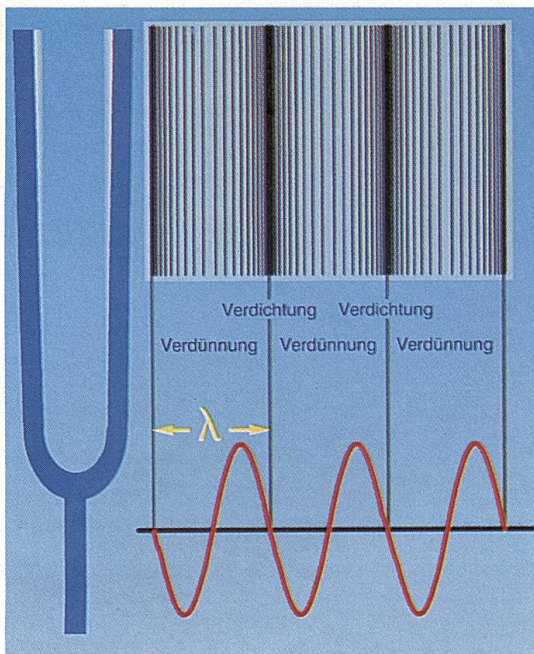
21.3 Momentaufnahme der Schwingungszustände in der räumlichen Periode  $\lambda$

### Modulation

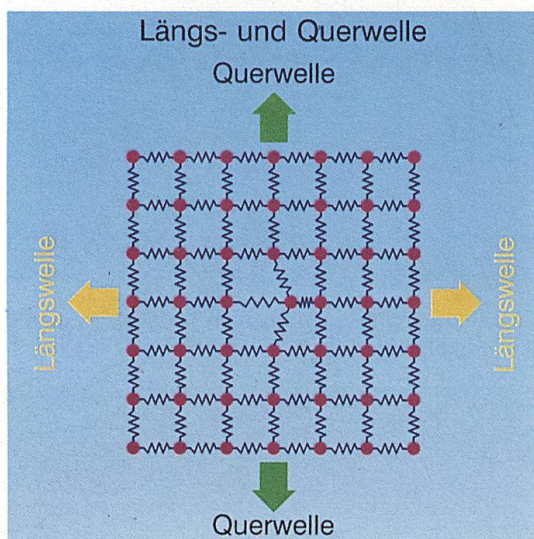
Beim Rundfunk werden zur Informationsübertragung hochfrequente elektromagnetische Wellen als "Träger" benutzt. Die Beeinflussung des Trägersignals durch das zu übertragende Tonfrequenzsignal nennt man Modulation.

Bei der Amplitudenmodulation (AM) schwankt die Amplitude der Trägerwelle im Rhythmus der Tonfrequenz - siehe Band 3, Seite 115.

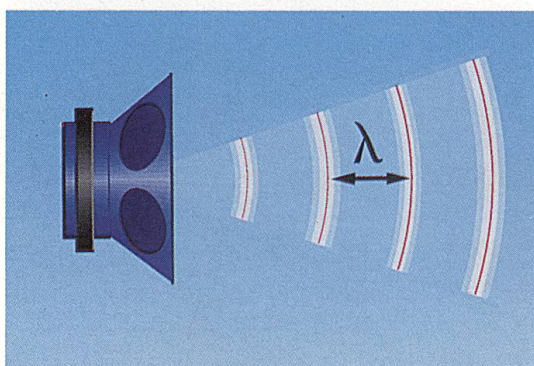




22.1 Ausbreitung einer Schallwelle im Medium Luft



22.2 Modell für die Ausbreitung von Longitudinal- und Transversalwellen in einem festen Körper



22.3 Abbildung zu Aufgabe 39

| Stoff         | Schallgeschwindigkeit $c$ in m/s |                  |
|---------------|----------------------------------|------------------|
|               | Longitudinalwelle                | Transversalwelle |
| Stahl (Stab)  | 5170                             | 3240             |
| Wasser (Meer) | 1510                             | -----            |
| Luft          | 343                              | -----            |

22.4 Einige Beispiele für die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schall bei 20° C

In festen Körpern können Longitudinalwellen und Transversalwellen auftreten. Schallwellen in Luft (Luftschall) und in Flüssigkeiten sind Longitudinalwellen, also Verdichtungen und Verdünnungen, die sich mit Schallgeschwindigkeit ausbreiten.

In einem Körper ist die Schallgeschwindigkeit der Longitudinalwellen größer als die der Transversalwellen (vgl. Tab. 22.4). Von einem Erdbebenherd breiten sich Longitudinal- und Transversalwellen nach allen Richtungen aus. In einer Meßstation treffen die beiden Wellentypen mit einer Laufzeitdifferenz ein. Daraus läßt sich die Entfernung des Bebens abschätzen.

### Aufgabe

39. Eine Lautsprechermembran führt Schwingungen mit 650 Hz durch (Abb. 22.3). Welchen Abstand haben zwei benachbarte Verdichtungen?

Schon Newton hat eine Formel zur Berechnung der Schallgeschwindigkeit  $c$  für Longitudinalwellen in stabförmigen Körpern aufgestellt:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$E$  ... Elastizitätsmodul  
 $\rho$  ... Dichte

### Beispiel A



Mit welcher Geschwindigkeit breitet sich eine longitudinale Störung in einem Aluminiumstab aus? ( $E = 7,1 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ ,  $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$ )

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{7,1 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2}{2700 \text{ kg/m}^3}} = 5130 \text{ m/s}$$

Der berechnete Wert weicht um ca. 1 % vom gemessenen Wert ab.

Für ein eingespanntes Seil oder eine eingespannte Saite läßt sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit für Transversalwellen in guter Näherung durch folgende Formel berechnen:

$$c = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}}, \quad \sigma = \frac{F}{A}$$

$\sigma$  ... Zugspannung  
 $F$  ... Spannkraft des Seiles (der Saite)  
 $A$  ... Querschnittsfläche des Seiles  
 $\rho$  ... Dichte

### Beispiel B

Eine 66 cm lange Gitarrensaite hat eine Masse von 5 g. Mit welcher Geschwindigkeit breiten sich Transversalwellen aus, wenn die Spannkraft 65 N beträgt?

$$c = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} = \sqrt{\frac{F}{A} \cdot \frac{V}{m}} = \sqrt{\frac{F}{A} \cdot \frac{A l}{m}} = \sqrt{F \cdot \frac{l}{m}}$$

$$c = \sqrt{\frac{65 \text{ N} \cdot 0,66 \text{ m}}{0,005 \text{ kg}}} = 92,6 \text{ m/s}$$



## Aufgaben

40. Berechne die Schallgeschwindigkeit für Longitudinalwellen in

a) Stahl ( $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ ,  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ )

b) Blei ( $E = 1,6 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ ,  $\rho = 11\,300 \text{ kg/m}^3$ )

41. Ein Stahldraht von 2 mm Durchmesser ist mit einer Kraft von 2100 N gespannt. Mit welcher Geschwindigkeit breitet sich eine transversale Störung aus?

42. Eine Schallwelle in Luft erzeugt in Abständen von 12 cm maximale Verdichtungen.

a) Welche Frequenz hat der Sender?

b) Wie lange dauert es, bis sich an einer Stelle mit gerade größtem Überdruck, der größte Unterdruck einstellt?

43. Von einer Sendestation in einem See werden über und unter der Wasseroberfläche gleichzeitig akustische Signale abgegeben. Wie weit ist eine Meßstation entfernt, wenn Über- und Unterwassersignal mit einer zeitlichen Verschiebung von 0,5 s empfangen werden?

## 6.3 Das Schallwellenspektrum

Eine Einteilung der Schallwellen bezüglich der Frequenz (oder der Wellenlänge) bezeichnet man als *Schallspektrum* (Tab. 23.1).

Schallwellen zwischen ca. 20 Hz und ca. 20 kHz können durch das menschliche Ohr wahrgenommen werden. Dieser kleine Bereich des Schallspektrums wird als *Hörschall* bezeichnet. Schallwellen mit geringeren Frequenzen nennt man *Infraschall*. Natürliche Infraschallquellen sind: Erdbeben, Vulkanausbrüche, Gebäudeschwingungen, Wind, Donner, Wasserfall. Auch durch den Straßenverkehr wird Infraschall erzeugt. Frequenzen über dem Hörbereich bis ca. 1 GHz werden als *Ultraschall* bezeichnet. Ultraschallanwendungen werden in einem eigenen Abschnitt behandelt. Schallwellen mit Frequenzen über 1 GHz bis ca. 1 THz nennt man *Hyperschall*. In diesem Bereich liegen die Gitterschwingungen der Kristalle. Die Gitterbausteine führen ständig Schwingungen durch. Die kürzeste Wellenlänge ist durch die Abstände der Atome im Gitter bestimmt.

## Aufgabe

44. Berechne die größte und kleinste Wellenlänge von Luftschall, der vom Ohr noch wahrgenommen werden kann.

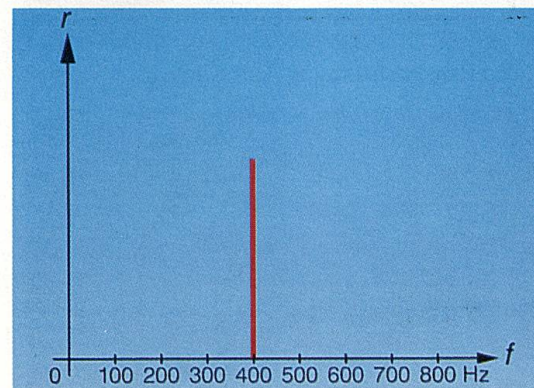
## 6.4 Schallereignisse

Physikalisch gesehen ist ein *Ton* das einfachste Schallereignis. Er wird durch eine harmonische Schwingung verursacht und enthält nur eine Frequenz des Hörbereiches. Ein reiner Ton ist physikalisch durch Frequenz und Amplitude bestimmt (Abb. 23.2).

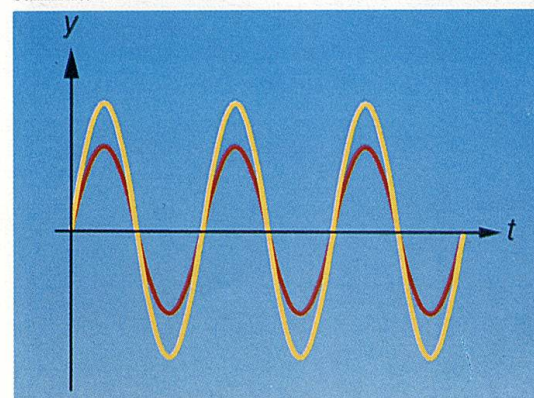
Wir beurteilen einen Ton nach *Tonhöhe* und *Lautstärke*. Die Tonhöhe wird durch die Frequenz, die Lautstärke durch die Amplitude bestimmt (Abb. 23.3). Ein Ton wird umso höher empfunden, je höher die Frequenz ist. Musikinstrumente erzeugen keine reinen Töne. Reine Töne können elektronisch erzeugt werden, aber auch die Stimmgabel liefert einen reinen Ton. Ein musikalischer Ton oder *Klang* wird durch die Überlagerung vieler harmonischer Schwingungen (Töne) verursacht. Dabei sind die Frequenzen der einzelnen Töne ganzzahlige Vielfache der tiefsten Frequenz. Der tiefste Ton heißt *Grundton*, die übrigen Töne sind die *Obertöne*. Der Grundton bestimmt die Tonhöhe des Klanges. Die Zusammensetzung der Obertöne bestimmt die *Klangfarbe*. Ein Klang wird durch eine anharmonische Schwingung verursacht (Abb. 23.4). Mittels Fourier-Analyse kann diese in ihre harmonischen Teilschwingungen zerlegt werden.

| Frequenz  |       |             |
|-----------|-------|-------------|
| 1         | -     | Infraschall |
| $10^1$    | -     |             |
| $10^2$    | -     |             |
| $10^3$    | - kHz | Hörschall   |
| $10^4$    | -     |             |
| $10^5$    | -     |             |
| $10^6$    | - MHz | Ultraschall |
| $10^7$    | -     |             |
| $10^8$    | -     |             |
| $10^9$    | - GHz |             |
| $10^{10}$ | -     |             |
| $10^{11}$ | -     | Hyperschall |
| $10^{12}$ | - THz |             |

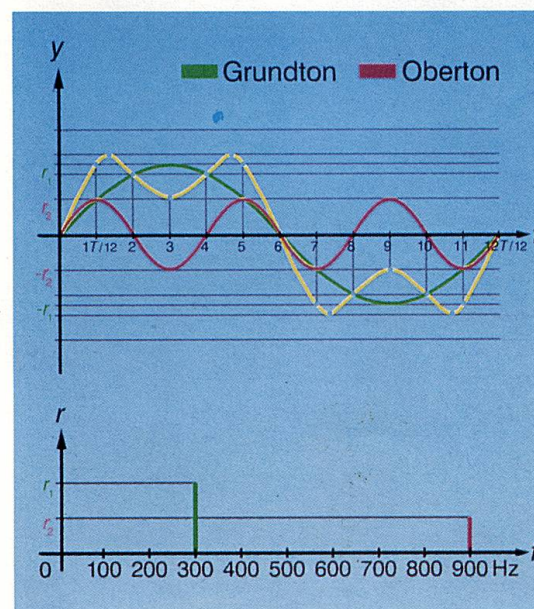
23.1 Das Schallspektrum



23.2 Ein Ton ist durch Frequenz und Amplitude bestimmt.

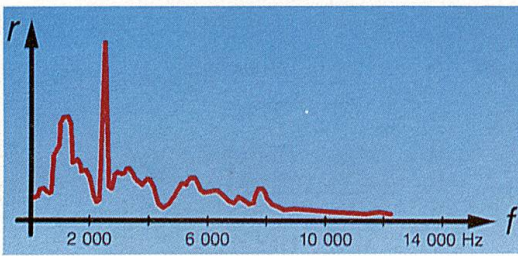


23.3 Dieselbe Tonhöhe, verschiedene Lautstärken

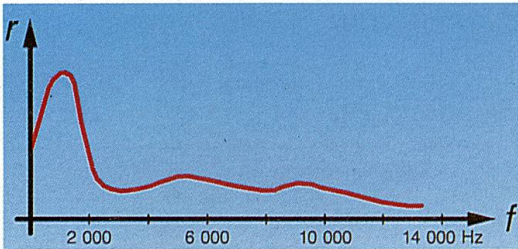


23.4 Ein Klang, bestehend aus dem Grund- und einem Oberton: Die Amplitude des Grundtons ist doppelt so groß wie die des Obertons, der Oberton hat die dreifache Frequenz des Grundtons.

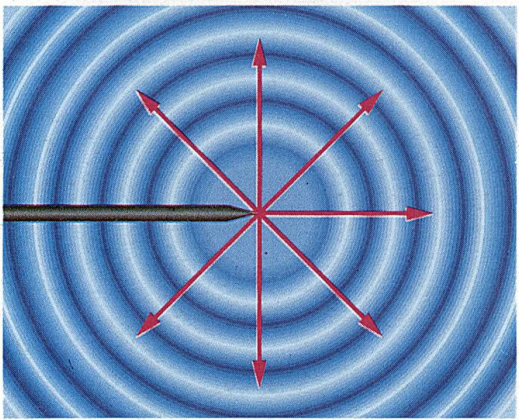




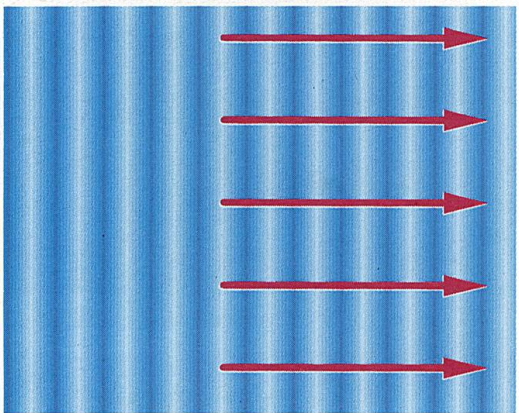
24.1 Frequenzspektrum eines Geräusches



24.2 Frequenzspektrum eines Knalls



24.3 Kreisförmige Wellenfronten



24.4 Gerade Wellenfronten



24.5 Eine Kugelwelle: Die Wellenfronten bilden konzentrische Kugelschalen.

Ein *Geräusch* entsteht durch Überlagerung sehr vieler Töne mit eng benachbarten Frequenzen (Abb. 24.1). Ein Geräusch besitzt daher im Gegensatz zu einem Klang kein *Linienpektrum*, sondern ein *kontinuierliches Spektrum* (Abb. 24.2). Der *Knall* ist ein Schallereignis von sehr kurzer Dauer. Er tritt bei Explosionen und Implosionen auf.

### Kontrollfragen

1. Was ist die Ursache einer Welle?
2. Wie nennt man den Ausgangspunkt einer Welle?
3. Was versteht man unter einer harmonischen Welle?
4. Erkläre den Unterschied zwischen einer Transversal- und einer Longitudinalwelle.
5. Beschreibe die Entstehung einer Welle am Modell der Pendelkette!
6. Erkläre die Größen: Frequenz, Wellenlänge und Ausbreitungsgeschwindigkeit. Welcher Zusammenhang besteht zwischen ihnen?
7. Welcher Unterschied besteht zwischen der Ausbreitungsgeschwindigkeit und der Schnelle?
8. Bei welchen Aggregatzuständen eines Wellenmediums breiten sich Longitudinalwellen bzw. Transversalwellen aus?
9. Wie werden die Schallwellen bezüglich der Frequenz eingeteilt?
10. Was versteht man unter einem Ton, was unter einem Klang?
11. Wodurch wird die Tonhöhe, wodurch die Lautstärke bestimmt?
12. Erkläre die Begriffe Grundton und Obertöne!

## 7. Ausbreitung von Wellen

### 7.1 Kreiswellen, ebene Wellen, Kugelwellen

Wird etwa ein gespanntes Seil kurz angeschlagen, dann pflanzt sich eine Störung in einer Richtung fort. Man spricht von einer *eindimensionalen Welle*. Wird ein Stein in das Wasser geworfen, pflanzt sich die Störung nach allen Seiten hin fort. Es entsteht eine *zweidimensionale Welle* oder *Flächenwelle*.

Wird ein Stift periodisch in das Wasser eingetaucht, bilden sich um das Erregerzentrum konzentrische Kreise, sogenannte *Kreiswellen* (Abb. 24.3). Verwendet man anstelle des Stiftes einen geraden Blechstreifen, dann entstehen *gerade Wellen* (Abb. 24.4).

Eine Welle kann durch *Wellenfronten* veranschaulicht werden. Eine Wellenfront ist die Verbindung aller Punkte im gleichen Schwingungszustand.

Alle Punkte eines Mediums, die von einer Welle gleichzeitig erreicht werden, liegen auf einer Wellenfront. Daher befinden sich alle Punkte einer Wellenfront in derselben Schwingungsphase.

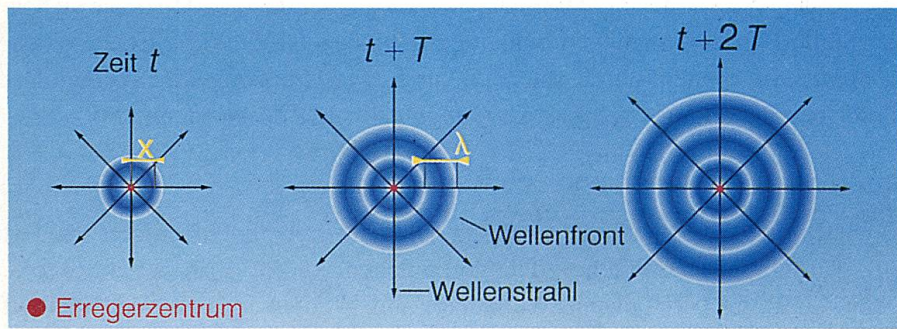
Wellenfronten können Wellenberge oder Wellentäler darstellen. Der Abstand zweier benachbarter Wellenfronten ist die Wellenlänge.

Wir beobachten die Ausbreitung einer Kreiswelle: Zum Zeitpunkt  $t$  sehen wir nur einen Wellenberg im Abstand  $x$  vom Erregerzentrum (Abb. 25.1 links). In der zeitlichen Periode  $T$  legt dieser Wellenberg die Strecke  $\lambda$  zurück. Das bedeutet: Zum Zeitpunkt  $t + T$  beträgt der Abstand vom Erregerzentrum  $x + \lambda$ . Gleichzeitig hat sich vom Erregerzentrum eine neue Wellenfront gelöst (Abb. 25.1 Mitte und rechts).

Die *Wellenstrahlen* geben die Ausbreitungsrichtung einer Welle an. Sie sind Normale zur Wellenfront. Ein punktförmiger Erreger erzeugt Kreiswellen mit radial angeordneten Wellenstrahlen. Die Wellenstrahlen einer geraden Welle sind parallel zueinander.

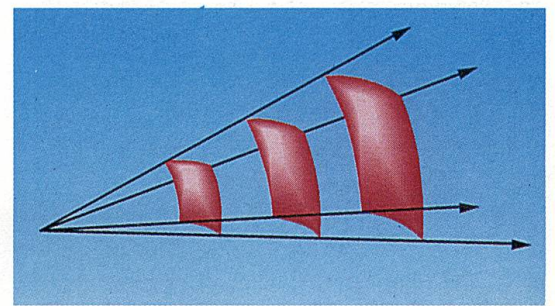
Ist das Erregerzentrum punktförmig, entsteht im Raum eine *Kugelwelle*, die Wellenfronten sind konzentrische Kugelschalen (Abb. 24.5).



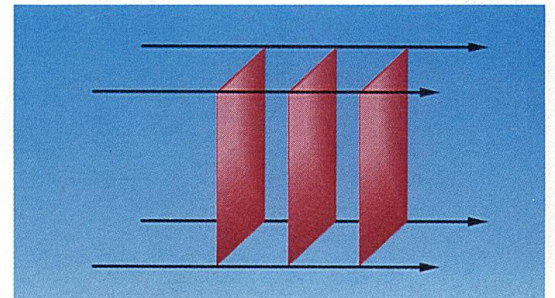


25.1 Ausbreitung einer Kreiswelle

Betrachtet man ein schmales Strahlenbündel in größerer Entfernung vom Erregerzentrum, dann sind die Wellenfronten praktisch eben. Das Licht von der Sonne kann als ebene Welle mit parallelen Wellenstrahlen (Sonnenstrahlen) angesehen werden.



25.2 Divergente Wellenstrahlen einer Kugelwelle



25.3 Parallele Wellenstrahlen einer ebenen Welle

## Aufgaben

45. Vom Erregerzentrum an der Oberfläche eines Sees lösen sich pro Sekunde 5 Wellenberge. Der erste Wellenberg erreicht das 10 m entfernte Ufer nach 4 s. Wie groß ist die Wellenlänge?

46. Wie ändert sich der Abstand zweier benachbarter Wellenberge, wenn die Frequenz verdoppelt wird?



25.4 Die beiden Wellen durchdringen einander ungestört

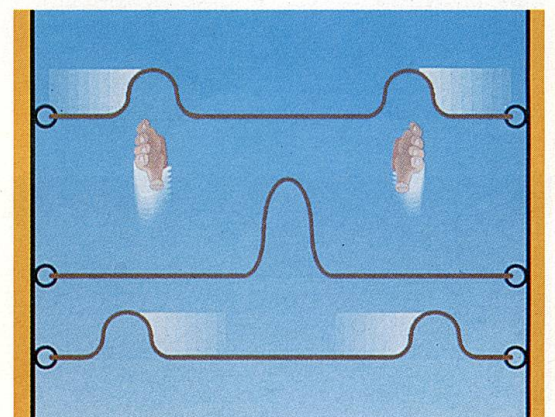
## 7.2 Interferenz

Werden zwei Steine in einen Teich oder einen See geworfen, so breitet sich von jeder der beiden Eintrittsstellen eine Kreiswelle aus (Abb. 25.4). Die Wellen durchdringen einander ungestört. Nur im Augenblick der Begegnung überlagern sich die Wellen. Jede breitet sich danach so aus, als wäre sie nie mit einer anderen Welle zusammengetroffen.

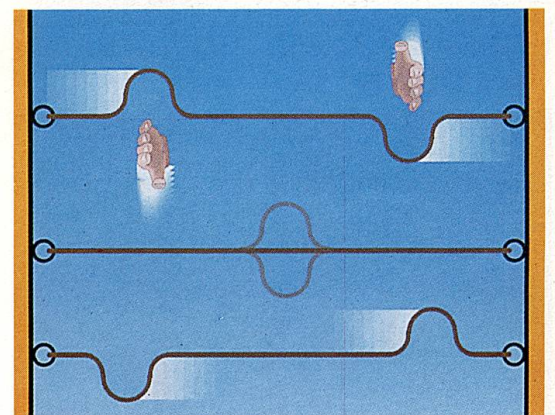
### Versuch

Ein gespanntes Seil wird an beiden Enden so angeschlagen, daß zwei Wellenberge aufeinander zulaufen. Im Augenblick der Begegnung addieren sich die Wellenberge zu einem einzigen, doppelt so hohen Wellenberg. Dann laufen die beiden Wellenberge wieder weiter (Abb. 25.5).

Nun wird das Seil an beiden Enden so angeschlagen, daß ein Wellental und ein Wellenberg aufeinander zulaufen. Wieder addieren sich die Auslenkungen. Da sie aber entgegengerichtet sind, löschen einander Wellenberg und Wellental bei ihrer Begegnung aus. Einen Augenblick später tauchen Wellenberg und Wellental wieder auf und laufen so weiter, als hätte nie eine Begegnung stattgefunden (Abb. 25.6).



25.5 Die beiden Wellenberge addieren sich zu einem doppelt so hohen Wellenberg.



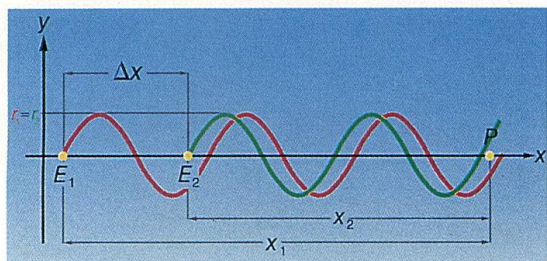
25.6 Wellental und Wellenberg löschen einander im Augenblick der Begegnung aus.

Kommen zwei oder mehrere Wellen an einer Stelle zusammen, dann addieren sich ihre Auslenkungen. Nach dem Durchdringen laufen sie ungestört weiter. Diese ungestörte Überlagerung von Wellen nennt man Interferenz.

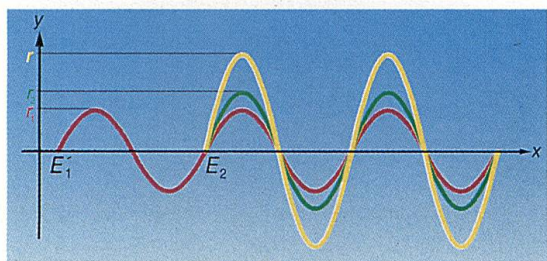
Bei der Überlagerung kurzzeitiger Störungen läßt sich die Interferenzerscheinung natürlich nur in dem kurzen Augenblick der Begegnung beobachten. Treffen harmonische Wellen gleicher Frequenz zusammen, dann können die Interferenzerscheinungen über einen längeren Zeitraum beobachtet werden.

Wie bei der Überlagerung von Schwingungen spielt es auch hier eine wichtige Rolle, in welcher Schwingungsphase sich jede der Wellen im Punkt der Überlagerung befindet.

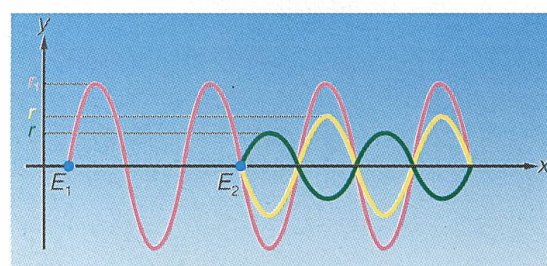




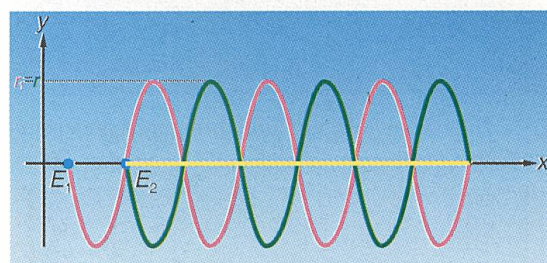
26.1 Die Wege von den beiden Erregerzentren  $E_1$  und  $E_2$  zum Punkt  $P$  sind unterschiedlich lang. Daher kommt es zu einer *Phasenverschiebung*.



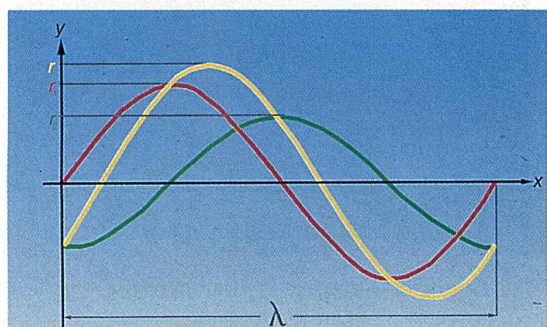
26.2 Konstruktive Interferenz:  $r = r_1 + r_2$



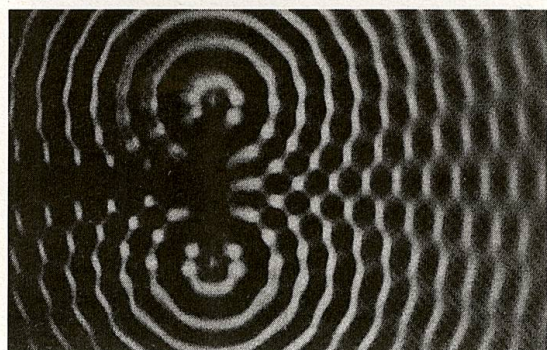
26.3 Destruktive Interferenz:  $r = |r_1 - r_2|$



26.4 Spezialfall einer destruktiven Interferenz:  $r_1 = r_2$



26.5 Der "allgemeine" Fall: Das Interferenzbild ist bei jedem Gangunterschied wieder eine Sinuswelle mit der Wellenlänge  $\lambda$ .



26.6 Interferenz zweier Kreiswellen

Die beiden Wellen haben dieselbe Wellenlänge, dennoch befinden sie sich an der Stelle  $P$  in verschiedenen Schwingungsphasen (Abb. 26.1). Eine *Phasenverschiebung* entsteht durch unterschiedlich lange Laufwege der Wellen. Der Unterschied der Laufwege wird als *Gangunterschied*  $\Delta x$  bezeichnet.

## Interferenz eindimensionaler Wellen

a) Die beiden Wellen sind gleichphasig. Das bedeutet, der Gangunterschied ist ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge  $\lambda$ :  $\Delta x = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$  (Abb. 26.2). Es trifft jeweils Wellenberg auf Wellenberg und Wellental auf Wellental. Die Amplitude  $r$  der resultierenden Welle ist gleich der Summe der Amplituden der beiden interferierenden Wellen. Man spricht von *konstruktiver Interferenz*.

Konstruktive Interferenz tritt auf, wenn die beiden interferierenden Wellen einen Gangunterschied  $\Delta x = k \lambda$  besitzen ( $k = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ ). Es erfolgt eine Verstärkung. Es treten Interferenzmaxima auf.

b) Die beiden Wellen sind gegenphasig. Das bedeutet, der Gangunterschied beträgt die halbe Wellenlänge plus ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge:  $\Delta x = \lambda/2, \lambda/2 + \lambda, \lambda/2 + 2\lambda, \dots$  (Abb. 26.3). Es trifft immer ein Wellenberg mit einem Wellental zusammen. Die Amplitude der resultierenden Welle ist gleich der Differenz der Amplituden der beiden interferierenden Wellen. Man spricht von *destruktiver Interferenz*.

Sind die Amplituden der beiden interferierenden Wellen gleich groß, dann ist die resultierende Amplitude null. Die beiden Wellen löschen einander aus (Abb. 26.4).

Destruktive Interferenz tritt auf, wenn die beiden interferierenden Wellen den Gangunterschied  $\Delta x = (2k + 1) \lambda/2$  besitzen ( $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ ). Es erfolgt eine Abschwächung. Es treten Interferenzminima auf.

c) Der Gangunterschied ist ein beliebiger Bruchteil der Wellenlänge plus ein ganz beliebiges Vielfaches der Wellenlänge. Z. B.:  $\Delta x = \lambda/4, \lambda/4 + \lambda, \lambda/4 + 2\lambda, \dots$  (Abb. 26.5).

Diese Gangunterschiede sind alle gleichwertig, denn das Interferenzbild ändert sich nicht, wenn man ein Erregerzentrum um ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge verschiebt. Unter dem Gangunterschied versteht man daher oft jene kürzeste Strecke, um die ein Wellenzug verschoben werden muß, damit beide Wellen in Phase sind.

## Interferenz zweidimensionaler Wellen

### Versuch

Die Interferenz läßt sich sehr schön mit Hilfe von Wasserwellen in der Wellenwanne beobachten (Abb. 26.6). Zwei miteinander verbundene Stifte werden über einen Exzenter von einem Motor angetrieben. Die beiden Eintauchstellen sind die Erregerzentren für kreisförmige Wasserwellen.

Zur Erklärung des Interferenzbildes betrachten wir zwei konzentrische Kreissysteme, deren Mittelpunkte den Erregerzentren  $E_1$  und  $E_2$  entsprechen (Abb. 27.1). Der Abstand zweier benachbarter konzentrischer Kreise ist gleich der Wellenlänge  $\lambda$ . Daher sind alle Kreise Wellenfronten in derselben Phase. Der Anschaulichkeit halber nehmen wir an, es seien Wellenberge. Daher kommen am Schnittpunkt zweier Kreise immer Wellenberge zusammen. Es kommt dort zur maximalen Verstärkung (konstruktive Interferenz). Alle Schnittpunkte mit jeweils gleichem Gangunterschied werden miteinander verbunden. Auf diesen Interferenzstreifen liegen Interferenzmaxima. Entlang der Mittelsenkrechten ist der Gangunterschied  $\Delta x = 0$ . Alle Punkte auf den Kurven 1 entstehen durch Überlagerung von Wellen, deren Gangunterschied  $\Delta x = \lambda$  ist. Den Kurven 2 entspricht der Gangunterschied  $\Delta x = 2\lambda$ . Die Interferenzstreifen sind Hyperbeln und werden daher auch *Interferenzhyperbeln* genannt.



Die Anzahl der Interferenzhyperbeln ist begrenzt. In der Zeichnung ist der Abstand der beiden Erregerzentren  $2,5$  Wellenlängen, daher ist der größtmögliche Gangunterschied  $2\lambda$ . Je größer der Abstand der beiden Erregerzentren im Vergleich zur Wellenlänge wird, desto feiner ist das Interferenzbild.

### Kohärenz

Die beiden Stifte, die periodisch in das Wasser eintauchen, sind miteinander verbunden. Daher sind ihre Bewegungen ständig phasengleich, und das Interferenzmuster ändert sich nicht. Besteht zwischen den beiden Erregern ein konstanter Phasenunterschied, so entsteht zwar ein anderes, jedoch gleichbleibendes Interferenzmuster.

Wellenzüge gleicher Frequenz, zwischen denen ein konstanter Phasenunterschied besteht, heißen *kohärent* (*cohaerere* lat. :zusammenhängen).

Sind interferierende Wellen nicht kohärent, kann keine Interferenz beobachtet werden. Von großer Bedeutung ist die Kohärenz für Lichtwellen (siehe Abschnitt "Wellenoptik").

### Aufgaben

47. Zeichne auf zwei Folien je ein konzentrisches Kreissystem, lege sie übereinander und untersuche die Interferenzerscheinungen!
48. Welcher Gangunterschied besteht entlang der eingezeichneten Hyperbel (Abb. 27.2)? Zeichne eine Interferenzhyperbel mit einem Gangunterschied  $\Delta x = \lambda$  ein.
49. Wie viele Interferenzstreifen (Maxima) treten bei der Überlagerung zweier Kreiswellensysteme auf, deren Erregerabstand  $3,5\lambda$  beträgt?
50. Zwei gleichphasig schwingende Erregerzentren haben einen Abstand von  $3\text{ cm}$ , die Wellenlänge beträgt  $1\text{ cm}$ . Konstruiere Kurven, welche die Interferenzminima darstellen!
51. Zwei Lautsprecher werden vom selben Sinusgenerator gespeist. Sie schwingen daher gleichphasig. Ein Beobachter bewegt sich entlang der Strecke  $AB$  (Abb. 27.3). In  $M$  registriert er ein Lautstärkemaximum.  $10\text{ cm}$  von  $M$  entfernt trifft er zum ersten Mal auf ein Lautstärkeminimum. Wie groß ist die Frequenz? 3560 Hz
52. Entwickle ein Computerprogramm zur Überlagerung zweier kreisförmiger Wellensysteme!

## 7.3 Das Huygenssche Prinzip

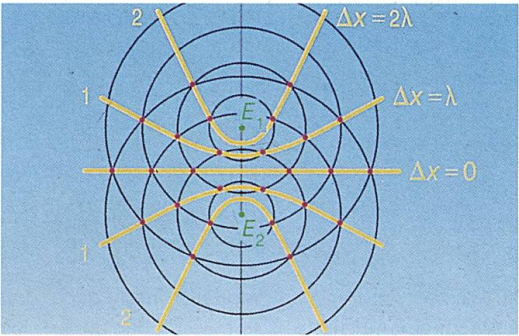
### Versuch

Lässt man in der Wellenwanne gerade Wellen oder Kreiswellen gegen einen schmalen Spalt laufen, dann breitet sich hinter der Blende eine Kreiswelle aus, deren Erregerzentrum in der Spaltöffnung liegt (Abb. 27.4, 27.5). Die Wasserteilchen im Spaltzentrum werden durch die einfallende Welle zum Schwingen gebracht und daher selbst zum Erregerzentrum. Die von diesem Erregerzentrum ausgehenden Kreiswellen nennt man *Elementarwellen*.

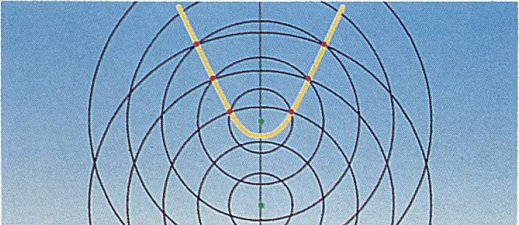
Jeder Punkt eines Mediums, der von einer Wellenfront getroffen wird, kann als Ausgangspunkt einer Elementarwelle angesehen werden.

Alle Punkte, die von einer Welle gleichzeitig erreicht werden, liegen auf einer Wellenfront. Sie schwingen gleichphasig, daher gehen von ihnen auch gleichzeitig Elementarwellen aus.

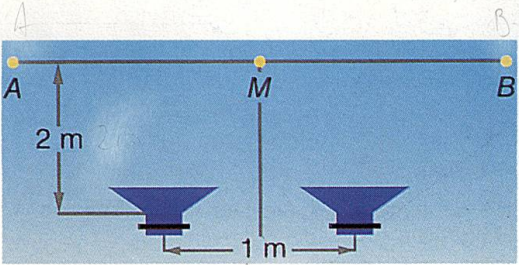
Die Wellenfront einer Welle lässt sich als Einhüllende von Elementarwellen auffassen.



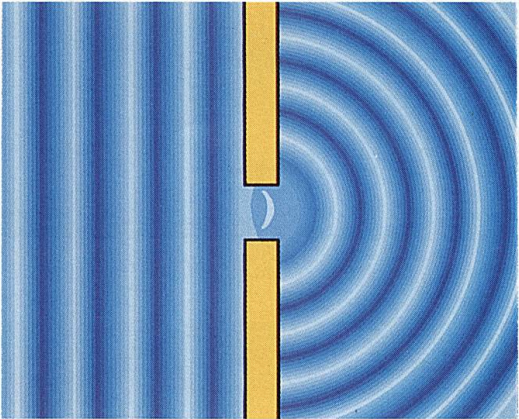
27.1 Die Interferenzstreifen stellen Hyperbeln dar.



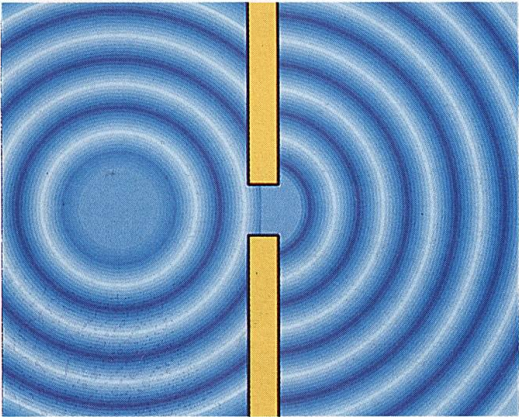
27.2 Abbildung zu Aufgabe 48



27.3 Abbildung zu Aufgabe 51

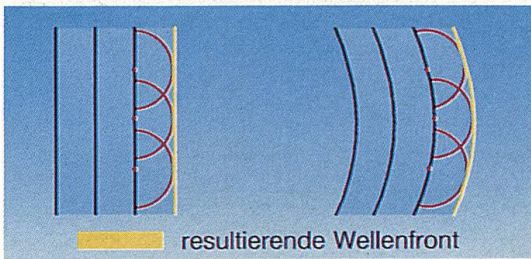


27.4 Egal, ob die ankommende Welle gerade ...

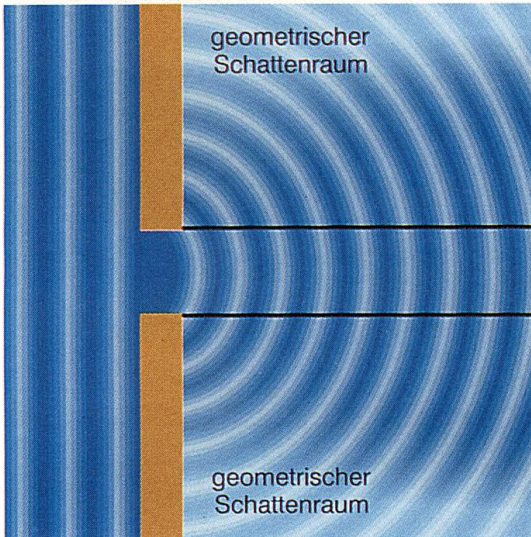


27.5 ... oder eine Kreiswelle ist: hinter dem schmalen Spalt breitet sich eine Kreiswelle aus.

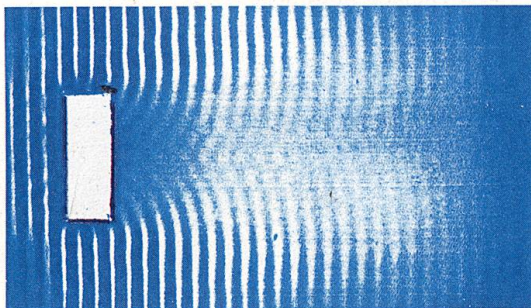




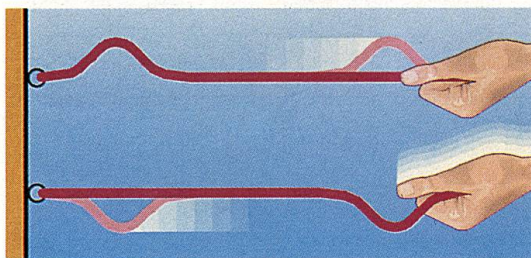
28.1 Konstruktion von Wellenfronten nach dem Huygensschen Prinzip



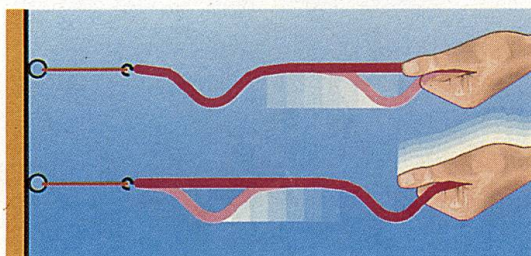
28.2 Beugung am Spalt: Die Welle dringt in den geometrischen Schattenraum ein.



28.3 Beugung einer Welle an einem Hindernis



28.4 Reflexion einer Transversalwelle an einem festen Ende



28.5 Reflexion einer Transversalwelle am freien Ende

Diese Vorstellungen über die Ausbreitung von Wellen hat der holländische Physiker *Christian Huygens* entwickelt. Mit dem *Huygensschen Prinzip* lassen sich die verschiedenen Erscheinungen der Wellenausbreitung auf einfache Weise erklären (Abb. 28.1). In einigen der folgenden Abschnitte werden wir dieses Modell benutzen.

Der französische Physiker *Augustin Jean Fresnel* hat erkannt, daß der Schwingungszustand eines Punktes im Wellenfeld als Überlagerung aller Elementarwellen in diesem Punkt aufgefaßt werden kann. Man spricht dann vom *Huygens-Fresnelschen Prinzip*.

## 7.4 Beugung

### Versuch

In der Wellenwanne läßt man eine gerade Welle auf einen Spalt zulaufen. Es zeigt sich, daß die Welle nach dem Durchgang in den geometrischen Schattenraum eindringt (Abb. 28.2). Die Welle wird *gebeugt*. Wird die Spaltbreite verringert, dann dringen die Wellen noch weiter in den geometrischen Schattenraum ein, sie werden stärker gebeugt. Ist die Spaltbreite von der Größenordnung der Wellenlänge (oder noch kleiner), dann dringt die Welle vollständig in den geometrischen Schattenraum ein. Vom Spalt gehen Kreiswellen aus (Abb. 27.5). Auch an einem Hindernis werden die Wellen gebeugt (Abb. 28.3).

Beugung ist das Eindringen von Wellen in den geometrischen Schattenraum. Eine Welle wird umso stärker gebeugt, je mehr sich die Breite einer Öffnung (oder eines Hindernisses) der Wellenlänge annähert.

### Aufgaben

53. Warum kann man "um die Ecke hören"?

54. Werden hohe oder tiefe Töne stärker gebeugt?

## 7.5 Reflexion

### Reflexion einer eindimensionalen Transversalwelle

#### Versuch

Ein Seil wird an einem Ende an der Wand befestigt, das andere Ende wird mit der Hand gespannt. Gibt man dem Seil einen kurzen Ruck nach oben, wandert ein Wellenberg das Seil entlang. Am "festen Ende" des Seiles wird der ankommende Wellenberg als Wellental reflektiert. Es tritt eine Phasenumkehr ( $\Delta\phi = \pi$ ) der Schwingung auf (Abb. 28.4). Wird das Seil jedoch an einem dünnen Faden an der Wand befestigt, kann es sich dort frei bewegen. Am "freien Ende" wird der ankommende Wellenberg wieder als Wellenberg reflektiert, es tritt kein Phasensprung auf (Abb. 28.5).

Eine Transversalwelle wird am "festen Ende" mit einem Phasensprung von  $\Delta\phi = \pi$  und am "freien Ende" ohne Phasenänderung reflektiert.

### Reflexion einer eindimensionalen Longitudinalwelle

#### Versuch

Mehrere kleine Wagen sind elastisch miteinander gekoppelt. Wird der letzte Wagen festgehalten, so stellt er das "feste Ende" dar. Gibt man dem ersten Wagen einen Stoß nach rechts, dann wandert eine Verdichtung die Wagenkette entlang. Hält man den letzten Wagen fest, wird diese Verdichtung wieder als Verdünnung reflektiert. Die Richtung der Schnelle hat sich aber umgekehrt. Wird der letzte Wagen nicht festgehalten, ist er ein "freies Ende". Nun wird eine Verdichtung als Verdichtung reflektiert. Die Richtung der Schnelle ändert sich aber nicht. Die wichtigste Anwendung für die Reflexion von Longitudinalwellen finden wir bei der Ausbreitung von Schallwellen in Luft und anderen Medien. Das "feste Ende" bezeichnet man hier als *schallhart* und das freie En-



de als *schallweich*. Bei der Reflexion einer Schallwelle an einem schallharten Medium wird eine Verdichtung wieder als Verdichtung reflektiert und die Schnelle erfährt einen Phasensprung von  $\Delta\varphi = \pi$ .

An der Grenzfläche zu einem schallweichen Medium wird eine Verdichtung als Verdünnung reflektiert und die Schnelle behält ihre Richtung bei.

Bei der Reflexion einer Longitudinalwelle an einem festen Ende erfährt die Schnelle einen Phasensprung  $\Delta\varphi = \pi$ . Bei Reflexion am freien Ende ändert sich die Schnelle nicht.

### Reflexion zweidimensionaler Wellen

#### Versuch

In der Wellenwanne läßt man einen geraden Blechstreifen periodisch eintauchen. Die dadurch erregte Welle mit geradlinigen Wellenfronten soll schräg gegen eine ebene Wand laufen. Die reflektierte Welle besitzt wieder geradlinige Wellenfronten (Abb. 29.1).

Mit Hilfe des Huygensschen Prinzips läßt sich die Gesetzmäßigkeit der Reflexion finden (Abb. 29.2).

Der Winkel  $\alpha$  zwischen den Wellenstrahlen der einfallenden Welle und der Einfallsnormalen (dem Lot) heißt *Einfallswinkel*. Entsprechend heißt der Winkel  $\beta$  zwischen dem Lot und den Wellenstrahlen der reflektierten Welle *Reflexionswinkel*.

**Reflexionsgesetz:** Einfallswinkel und Reflexionswinkel sind gleich groß. (Für Raumwellen gilt zusätzlich: Einfallender Strahl, reflektierter Strahl und Einfallsnormale liegen in einer Ebene.)

#### Versuch

Reflexion einer Kreiswelle an einer ebenen Wand (Abb. 29.3): Läßt man in der Wellenwanne eine Kreiswelle gegen eine ebene Wand laufen, so ist die reflektierte Welle ebenfalls kreisförmig. Dabei scheint die reflektierte Welle von einem Erregerzentrum herzukommen, das gleich weit hinter der Wand liegt wie das tatsächliche Erregerzentrum der einfallenden Welle vor der Wand.

#### Echo und Nachhall

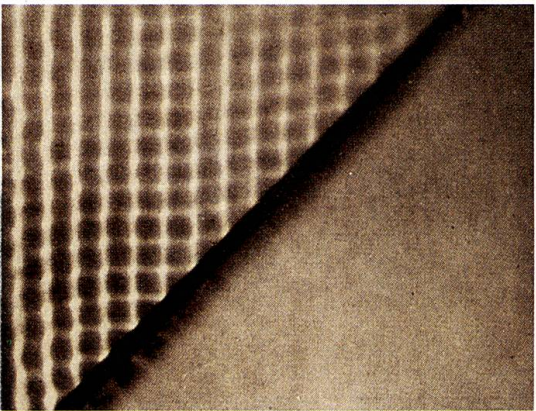
Die Reflexion der Schallwellen an den Wänden eines Raumes ist für die Raumakustik von großer Bedeutung. In einem geschlossenen Raum finden viele Reflexionen statt. Der Schall kann daher auf verschiedenen Wegen und damit auch nach verschiedenen Zeiten zum Empfänger kommen. Ist der Zeitunterschied zwischen dem Eintreffen des direkten Schalls und dem des reflektierten Schalls so groß, daß beide getrennt wahrgenommen werden können, dann spricht man von *Echo*.

*Nachhall* liegt dann vor, wenn direkter und indirekter Schall nicht getrennt wahrgenommen werden können. Der Nachhall ist wichtig für die Hörbarkeit von Sprache und Musik. Ohne Nachhall klingt die Stimme "leer". Dies ist etwa in "schalltoten" Räumen der Fall, wo Reflexionen durch Auskleiden der Wände mit schallschluckendem Material vermieden werden.

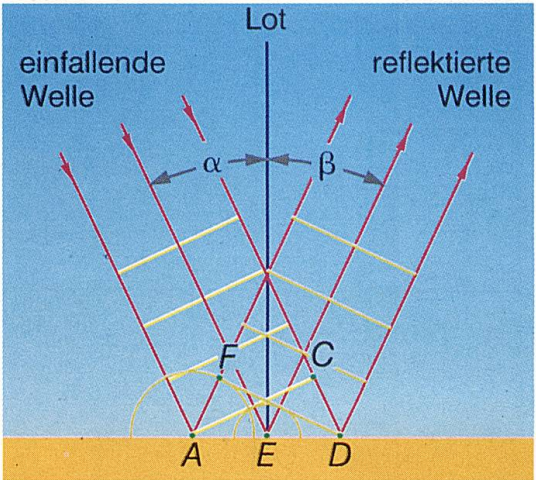
#### Aufgaben

55. Konstruiere nach dem Huygensschen Prinzip die Reflexion einer geraden Welle mit einer Wellenlänge von 5 mm an einem Hohl- und an einem Wölbspiegel ( $r = 12$  cm).
56. Zwei Schallereignisse können getrennt wahrgenommen werden, wenn sie einen zeitlichen Abstand von mindestens 0,1 s haben. Wie weit muß eine Person von einer Reflexionswand entfernt sein, damit sie ein Echo wahrnehmen kann?

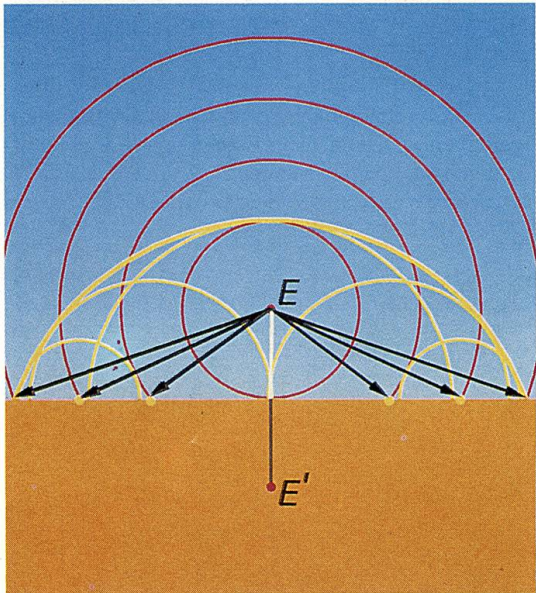
$S = 340 \text{ m/s}$     *Mio*



29.1 Reflexion einer ebenen Welle

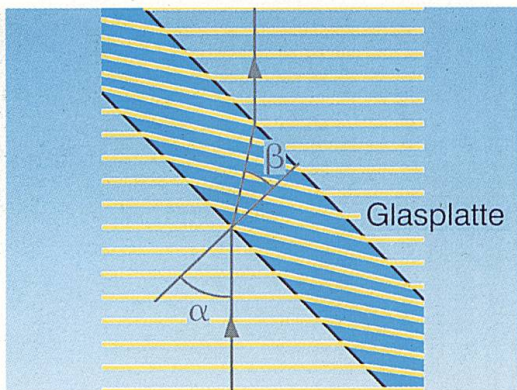


29.2 Anwendung des Huygensschen Prinzips zur Ermittlung des Reflexionsgesetzes:  
Die Wellenfront AC der einfallenden Welle erreicht im Punkt A zuerst die ebene Wand. Damit wird A zum Ausgangspunkt einer Elementarwelle. Während sich die Elementarwelle von A weg ausbreitet, rückt die Wellenfront der ankommenden Welle weiter vor. Die Punkte auf der Strecke AD werden nun nacheinander von der ankommenden Wellenfront getroffen und jeweils zum Ausgangspunkt für eine Elementarwelle. Erreicht schließlich der Punkt C der ankommenden Wellenfront die Wand bei D, so hat die Elementarwelle, die von A ausgegangen ist, bereits den Radius  $\overline{CD}$  und die Elementarwelle von E den Radius  $1/2 \cdot \overline{CD}$ . Die Einhüllende dieser Elementarwellen ist die Wellenfront der reflektierten Welle. Die rechtwinkligen Dreiecke ACD und AFD sind kongruent. Daraus folgt:  $\alpha = \beta$ .

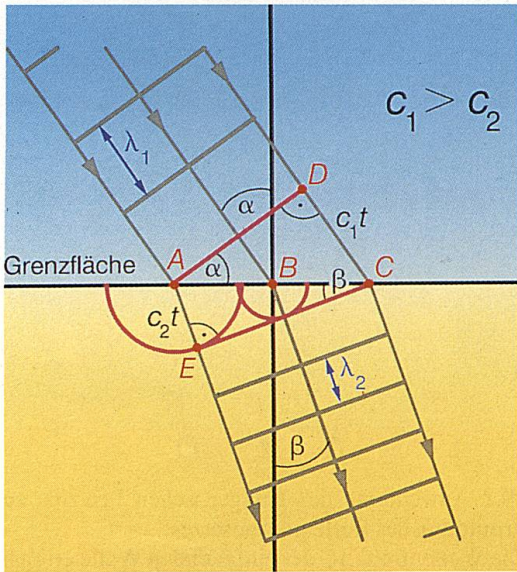


29.3 Reflexion einer Kreiswelle an einer ebenen Wand

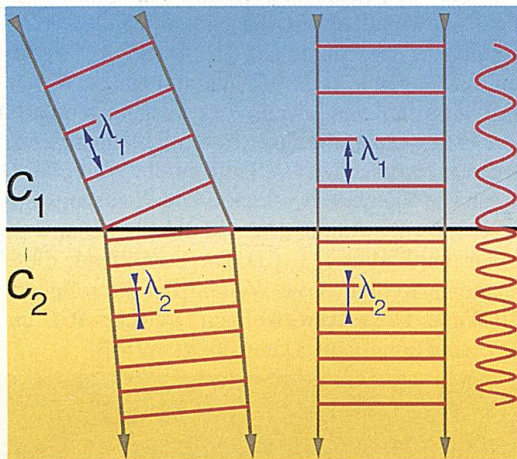




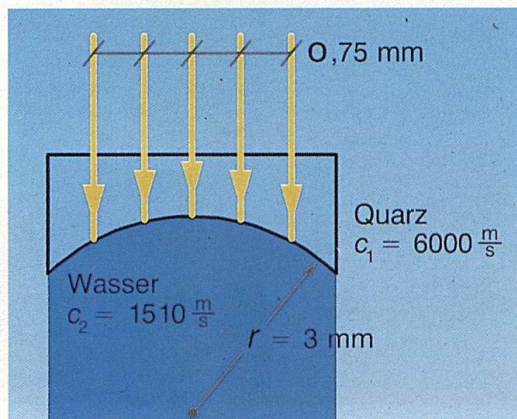
30.1 Die Wellenfronten werden beim Übergang in das seichtere Gebiet gebrochen.



30.2 Anwendung des Huygensschen Prinzips zur Herleitung des Brechungsgesetzes



30.3 Die Wellenlängen vor und nach der Brechung verhalten sich wie die Ausbreitungsgeschwindigkeiten in den beiden Medien.



30.4 Abbildung zu Aufgabe 60

## 7.6 Brechung

### Versuch

Auf den Boden der Wellenwanne wird eine dicke Glasplatte gelegt. Entlang einer Kante der Glasplatte verläuft daher die Grenzlinie zwischen tiefem und seichtem Wasser (Abb. 30.1). Lässt man nun eine gerade Welle schräg gegen diese Grenzlinie laufen, werden die Wellenstrahlen *gebrochen* (geknickt). Weiters ist zu erkennen, daß der Abstand zweier Wellenfronten (das ist die Wellenlänge  $\lambda$ ) im seichten Wasser kleiner ist als im tiefen Wasser. Das kommt dadurch zustande, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle im seichten Wasser geringer ist als im tiefen Wasser. Daher ist bei konstanter Frequenz  $f$  nach der Beziehung  $c = \lambda f$  auch die Wellenlänge kleiner.

Die *Brechung* der Wellen tritt nicht nur an der Grenzfläche zwischen tiefem und seichtem Wasser auf, sondern an jeder Grenzfläche zweier Medien mit verschiedenen Ausbreitungsgeschwindigkeiten. Mit Hilfe des Huygensschen Prinzips läßt sich die Brechung deuten und auch eine Gesetzmäßigkeit aufstellen (Abb. 30.2). Die Wellenfront  $AD$  nähert sich mit der Geschwindigkeit  $c_1$  der Grenzlinie. Die einzelnen Punkte auf der Strecke  $AC$  werden von der einfallenden Wellenfront nacheinander erreicht. Als erstes geht von  $A$  eine Elementarwelle mit der Geschwindigkeit  $c_2$  aus. Nach der Zeit  $t$  erreicht der Punkt  $D$  mit der Geschwindigkeit  $c_1$  die Grenzlinie in  $C$ . Währenddessen hat die Elementarwelle von  $A$  den Radius  $c_2 t$ . Die Elementarwelle von  $B$  ist erst die halbe Zeit unterwegs und hat daher den Radius  $c_2 \cdot t/2$ . Die Einhüllende dieser Elementarwellen ist die Wellenfront der gebrochenen Welle. Die beiden Dreiecke  $ADC$  und  $AEC$  haben die Hypotenuse  $AC$  gemeinsam.

$$\Delta ADC: \quad \overline{AC} = \frac{c_1 t}{\sin \alpha} \quad \Delta AEC: \quad \overline{AC} = \frac{c_2 t}{\sin \beta}$$

Daraus folgt:

$$\frac{c_1 t}{\sin \alpha} = \frac{c_2 t}{\sin \beta} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

Beim Übergang einer Welle in ein anderes Medium kommt es im allgemeinen zu einer Brechung des Wellenstrahls. Die Brechung wird durch das *Brechungsgesetz von Snellius* beschrieben:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2}$$

Nur bei senkrechtem Einfall tritt keine Richtungsänderung auf.

Die Frequenz einer Welle wird durch den Erreger bestimmt und bleibt daher während der Ausbreitung konstant:

$$c_1 = \lambda_1 f, \quad c_2 = \lambda_2 f$$

Durch Division der ersten Gleichung durch die zweite erhält man:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Die Wellenlängen in zwei Medien verhalten sich wie die Ausbreitungsgeschwindigkeiten (Abb. 30.3).

### Aufgaben

57. Wie wird eine Schallwelle beim Übergang in ein Medium mit einer kleineren Schallgeschwindigkeit gebrochen?

58. In der Wellenwanne trifft eine Welle mit gerader Wellenfront ( $f = 10 \text{ Hz}$ ,  $\lambda = 2 \text{ cm}$ ) unter einem Einfallswinkel von  $25^\circ$  auf die Grenzlinie zu einem tieferen Gebiet. Der Brechungswinkel beträgt  $40^\circ$ . Wie groß sind die Ausbreitungsgeschwindigkeiten in beiden Gebieten? Wie groß sind Frequenz und Wellenlänge im tieferen Gebiet?

59. Die Schallgeschwindigkeit in Luft ist temperaturabhängig, sie nimmt mit der Temperatur zu. Mit zunehmender Höhe über dem Erdboden ändert sich im



allgemeinen auch die Temperatur. Ein von der Erdoberfläche schräg nach oben laufender Schallstrahl wird daher je nach Temperaturverteilung gebrochen. Da die Temperaturverteilung nicht sprunghaft, sondern stetig ist, verläuft der Schallstrahl gekrümmt. Wie wird der Schallstrahl gekrümmt, wenn die Temperatur nach oben zunimmt (abnimmt)?

60. In einem Ultraschallmikroskop (siehe Abschnitt "Ultraschall") wird zur Strahlenbündelung eine Ultraschalllinse aus Quarz verwendet. Diese Linse wird z. B. durch Wasser an das Objekt angekoppelt. Berechne die Brechungswinkel für die eingezeichneten Strahlen und zeichne deren weiteren Verlauf im Wasser ein (Abb. 30.4)!

### 7.7 Das Fermatsche Prinzip

In den letzten beiden Abschnitten haben wir mit Hilfe des Huygensschen Prinzips das Reflexions- und das Brechungsgesetz gefunden. Man kann aber auch auf andere Weise zu diesen Gesetzmäßigkeiten gelangen. *Pierre de Fermat* hat das nach ihm benannte Prinzip entdeckt:

Ein Wellenstrahl von einem Punkt *A* zu einem Punkt *B* wählt stets jenen Weg, für welchen er die kürzeste Zeit benötigt. (*Fermatsches Prinzip*)

Etwa in einem homogenen Medium ist der Wellenstrahl geradlinig (Abb. 31.1). Das Fermatsche Prinzip liefert auch die Erklärung für die Richtungsänderung des Wellenstrahls an der Grenzfläche zweier Medien:

**Beispiel A:** Anwendung des Fermatschen Prinzips auf die Reflexion

In einem Spiel besteht die Aufgabe, in der kürzesten Zeit von *A* nach *B* zu laufen und dabei die Wand einmal zu berühren. An welcher Stelle muß die Wand berührt werden, und wie groß sind die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$ ? (Abb. 31.2) Die Tabelle zeigt die Laufzeit *t* sowie die beiden Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  in Abhängigkeit von der Strecke *x*. Die kürzeste Laufzeit wird dann erreicht, wenn die beiden Winkel gleich groß sind. Dann ist aber genau das Reflexionsgesetz erfüllt!

**Beispiel B:** Anwendung des Fermatschen Prinzips auf die Brechung

In einem Wettkampf besteht die Aufgabe darin, in der kürzesten Zeit von einer Stelle *A* am Strand zu einer Boje *B* im Meer zu gelangen. Die Geschwindigkeit beim Laufen ist größer als die Geschwindigkeit beim Schwimmen. Welcher Weg ist einzuschlagen? (Abb. 31.3) Die Tabelle zeigt, daß man dann die kürzeste Laufzeit erreicht, wenn man den Weg entsprechend dem Brechungsgesetz wählt.

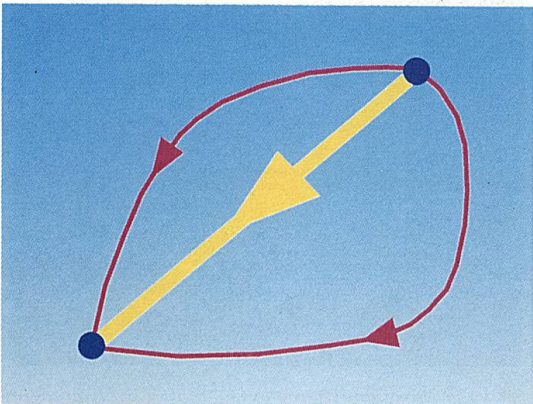
#### Aufgaben

61. Fertige ein Computerprogramm an, das die dargestellte Tabelle für Reflexion und Brechung ausgibt.
62. Benütze ein Grafikprogramm, um für Reflexion und Brechung die Laufzeit in Abhängigkeit von der Strecke *x* darzustellen.

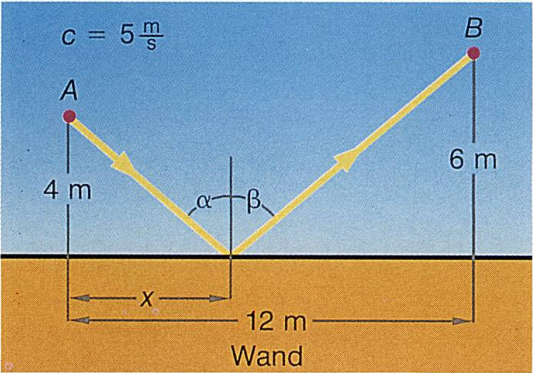
### 7.8 Der Dopplereffekt

Aus dem Alltag kennen wir den *Dopplereffekt*. (Der Dopplereffekt ist nach dem österreichischen Physiker *Christian Doppler*, 1803-1853, benannt.)

Fährt etwa ein hupendes Auto vorbei, so hören wir bei der Annäherung einen höheren und bei der Entfernung einen tieferen Ton, obwohl die Hupe immer Schwingungen konstanter Frequenz erzeugt.

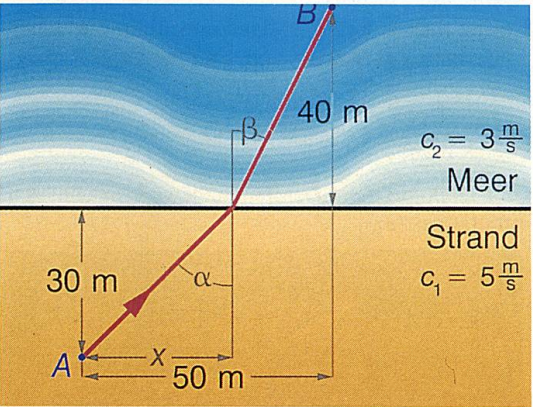


31.1 In einem homogenen Medium sind die Wellenstrahlen geradlinig.



| <i>x</i> | <i>t</i> | $\alpha$ | $\beta$ |
|----------|----------|----------|---------|
| 2,0      | 3,2268   | 26,57    | 59,04   |
| 4,0      | 3,1314   | 45,00    | 53,13   |
| 4,2      | 3,1281   | 46,40    | 52,43   |
| 4,4      | 3,1259   | 47,73    | 51,71   |
| 4,6      | 3,1245   | 48,99    | 50,96   |
| 4,8      | 3,1241   | 50,19    | 50,19 ← |
| 5,0      | 3,1245   | 51,34    | 49,40   |
| 7,0      | 3,1745   | 60,26    | 39,81   |
| 9,0      | 3,3114   | 66,04    | 26,57   |
| 11,0     | 3,5575   | 70,02    | 9,46    |

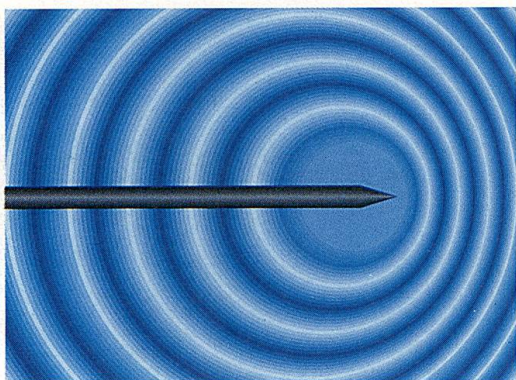
31.2 Anwendung des Fermatschen Prinzips auf die Reflexion



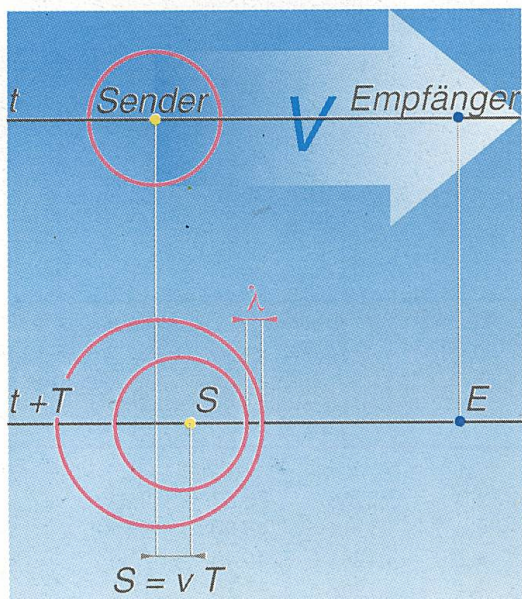
| <i>x</i> | <i>t</i>  | $\sin \alpha / \sin \beta$ | $c_1 / c_2$ |
|----------|-----------|----------------------------|-------------|
| 10,00    | 25,180740 | 0,450                      |             |
| 20,00    | 23,877770 | 0,920                      |             |
| 30,00    | 23,392400 | 1,580                      |             |
| 30,90    | 23,388893 | 1,665                      |             |
| 30,92    | 23,388892 | 1,667                      | 1,667 ←     |
| 30,94    | 23,388895 | 1,669                      |             |
| 30,96    | 23,388900 | 1,671                      |             |
| 30,98    | 23,388909 | 1,673                      |             |
| 31,00    | 23,388922 | 1,675                      |             |
| 40,00    | 23,743685 | 3,298                      |             |

31.3 Anwendung des Fermatschen Prinzips auf die Brechung





32.1 Der Erregerstift bewegt sich gleichförmig nach rechts über die Wasseroberfläche.



$$(1) \lambda = \lambda_0 - vT = \lambda_0 - \frac{v}{f_0}$$

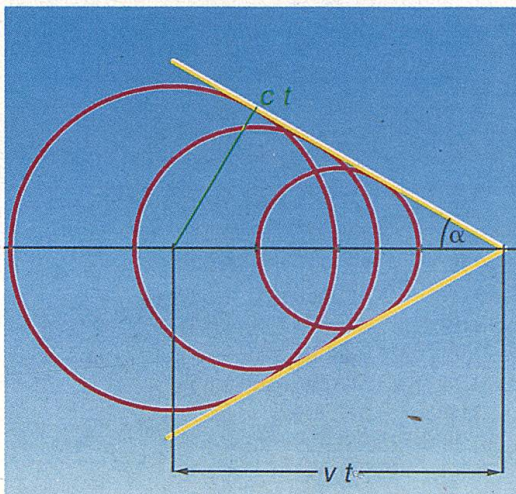
$$(2) \lambda = \frac{c}{f}, \lambda_0 = \frac{c}{f_0}$$

$$(1), (2) \frac{c}{f} = \frac{c}{f_0} - \frac{v}{f_0} = \frac{c}{f_0} \left(1 - \frac{v}{c}\right) \Leftrightarrow f = \frac{f_0}{1 - v/c}$$

Ersetzt man  $v$  durch  $-v$ , dann entspricht dies einer Entfernung des Senders vom Empfänger:

$$f = \frac{f_0}{1 + v/c}$$

32.2 Dopplereffekt: Der Sender bewegt sich auf den Empfänger zu.



32.3 Bewegt sich die Schallquelle mit Überschallgeschwindigkeit, dann bildet die Einhüllende der Wellenberge einen Machschen Kegel.

## Versuch

Eine angeschlagene Stimmgabel wird rasch auf einen Hörer zu und wieder von ihm weg bewegt. Dieser nimmt zuerst ein geringes Ansteigen, dann ein geringes Absinken der Tonhöhe wahr.

Diese Änderung der Tonhöhe tritt aber auch bei ruhendem Sender und bewegtem Empfänger auf. Allgemein gilt:

Bewegen sich Sender und Empfänger relativ zueinander, registriert der Empfänger eine Frequenzänderung.

Für die Erklärung dieser Erscheinung muß allerdings zwischen der Bewegung des Senders und der des Empfängers unterschieden werden. Folgende Festlegungen werden getroffen: Der Sender besitzt die Frequenz  $f_0$ . Vom ruhenden Sender entfernen sich Wellen der Wellenlänge  $\lambda_0$  mit der Geschwindigkeit  $c = \lambda_0 f_0$ . Ist der Empfänger ebenfalls in Ruhe, registriert er die Frequenz  $f_0$  und die Wellenlänge  $\lambda_0$ .

Der Sender bewegt sich mit der Geschwindigkeit  $v$

## Versuch

In einer Wellenwanne erzeugt ein periodisch eintauchender Stift konzentrische Wellenfronten. Wird der Stift aber gleichförmig nach rechts bewegt, dann werden die Wellenfronten vor dem Stift zusammengedrängt und hinter ihm auseinandergezogen (Abb. 32.1).

Während der Schwingungsdauer  $T$  entfernt sich eine Wellenfront um die Strecke  $\lambda_0$  vom Sendeort  $S$  (Abb. 32.2). Gleichzeitig hat sich aber der Sender und damit das Erregerzentrum für die nächste Wellenfront um  $s = vT$  in Richtung zum Empfänger verschoben. Der Abstand der Wellenfronten hat sich dadurch verringert. Der Empfänger registriert eine kürzere Wellenlänge  $\lambda$ :

Bewegt sich der Sender auf den Empfänger zu, registriert dieser eine Frequenzerhöhung:

$$f = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$$

Entfernt sich der Sender vom Empfänger, registriert dieser eine Frequenzerniedrigung:

$$f = \frac{f_0}{1 + \frac{v}{c}}$$

## Beispiel A

Ein Auto fährt auf einer geraden Strecke mit einer Geschwindigkeit von 80 km/h. Dessen Hupe erzeugt einen Ton der Frequenz 1000 Hz. Welche Frequenz nimmt ein ruhender Empfänger bei der Annäherung, welche bei der Entfernung des Fahrzeugs wahr?

$$\text{Annäherung: } f = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}} = \frac{1000 \text{ Hz}}{1 - \frac{80/3,6 \text{ m/s}}{343 \text{ m/s}}} = 1069 \text{ Hz}$$

$$\text{Entfernung: } f = \frac{f_0}{1 + \frac{v}{c}} = \frac{1000 \text{ Hz}}{1 + \frac{80/3,6 \text{ m/s}}{343 \text{ m/s}}} = 939 \text{ Hz}$$

Ist die Geschwindigkeit des Senders größer als die Schallgeschwindigkeit, dann überholen sich die Wellenfronten gegenseitig (Abb. 32.3). Es entsteht eine kegelförmige Einhüllende der Wellenfronten, der sogenannte *Machsche Kegel* (Ernst Mach, 1838 - 1916, österreichischer Physiker). Man spricht auch von einer *Kopfwell*.



Auf dem Kegelmantel entsteht ein sehr großer Überdruck, den der Empfänger als Knall (Überschallknall) wahrnimmt. Derartige Kopfwellen treten bei Überschallflugzeugen, bei Geschossen und als Peitschenknall auf. Auch die Bugwelle eines Schiffes ist eine Kopfwelle. Sie entsteht, wenn die Geschwindigkeit des Schiffes größer ist als die der Oberflächenwellen des Wassers.

Der Empfänger bewegt sich mit der Geschwindigkeit  $v$

Bewegt sich der Empfänger mit der Geschwindigkeit  $v$  auf den ruhenden Erreger zu, dann besitzen die Wellenfronten relativ zum Empfänger die Geschwindigkeit  $c + v$  (Abb. 33.1). Daher gilt für die vom Empfänger registrierte Frequenz  $f$ :

$$(1) \quad f = \frac{c + v}{\lambda_0} \quad \text{Ferner gilt: } (2) \quad \lambda_0 = \frac{c}{f_0}$$

$$(1), (2) \quad f = f_0 \frac{c + v}{c} = f_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

Ersetzt man  $v$  durch  $-v$ , entspricht dies der Entfernung des Empfängers:

$$f = f_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

Nähert sich der Empfänger dem Sender, so registriert er eine Frequenzerhöhung:

$$f = f_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

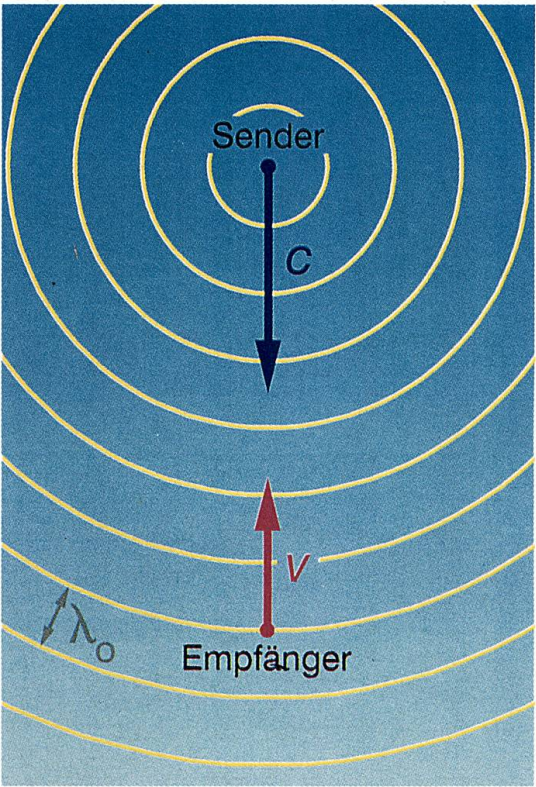
Entfernt sich der Empfänger, registriert er eine Frequenzerniedrigung:

$$f = f_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

Der Dopplereffekt tritt aber nicht nur bei Schallwellen, sondern auch bei elektromagnetischen Wellen auf. Beim Verkehrsradar etwa wird der Dopplereffekt zur Messung der Fahrzeuggeschwindigkeit ausgenutzt. Auch beim Licht kann der Dopplereffekt gemessen werden.

### Aufgaben

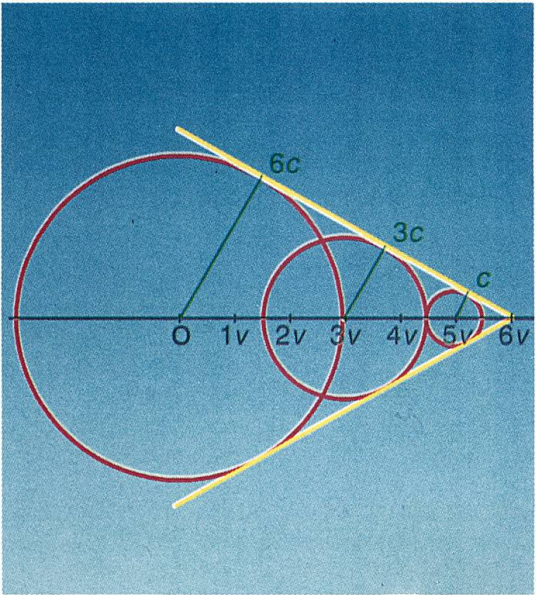
63. Warum registriert ein Empfänger bei der Entfernung des Senders eine Frequenzerniedrigung? Leite an Hand einer Skizze die Formel ab.
64. Ein sich bewegender Empfänger registriert eine Verringerung der Wellenlängen. Welche Schlußfolgerung kann daraus gezogen werden?
65. Skizziere die Einhüllende der Wellenfronten für den Fall, daß sich der Sender mit Schallgeschwindigkeit bewegt.
66. Ein Sender sendet Schallwellen mit einer Frequenz von 2000 Hz aus. Bewegt sich der Sender, so registriert der Empfänger eine um 7 % niedrigere Frequenz. Wie groß ist die Geschwindigkeit des Senders?
67. Ist die Frequenzerhöhung bei der Bewegung des Senders oder bei der Bewegung des Empfängers größer? Hinweis: Bilde den Quotienten der Frequenzen!
68. Ein hupendes Fahrzeug fährt mit 50 km/h an einem Fußgänger vorbei. Im Augenblick des Passierens schlägt die Tonhöhe um. In welchem Verhältnis stehen die beiden Frequenzen, die der Empfänger wahrnimmt?
69. Ein Fahrzeug fährt mit konstanter Geschwindigkeit und eingeschalteter Hupe an einer Meßstelle vorbei. Bei Annäherung wird eine Frequenz  $f_1 = 824$  Hz gemessen, bei Entfernung die Frequenz  $f_2 = 756$  Hz. Berechne die Fahrzeuggeschwindigkeit.
70. Zeige die Richtigkeit der Formel für den halben Öffnungswinkel des Machschen Kegels. Anleitung: Nimm für die Flugzeuggeschwindigkeit die doppelte Schallgeschwindigkeit an und zeichne in Sekundenabständen die Lage des Flugzeuges und die der Wellenfronten.



33.1 Der Empfänger bewegt sich auf den Sender zu: Die Wellenfronten haben relativ zum Empfänger die Geschwindigkeit  $c + v$ .

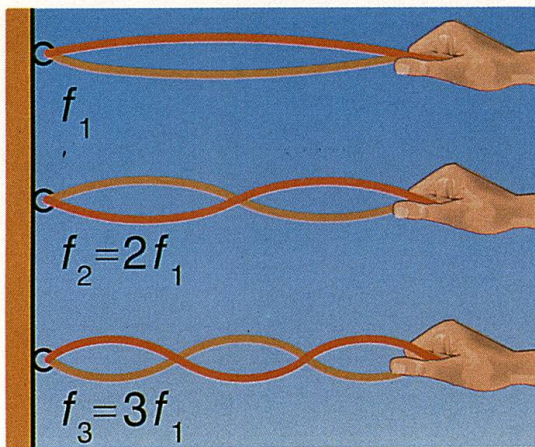
| Der Sender bewegt sich            | Der Empfänger bewegt sich              |           |
|-----------------------------------|----------------------------------------|-----------|
| $f = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$ | $f = f_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)$ | $f > f_0$ |
| $f = \frac{f_0}{1 + \frac{v}{c}}$ | $f = f_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right)$ | $f < f_0$ |

33.2 Der Dopplereffekt im Überblick

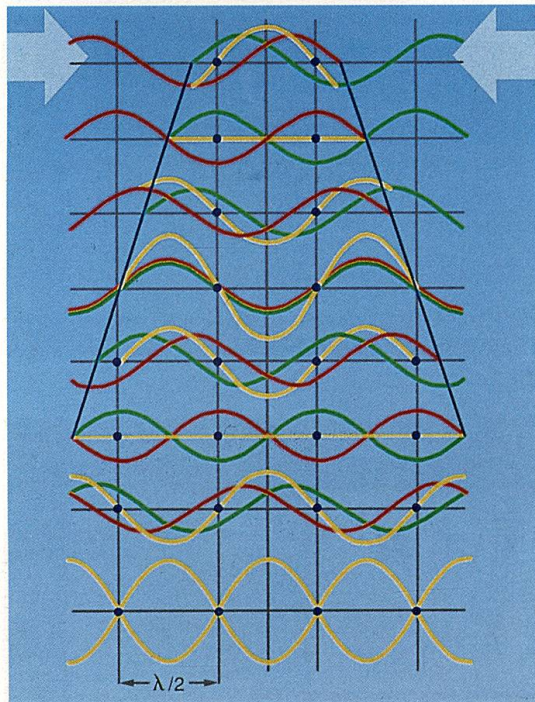


33.3 Abbildung zu Aufgabe 70. Für den halben Öffnungswinkel des Machschen Kegels gilt:  $\sin \alpha = \frac{c}{v}$

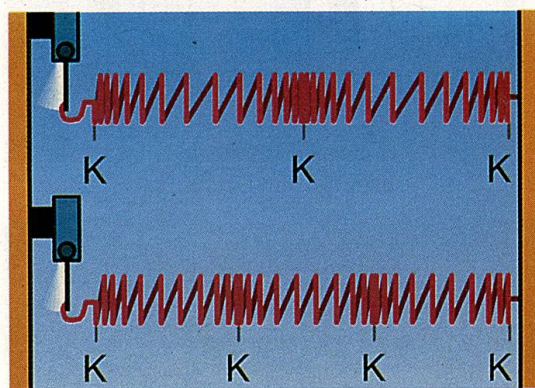




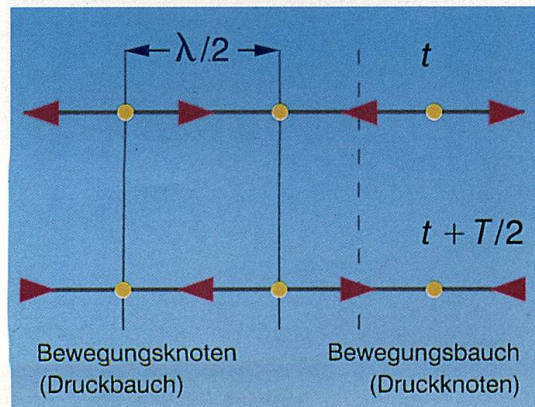
34.1 Stehende Transversalwellen



34.2 Entstehung einer stehenden Transversalwelle



34.3 Stehende Longitudinalwellen



34.4 Druckbauch und Druckknoten bei einer stehenden Longitudinalwelle

## 7.9 Stehende Wellen

Ein wichtiger Sonderfall der Interferenz tritt auf, wenn zwei Wellen gleicher Frequenz und gleicher Amplitude einander entgegenlaufen. Praktisch wird die entgegenlaufende Welle dadurch erzeugt, daß man eine fortschreitende Welle an einem Hindernis reflektieren läßt.

### Stehende Transversalwellen

#### Versuch

Ein Seil wird mit einem Ende an der Wand befestigt. Das andere Seilende wird mit der Hand auf- und abbewegt. Ändert man mehrfach die Frequenz, stellen sich verschiedene Schwingungsbilder ein (Abb. 34.1).

Eine stehende Welle besitzt Punkte, die ständig in Ruhe sind, die sogenannten *Bewegungsknoten* (*Schnelle- oder Schwingungsknoten*). Alle Punkte zwischen zwei Knoten schwingen in derselben Phase, aber mit unterschiedlichen Amplituden. Zwischen den Bewegungsknoten liegen die *Bewegungsbauche* (*Schnelle- oder Schwingungsbauche*).

In diesen Punkten ist die Amplitude gleich der Summe der Amplituden der hin- und rücklaufenden Welle. Der Abstand zwischen zwei Knoten oder zwischen zwei Bäuchen beträgt eine halbe Wellenlänge (Abb. 34.2).

### Stehende Longitudinalwellen

#### Versuch

Eine Schraubenfeder wird an einem Ende fest eingespannt. Das andere Ende wird durch einen Motor mit einem Exzenter periodisch bewegt. Durch Veränderung der Motordrehzahl können verschiedene Schwingungsbilder erzeugt werden. Die Interferenz der fortschreitenden und der reflektierten Verdichtung ergibt eine stehende Longitudinalwelle (Abb. 34.3).

In den *Bewegungsknoten* (*Schnelleknoten*) sind die Teilchen ständig in Ruhe. Ihr Abstand ist  $\lambda/2$ . Dazwischen liegen die *Bewegungsbauche* (*Schnellebäuche*). Die Federwindungen zu beiden Seiten eines Bewegungsknotens bewegen sich während einer Halbperiode auf den Knoten zu und in der nächsten Halbperiode vom Knoten weg. Daher ist in den Knoten abwechselnd maximale Verdichtung und maximale Verdünnung, also die größte Druckänderung. Man nennt diese Stellen daher auch *Druckbauche* (Abb. 34.4).

Die Bewegungsknoten sind Druckbauche, und die Bewegungsbauche sind Druckknoten.

Läßt man die von einem Lautsprecher ausgehenden Longitudinalwellen an einer glatten Beton- oder Metallwand (schallhartes Medium) reflektieren, erhält man eine stehende Longitudinalwelle. Diese läßt sich mit Hilfe eines Mikrofons nachweisen. Da das Mikrophon druckempfindlich ist, reagiert es an den Stellen der Druckbauche am stärksten (Abb. 35.1). Direkt an der Wand ist ein Bewegungsknoten und daher ein Druckbauch (Abb. 35.2).

#### Aufgaben

**71.** Zwischen einem Lautsprecher ( $f = 1000 \text{ Hz}$ ) und einer glatten Wand ist eine stehende Welle vorhanden. Wie groß ist der Abstand zwischen zwei benachbarten Druckbäuchen?

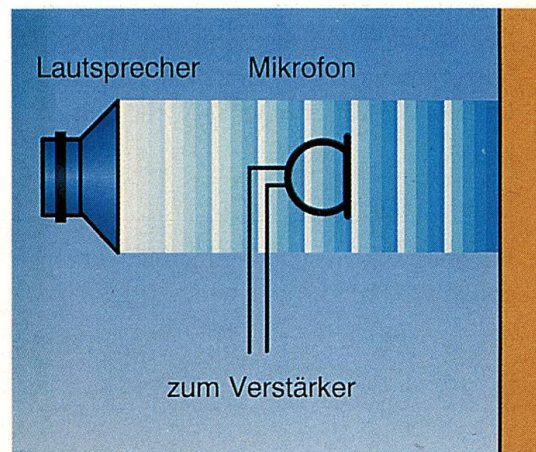
**72.** Ein Ende eines  $4,2 \text{ m}$  langen Seiles wird mit einem dünnen Faden an der Wand befestigt. Das andere Ende wird mit einer Frequenz von  $1 \text{ Hz}$  auf- und abbewegt. Zwischen den Seilenden bildet sich ein Bewegungsknoten. Welche Ausbreitungsgeschwindigkeit besitzt eine transversale Störung auf diesem Seil?

**73.** Übernimm alle Angaben von Aufgabe 72! Diesmal ist das Seilende aber direkt an der Wand befestigt. Welche Ausbreitungsgeschwindigkeit besitzt die transversale Störung nun?

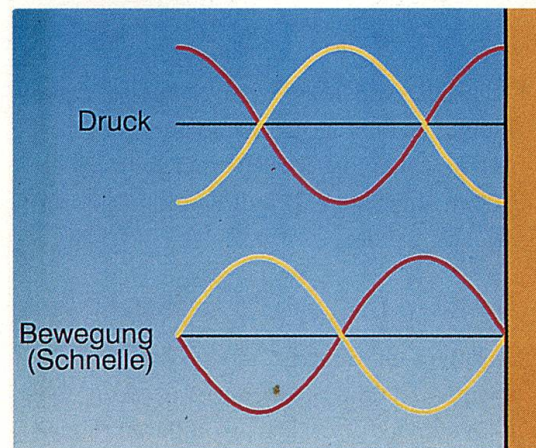


## Kontrollfragen

1. Was versteht man unter einer Wellenfront?
2. Was gibt ein Wellenstrahl an?
3. Unter welchen Bedingungen können die Wellenstrahlen eines punktförmigen Erregers als parallel angesehen werden? Wie sind dann die Wellenfronten ausgebildet?
4. Was versteht man unter der ungestörten Überlagerung von Wellen?
5. Unter welchen Bedingungen kann Interferenz beobachtet werden?
6. Was versteht man unter Kohärenz?
7. Unter welchen Bedingungen tritt konstruktive, unter welchen destruktive Interferenz auf?
8. Was versteht man unter dem Gangunterschied zweier Wellen?
9. Erkläre das Huygenssche Prinzip!
10. Was versteht man unter Beugung?
11. Unter welchen Bedingungen tritt Beugung auf?
12. Wie lautet das Reflexionsgesetz?
13. Erkläre die Reflexion mit Hilfe des Huygensschen Prinzips.
14. Welcher Unterschied besteht zwischen der Reflexion am festen und am freien Ende bei einer a) transversalen b) longitudinalen Welle?
15. Was versteht man unter Echo und Nachhall?
16. Was versteht man unter Brechung?
17. Wie lautet das Brechungsgesetz?
18. Erkläre die Brechung mit Hilfe des Huygensschen Prinzips!
19. Welche physikalischen Größen ändern sich beim Übergang von einem Medium in ein anderes? Welche ändern sich nicht?
20. Wie lassen sich geradlinige Ausbreitung, Reflexion und Brechung mit Hilfe des Fermatschen Prinzips erklären?
21. Beschreibe den Dopplereffekt.
22. Erkläre das Zustandekommen des Dopplereffektes bei a) bewegtem Sender, b) bewegtem Empfänger.
23. Wie entsteht der Überschallknall?
24. Was versteht man unter einer stehenden Welle? Wie entsteht sie?
25. Beschreibe die Unterschiede zwischen einer fortschreitenden und einer stehenden Welle.
26. Beschreibe die Bewegungen eines Teilchens im Bewegungsbauch einer stehenden Transversalwelle im Vergleich zu den anderen Teilchen!
27. Welche Bewegungen führen Teilchen einer stehenden Longitudinalwelle an Stellen mit der größten Druckschwankung aus?



35.1 Mit einem Mikrofon läßt sich eine stehende Schallwelle nachweisen.



35.2 Reflexion einer Schallwelle an einer Wand

| fortschreitende -                                       | stehende Welle                                          |
|---------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| Das Kurvenbild verschiebt sich in Ausbreitungsrichtung. | Das Kurvenbild steht.                                   |
| Kein Punkt ist ständig in Ruhe.                         | Die Knoten im Abstand $\lambda/2$ sind ständig in Ruhe. |
| Sie dient dem Energietransport.                         | Die Energie kann den Träger nicht verlassen.            |

35.3 Gegenüberstellung von fortschreitender und stehender Welle

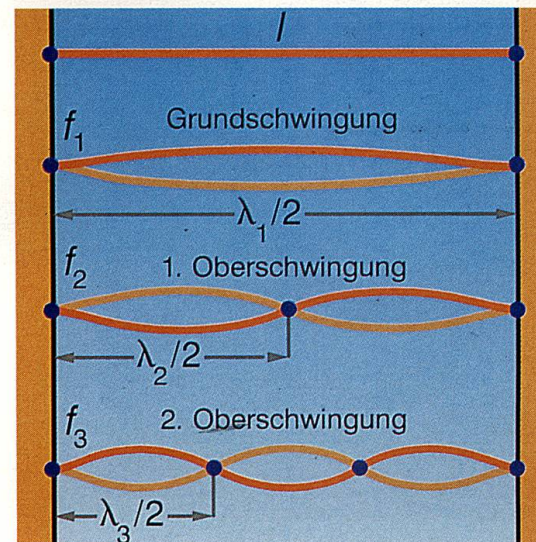
## 8. Schallquellen

Stehende Wellen auf begrenzten Trägern nennt man auch *Eigenschwingungen*. Sie spielen bei der Schallerzeugung eine wichtige Rolle. Als Schallquellen dienen vor allem schwingende feste Körper und schwingende Luftsäulen.

### 8.1 Schwingende Saiten

Bei der Erzeugung von stehenden Wellen auf einem Seil treten je nach Erregerfrequenz verschiedene, aber nur ganz bestimmte Schwingungsbilder auf. Das gleiche gilt auch für eine an beiden Enden eingespannte Saite (Abb. 35.4).

An den Einspannstellen sind Bewegungsknoten. Es treten nur solche stehenden Wellen (Eigenschwingungen) auf, für die die Saitenlänge ein ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge der Grundschwingung ist.



35.4 Grund- und Oberschwingungen einer eingespannten Saite



Die stehende Welle entsteht durch Interferenz zweier aufeinander zulaufender Wellen. Für die fortschreitende Welle gilt:

$$c = \lambda_1 f_1 = \lambda_2 f_2 = \dots = \lambda_n f_n$$

$$\text{Daraus folgt: (1) } f_n = \lambda_1 f_1 / \lambda_n$$

Für die verschiedenen Eigenschwingungen gilt (Abb. 35.4):

$$(2) \quad \lambda_2 = \lambda_1/2, \lambda_3 = \lambda_1/3, \dots, \lambda_n = \lambda_1/n$$

$$(1), (2) \quad \lambda_1 f_1 = \lambda_1 f_n / n \Leftrightarrow f_n = n f_1$$

$$\text{Da } \lambda_1 = 2l, \text{ gilt: } f_n = n c / 2l$$

### Diskussion der Frequenzformel

$$f \sim 1 / \sqrt{m^*}$$

Je größer die Masse der Saite ist, desto kleiner ist die Frequenz und desto tiefer ist der Ton. Um die Masse einer Saite zu erhöhen, kann sie z. B. mit Kupferdraht umwickelt werden.

$$f \sim 1 / l$$

Je länger die Saite ist, desto kleiner ist die Frequenz und desto tiefer ist der Ton. Die Klaviersaiten werden zu höheren Tönen hin immer kürzer. Bei der Gitarre wird die Saite verkürzt, indem man diese gegen den Steg drückt.

$$f \sim \sqrt{F}$$

Je stärker die Saite gespannt ist, desto größer ist die Frequenz und desto höher ist der Ton. Durch Veränderung der Spannung wird eine Saite gestimmt.

$$f_n = n f_1 = n c / 2l \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$c$  ... Ausbreitungsgeschwindigkeit der Transversalwelle auf der gespannten Saite

Die Frequenzen der Oberschwingungen sind ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz.

Frequenzen der Eigenschwingungen (Eigenfrequenzen):

$n = 1$ : Frequenz der Grundschwingung, Grundfrequenz oder 1. Harmonische

$n = 2$ : Frequenz der 1. Oberschwingung oder 2. Harmonische

$n = 3$ : Frequenz der 2. Oberschwingung oder 3. Harmonische

Eine Saite besitzt theoretisch unendlich viele Oberschwingungen. Praktisch ist die Anzahl der Oberschwingungen aber begrenzt. Ein Pendel etwa besitzt nur eine Eigenschwingung. Da die Frequenzen der Eigenschwingungen nur ganz bestimmte Werte annehmen können, spricht man von einer *Quantisierung* der Frequenz.

Für die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Transversalwelle auf einer Saite gilt:

$$c = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \quad \text{oder} \quad c = \sqrt{\frac{F}{m^*}} \quad (m^* \dots \text{Masse pro Längeneinheit})$$

Damit ergibt sich für die Grundfrequenz  $f_1$ :

$$f_1 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \quad \text{oder} \quad f_1 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{F}{m^*}}$$

### Beispiel A

Wie verhalten sich die Grundfrequenzen zweier Saiten mit den Längen 1,2 m und 1,125 m?

$$\frac{f_{II}}{f_I} = \frac{c}{2l_I} \cdot \frac{2l_{II}}{c} = \frac{l_{II}}{l_I} = \frac{1,125 \text{ m}}{1,2 \text{ m}} = \frac{15}{16}$$

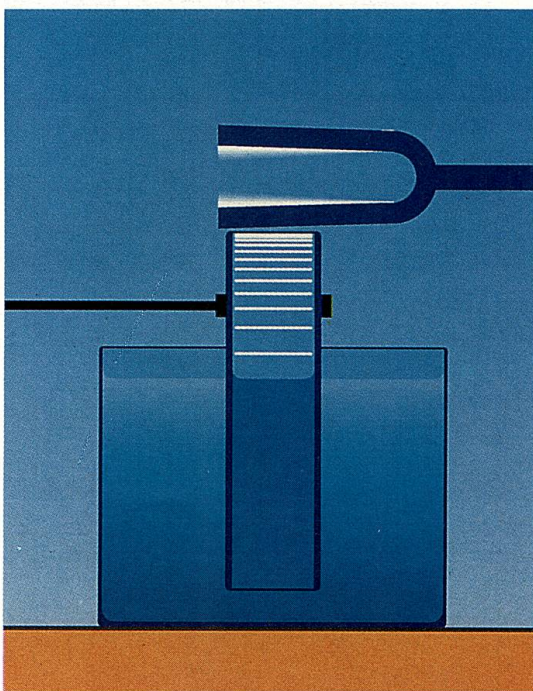
Gelingt es, etwa ein Seil zu einer ganz bestimmten Eigenschwingung anzuregen, dann bedeutet das: Die Erregerfrequenz stimmt mit der Eigenfrequenz des Seiles überein, und es tritt Resonanz ein. Das Seil schwingt besonders kräftig mit. Schwingende Saiten werden in den Saiteninstrumenten (Gitarre, Harfe, Zither, Hackbrett, Violine, Klavier,...) zur Tonerzeugung verwendet. Dabei werden die Saiten durch Zupfen, Streichen oder Anschlagen zum Schwingen gebracht. Allerdings wird die Saite dabei zu vielen Eigenschwingungen angeregt. Grund- und Oberschwingungen zusammen bilden das System der Eigenschwingungen der Saite. Es entsteht also kein physikalisch reiner Ton, sondern ein Klang.

## 8.2 Schwingende Luftsäulen

**Versuch** (Abb. 36.1)

Ein Glasrohr wird teilweise in Wasser eingetaucht. Darüber hält man eine schwingende Stimmgabel. Durch Heben oder Senken des Glasrohres kann man die Länge der *einseitig offenen Luftsäule* im Rohr verändern. Bei bestimmten Längen der Luftsäule hört man ihr deutliches Mitschwingen. Durch Interferenz der von der Stimmgabel ausgehenden Longitudinalwellen mit den an der Wasseroberfläche reflektierten Wellen bilden sich stehende Wellen (Eigenschwingungen der Luftsäule) aus.

Am unteren, geschlossenen Ende der Luftsäule ist immer ein Bewegungsknoten. Am oberen, offenen Ende ist ein Bewegungsbauch (Abb. 37.1). Es treten nur solche stehenden Wellen (Eigenschwingungen) auf, für die die Länge der Luftsäule ein ungeradzahliges Vielfaches eines Viertels der Wellenlänge ist:



36.1 Die Länge der einseitig offenen Luftsäule kann durch Heben und Senken des Glasrohres verändert werden.



$$l = \frac{\lambda_1}{4} = \frac{3\lambda_2}{4} = \frac{5\lambda_3}{4} = \dots = (2n-1) \frac{\lambda_n}{4}. \text{ Daraus folgt:}$$

$$(1) \lambda_n = \frac{\lambda_1}{2n-1}$$

Ferner gilt:  $c = \lambda_1 f_1 = \lambda_2 f_2 = \dots = \lambda_n f_n$ . Daraus folgt:

$$(2) f_n = \frac{\lambda_1}{\lambda_n} f_1$$

$$(1), (2) f_n = (2n-1)f_1. \text{ Da } f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{4l}, \text{ folgt: } f_n = (2n-1) \frac{c}{4l}$$

$$f_n = (2n-1)f_1 = (2n-1) \frac{c}{4l} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Bei einer einseitig offenen Luftsäule sind die Frequenzen der Oberschwingungen ungeradzahlige Vielfache der Grundfrequenz.

### Beispiel A

Wie groß sind Grundfrequenz und Wellenlänge einer 10 cm langen, einseitig offenen Luftsäule?

$$f_1 = \frac{c}{4l} = \frac{343 \text{ m/s}}{4 \cdot 0,1 \text{ m}} = 858 \text{ Hz}$$

$$\lambda_1 = 4l = 0,4 \text{ m}$$

Bei einer *beidseitig offenen Luftsäule* bilden sich an den Enden Bewegungsbäuche aus (Abb. 37.2).

Die wichtigsten Anwendungen für schwingende Luftsäulen sind Pfeifen (gedeckt und offen), die wir in Blasinstrumenten (Orgel, Klarinette, Flöte, Trompete, ...) vorfinden.

### Aufgabe

74. Stelle eine Formel auf, welche für eine beidseitig offene Luftsäule den Zusammenhang zwischen der Frequenz  $f_n$  und der Grundfrequenz  $f_1$  beschreibt!

## 8.3 Schwingende Stäbe und Zungen

### Biegeschwingungen eines einseitig eingespannten Stabes

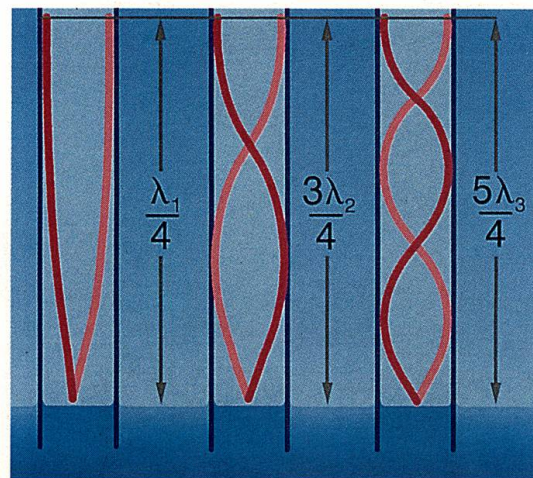
Im Gegensatz zu den schwingenden Saiten und Luftsäulen sind die Frequenzen der Oberschwingungen nicht ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz. Sie sind also nicht Harmonische der Grundfrequenz. Der Grund liegt darin, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Biegewellen frequenzabhängig ist (Abb. 37.3). Schwingende Stäbe werden in verschiedenen Musikinstrumenten in Form von Zungen verwendet. In den sogenannten Zungenpfeifen wird durch Einblasen von Luft eine Zunge in Schwingungen versetzt, die wiederum die Luftsäule zum Schwingen anregt.

Die *Stimmgabel* ist ein gebogener Stab und führt Biegeschwingungen durch (Abb. 37.4). Die Oberschwingungen klingen nach kurzer Zeit ab, so daß die Stimmgabel praktisch nur mit ihrer Grundfrequenz schwingt. Sie liefert daher einen reinen Ton.

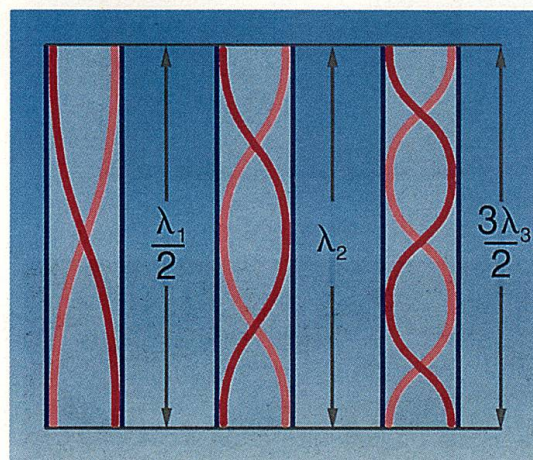
### Longitudinale Schwingungen eines Stabes

Ein Stab, der in der Mitte eingespannt ist, kann durch Reiben in Längsrichtung zu longitudinalen Schwingungen angeregt werden (Abb. 37.5). Für die Grundschwingung gilt:

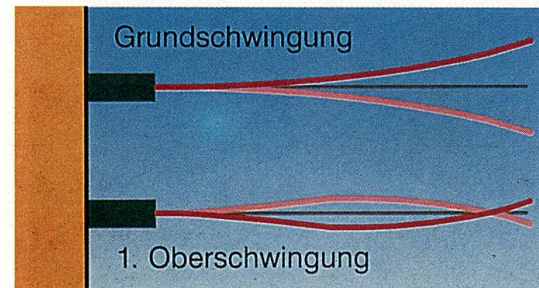
$$\lambda_1 = 2l$$



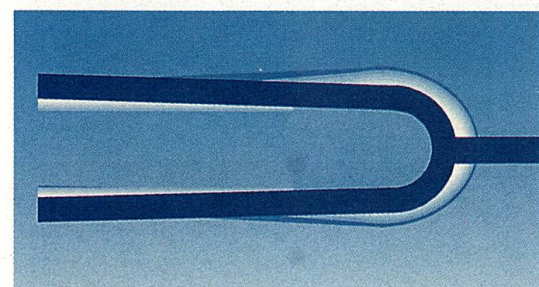
37.1 Grundschwingung, erste und zweite Oberschwingung einer einseitig offenen Luftsäule



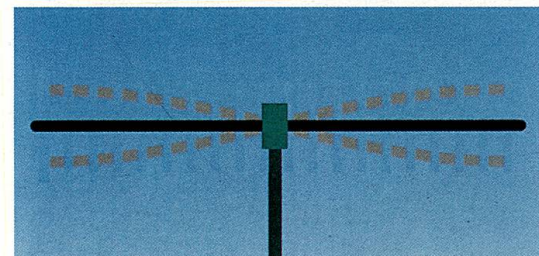
37.2 Grundschwingung, erste und zweite Oberschwingung einer beidseitig offenen Luftsäule



37.3 Die Frequenzen der Oberschwingungen sind keine ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz.

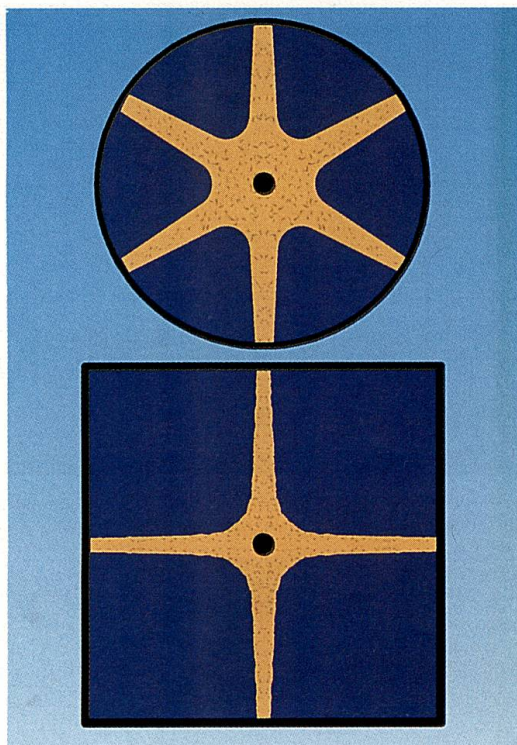


37.4 Eine Stimmgabel führt Biegeschwingungen aus.

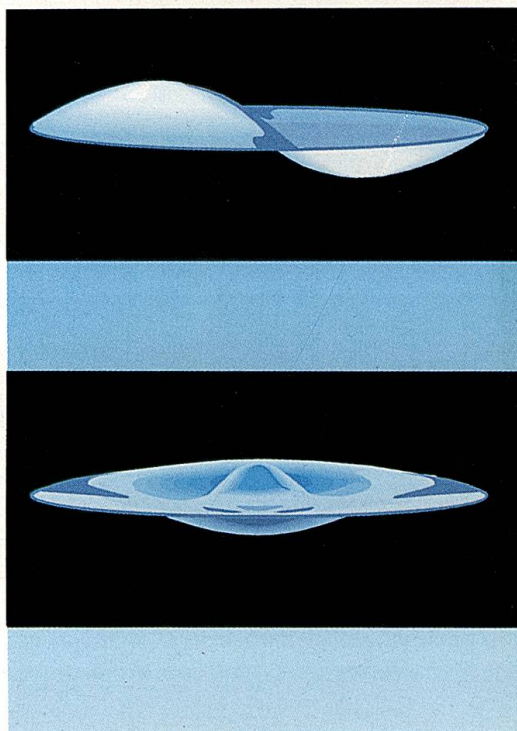


37.5 Longitudinale Schwingungen eines in der Mitte eingespannten Stabes

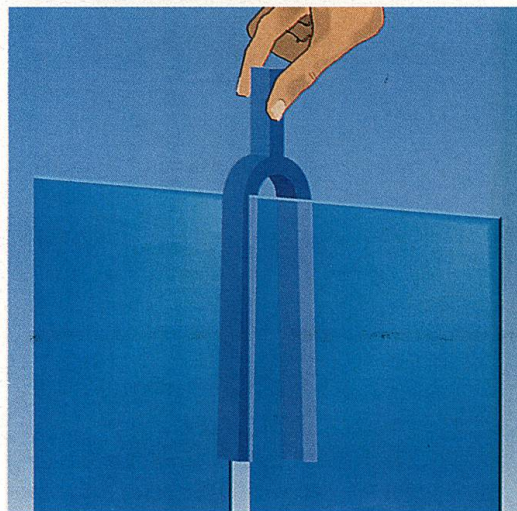




38.1 Schwingende Metallplatten



38.2 Eine schwingende Seifenhaut als Beispiel für eine schwingende Membran



38.3 Akustischer Kurzschluß

## 8.4 Schwingende Platten und Membranen

Den eindimensionalen Stäben entsprechen die zweidimensionalen *Platten*.

### Versuch

Eine quadratische oder kreisförmige Metallplatte wird in der Mitte horizontal eingespannt. Auf die Platte wird feiner Sand oder Korkpulver gestreut. Durch Anschlagen oder Anstreichen mit einem Violinbogen wird die Platte zum Schwingen gebracht. Von den Bewegungsbäuchen wird der Sand weggeschleudert. Er sammelt sich an den Bewegungsknoten, den sogenannten Knotenlinien. Die beobachtbaren Figuren heißen *Chladnische Klangfiguren* (Abb. 38.1). Werden Randpunkte der Platte mit den Fingern berührt, lassen sich verschiedene Schwingungsformen erzwingen. Die Glocke kann als gekrümmte Platte aufgefaßt werden.

Den eindimensionalen Saiten entsprechen die zweidimensionalen Membranen. Eine *Membran* muß wie die Saite am Rand eingespannt werden und kann ebenfalls zu verschiedenen Schwingungsformen angeregt werden (Abb. 38.2). Die Trommel ist ein Beispiel dafür.

## 8.5 Schallabstrahlung

Stimmgabel und Saite sind sehr schlechte Schallabstrahler. Sie haben nämlich sehr kleine Abstrahlungsflächen und können daher nur geringe Luftmengen in Bewegung setzen.

### Versuch

Setzt man eine angeschlagene Stimmgabel auf eine Tischplatte auf, so wird ihr Ton lauter. Die Tischplatte wird nämlich zum Mitschwingen angeregt. Sie besitzt eine große Strahlungsfläche und kann daher auch viel Schwingungsenergie an die Luft übertragen. Man spricht von einer *Schallverstärkung* durch Mitschwingen. Die Schallabstrahlung fast aller Musikinstrumente (und auch beim Menschen) erfolgt über *Resonatoren*, die an die Schwingungserzeuger angekoppelt sind. Die Resonatoren sind Hohlräume oder Platten (Resonanzkasten, Resonanzboden). Jeder Resonator besitzt aber eine Reihe von Eigenfrequenzen (Resonanzfrequenzen). Daher reagiert er auf verschiedene Frequenzen auch unterschiedlich. Die Klangfarbe einer Violine etwa wird durch die schwingende Saite im Zusammenwirken mit dem Resonanzkasten bestimmt.

### Versuch

Wird eine angeschlagene Stimmgabel in den Spalt zwischen zwei Platten (Schallwand) gebracht, hört man sie lauter (Abb. 38.3). Wenn der Zinken einer Stimmgabel (oder eine Saite) schwingt, kommt es auf der einen Seite zu einer Verdichtung und auf der gegenüberliegenden Seite zu einer Verdünnung. Es findet dann ein teilweiser Druckausgleich statt (akustischer Kurzschluß). Durch eine Schallwand wird dieser akustische Kurzschluß verhindert. Das Gehäuse eines Lautsprechers stellt ebenfalls eine Schallwand dar.

### Aufgaben

75. Um wieviel Prozent ändert sich die Grundfrequenz einer Saite, wenn ihre Länge um  $\frac{1}{4}$  verringert wird?
76. Um wieviel Prozent verändert sich die Grundfrequenz einer Saite, wenn die Spannung um 10% verkleinert wird?
77. Zwischen den Einspannstellen einer Saite liegen fünf Bewegungsbäuche. Was kann über die Wellenlänge gesagt werden und um welche Eigenschwingung handelt es sich?
78. Die Grundfrequenz einer Saite beträgt 400 Hz. Wie groß ist die Frequenz der vierten Oberschwingung?
79. Welche Grundfrequenz besitzt eine 30 cm lange Stahlsaite mit  $1\text{ mm}^2$  Querschnittsfläche, die durch eine Kraft von 15 N gespannt wird?
80. Warum und wie ändert sich die Tonhöhe beim Füllen eines Glases mit Wasser?



81. Die Frequenz der zweiten Oberschwingung einer einseitig offenen Luftsäule ist um 300 Hz höher als die Frequenz der ersten Oberschwingung. Wie lang ist die Luftsäule und wie groß sind die beiden Frequenzen?
82. Wie verhalten sich die Grundfrequenzen einer einseitig offenen und einer gleich langen, beidseitig offenen Luftsäule?
83. Ein 1 m langer Stahlstab ist auf verschiedene Arten eingespannt (Abb. 39.1). Welche Eigenschwingungen treten jeweils auf, wenn der Stab zu longitudinalen Schwingungen angeregt wird?
84. Was läßt sich über die longitudinalen Eigenfrequenzen der drei verschieden langen Stäbe sagen (Abb. 39.2)?

Kontrollfragen

1. Von welchen Größen hängt die Grundfrequenz einer Saite ab? (Beschreibe mit Hilfe von Proportionalitäten)
2. Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Wellenlänge und der Länge einer Saite bzw. der Länge einer Luftsäule?
3. Wie entstehen Eigenschwingungen auf begrenzten Trägern?
4. Warum ist eine Saite ein schlechter Schallabstrahler?
5. Wie wird die Schallabstrahlung bei Musikinstrumenten vergrößert?
6. Was ist eine Schallwand?
7. Was versteht man unter harmonischen bzw. anharmonischen Oberschwingungen? (Beispiele)

## 9. Das Schallfeld

### 9.1 Schallfeldgrößen

Ein mit Schallwellen erfüllter Raum wird als *Schallfeld* bezeichnet. Die wichtigsten Schallfeldgrößen sind *Schalldruck* und *Schallintensität*.

#### Der Schalldruck

Schallwellen in Luft sind Longitudinalwellen, also Verdichtungen und Verdünnungen, die sich mit Schallgeschwindigkeit ausbreiten. Den periodischen Dichteänderungen entsprechen periodische Druckschwankungen. Diese werden durch den *Schallwechseldruck* ausgedrückt. Dieser Schallwechseldruck überlagert sich dem normalen Luftdruck. Ein Mikrofon wandelt ihn in eine Wechselspannung um. Ein angeschlossenes Meßgerät zeigt einen Mittelwert, den sogenannten Effektivwert an. Diesen Effektivwert werden wir im folgenden kurz als *Schalldruck*  $p$  bezeichnen (Abb. 39.3).

#### Die Schallintensität

Durch eine Welle wird Energie transportiert. Die Energie, die pro Sekunde auf eine Fläche von 1 m<sup>2</sup> senkrecht zur Ausbreitungsrichtung auffällt, wird als *Schallintensität* oder *Schallstärke*  $I$  bezeichnet (Abb. 39.4). Die Schallintensität ist die Schalleistung pro Flächeneinheit, besitzt daher die Einheit W/m<sup>2</sup>. Zwischen Schallintensität und Schalldruck besteht folgender Zusammenhang:

$$I = \frac{p^2}{Z} \quad Z \dots \text{Schallwellenwiderstand des Mediums}$$

Für Luft bei 1000 Hz gilt:  $Z = 400 \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$

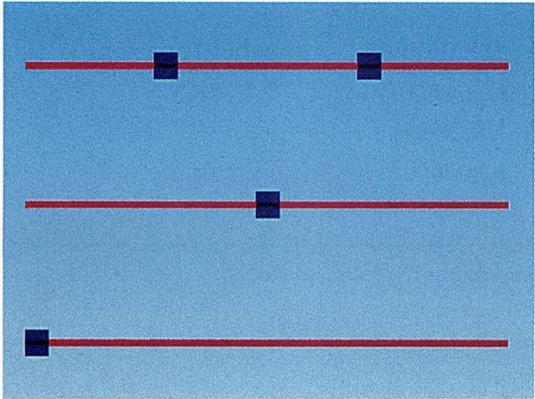
$$I \sim p^2$$

Die Schallintensität steigt mit dem Quadrat des Schalldruckes.

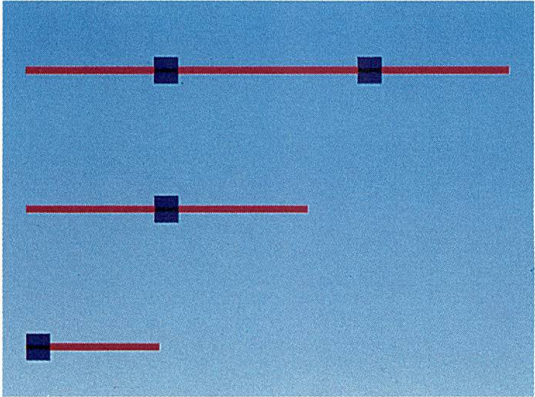
Beispiel A

Bei einem normalen Gespräch beträgt der Schalldruck ca.  $2 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}^2$ . Wie groß ist die Schallintensität  $I$  ?

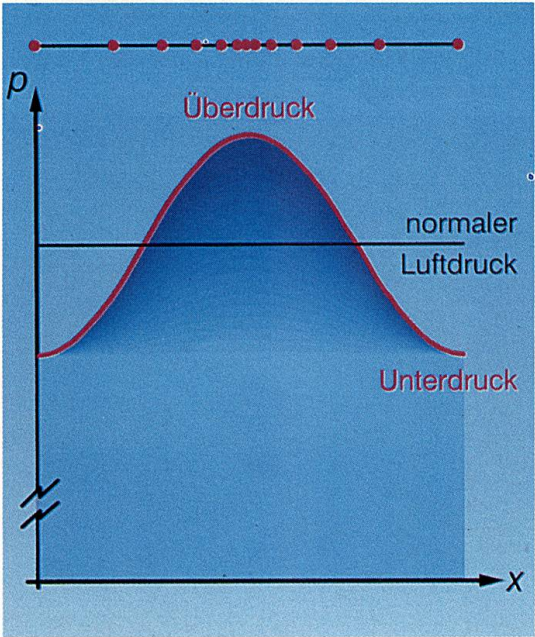
$$I = \frac{p^2}{Z} = \frac{(2 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}^2)^2}{400 \text{ kg/m}^2 \text{ s}} = 10^{-6} \text{ W/m}^2$$



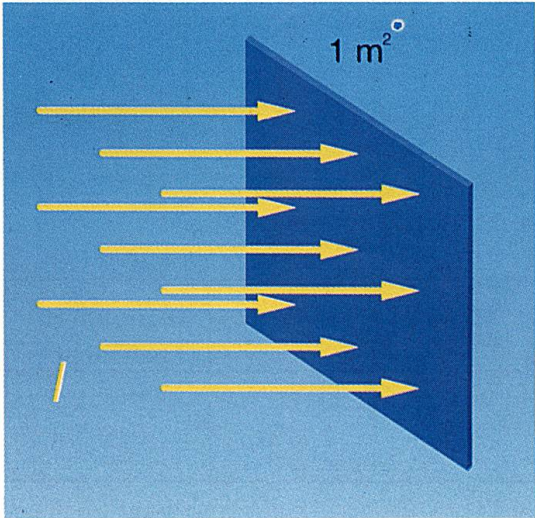
39.1 Abbildung zu Aufgabe 83



39.2 Abbildung zu Aufgabe 84



39.3 Der Schalldruck

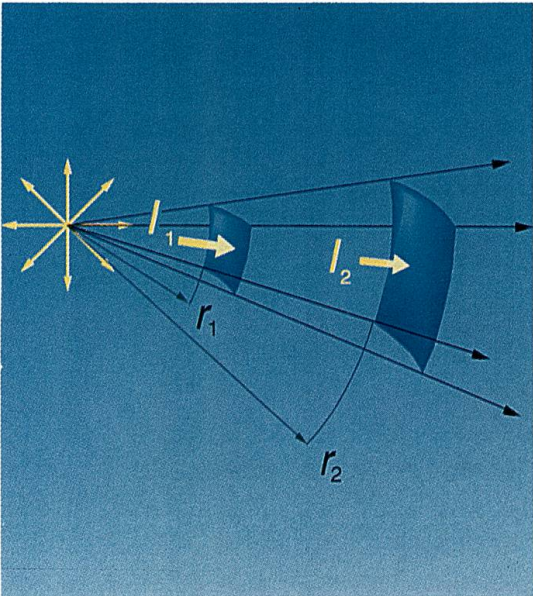


39.4 Die Schallintensität

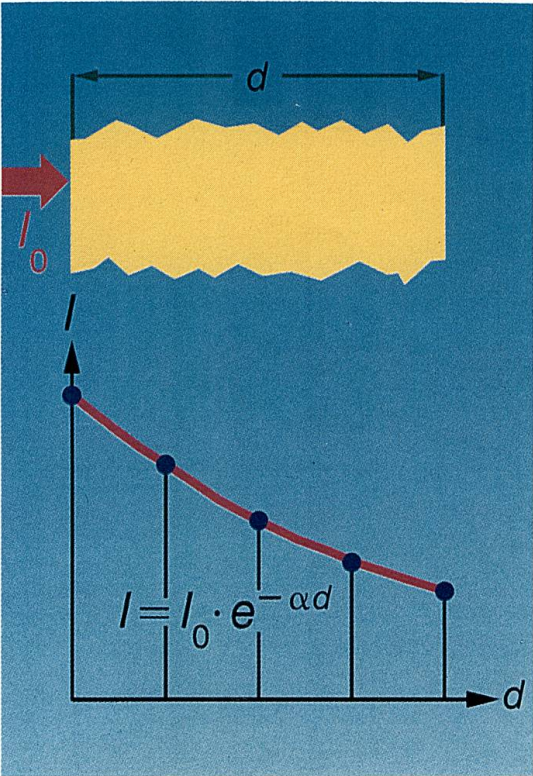


| Schallquelle | Schalleistung $P$ in W |
|--------------|------------------------|
| Unterhaltung | $7 \cdot 10^{-6}$      |
| Klarinette   | $5 \cdot 10^{-2}$      |
| Klavier      | $2 \cdot 10^{-1}$      |
| Orchester    | 70                     |

40.1 Einige Schalleistungen



40.2 Die Schallintensität nimmt mit dem Quadrat der Entfernung ab.



40.3 Dämpfung von Schallenergie

| Material          | Frequenz | Dämpfungskoeffizient |
|-------------------|----------|----------------------|
| Wasser<br>(20 °C) | 50 Hz    | $10^{-7}$ 1/m        |
|                   | 1 MHz    | 0,05 1/m             |

40.4 Der Dämpfungskoeffizient  $\alpha$  ist material- und frequenzabhängig.

## 9.2 Abnahme der Schallintensität

Eine Schallquelle wird durch die *Schalleistung*  $P$  charakterisiert. Tabelle 40.1 zeigt, daß die Schalleistungen wesentlich geringer sind als die Leistungen in anderen Bereichen (vergleiche etwa mit einer Glühlampe).

Aus Erfahrung wissen wir: Entfernt man sich von einer Schallquelle, so nimmt die empfangene Schalleistung ab. Diese Abnahme soll nun genauer untersucht werden. Zu diesem Zweck nehmen wir an, daß die Schallquelle ein *Kugelstrahler* ist (Abb. 40.2). Ein Kugelstrahler hat die Eigenschaft, nach allen Raumrichtungen hin gleichmäßig Energie abzustrahlen. Jede Kugelfläche um die Schallquelle wird von der gleichen Leistung durchsetzt. Es ist daher sinnvoll, die Schallintensität anzugeben.

Auf einer gedachten Kugelfläche mit dem Radius  $r_1$  beträgt die Schallintensität  $I_1 = P / 4 \pi r_1^2$ . Für eine Kugelfläche mit Radius  $r_2$  gilt:  $I_2 = P / 4 \pi r_2^2$ .

Bildet man den Quotienten der Intensitäten, erhält man:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{P}{4 \pi r_1^2} \cdot \frac{4 \pi r_2^2}{P} = \frac{r_2^2}{r_1^2}. \quad \text{Daraus folgt:}$$

$$I \sim 1 / r^2$$

Die Schallintensität nimmt mit dem Quadrat des Abstandes von der Schallquelle ab.

### Beispiel A

Ein Kugelstrahler gibt eine Schalleistung von 0,1 W ab. Wie groß ist die Schallintensität in 3 m Entfernung? Wie groß ist die Schalleistung, die ein Mikrophon mit 3 cm<sup>2</sup> Empfangsfläche in dieser Entfernung empfängt?

$$I = \frac{P}{4 \pi r^2} = \frac{0,1 \text{ W}}{4 \pi \cdot (3 \text{ m})^2} = 8,8 \cdot 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

$$P = I \cdot A = 8,8 \cdot 10^{-4} \text{ W/m}^2 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 2,7 \cdot 10^{-7} \text{ W}$$

Die Schallintensität nimmt aber nicht nur aus diesem geometrischen Grund mit zunehmender Entfernung ab. Schallwellen werden in jedem Medium gedämpft, da ein Teil der Schallenergie absorbiert wird (Abb. 40.3). Diese Dämpfung wird durch den Dämpfungskoeffizienten  $\alpha$  beschrieben.

$$I = I_0 e^{-\alpha d}$$

Schallabsorbierende Stoffe spielen im Bauwesen eine wichtige Rolle.

### Beispiel B

a) Auf wieviel Prozent sinkt die Schallintensität in Wasser bei einer Frequenz von 1 MHz auf einer Strecke von 100 m ab?

$$I = I_0 e^{-0,05 \text{ m}^{-1} \cdot 100 \text{ m}} = 0,0067 I_0$$

Die Schallintensität sinkt auf 0,67 % ab.

b) Auf wieviel Prozent sinkt die Schallintensität bei einer Frequenz von 50 Hz auf einer Strecke von 10 000 km ab?

$$I = I_0 e^{-10^{-7} \text{ m}^{-1} \cdot 10^7 \text{ m}} = 0,37 I_0$$

Die Schallintensität sinkt auf 37% ab.

Während Schall mit 1 MHz nicht einmal 100 m weit kommt, kann Schall von 50 Hz im Meer riesige Strecken praktisch ungedämpft zurücklegen. Wasser ist für niedere Frequenzen "akustisch durchsichtig".

### Aufgaben

85. Warum nimmt die Schallintensität mit zunehmender Entfernung von der Schallquelle ab? Gibt es zwischen einer Kugelwelle und einer ebenen Welle einen Unterschied?



86. Beim normalen Sprechen beträgt der Schalldruck ca.  $2 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}^2$ . Welche Leistung nimmt das Ohr bei einer Empfängerfläche von  $10 \text{ cm}^2$  auf?
87. Wie muß die Schalleistung einer Schallquelle (Kugelstrahler) geändert werden, damit bei Verdoppelung des Abstandes die Schallintensität gleich bleibt?
88. Ein Musikinstrument hat eine Schalleistung von  $0,01 \text{ W}$ . Wie groß sind Schallintensität und Schalldruck in  $5 \text{ m}$  Entfernung, wenn das Instrument als Kugelstrahler angesehen wird?
89. Auf welcher Strecke in Wasser werden  $10 \%$  der Schallintensität bei  $50 \text{ Hz}$  absorbiert?

### 9.3 Der Schallpegel

Die in der Praxis vorkommenden Schalldrücke und Schallintensitäten sind durch die Wahrnehmungsfähigkeit des menschlichen Ohres eingegrenzt. Die untere Grenze, die sogenannte *Hörschwelle*, ist durch den gerade noch wahrnehmbaren Schalldruck oder die entsprechende Schallintensität, festgelegt. Die obere Grenze ist die *Schmerzschwelle*.

Der Schalldruck ist um viele Zehnerpotenzen kleiner als der normale atmosphärische Luftdruck. Der Bereich der Schalldrücke geht über 6 Zehnerpotenzen, der Bereich der Schallintensitäten über 12 Zehnerpotenzen. Das Ohr besitzt eine sehr große Empfindlichkeit.

Um handlichere Werte zu bekommen, gibt man einen vorhandenen Schalldruck oder die entsprechende Schallintensität relativ zu einem Bezugswert an. Außerdem wird eine logarithmische Skala verwendet. Als Bezugswerte werden die entsprechenden Werte der Hörschwelle bei  $1000 \text{ Hz}$  verwendet.

Für den *Schallintensitätspegel*  $L$  gilt:

$$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0} \text{ in dB}$$

$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \dots \text{Bezugsschallintensität}$$

Genau genommen wird zwischen dem Schallintensitätspegel und dem Schalldruckpegel unterschieden.

Mit der Beziehung  $I = p^2 / Z$  kann zwischen Schalldruck und Schallintensität umgerechnet werden. Daher werden wir im folgenden immer die Größe *Schallpegel* verwenden.

$$\frac{I}{I_0} = \frac{p^2}{Z} \cdot \frac{Z}{p_0^2} = \frac{p^2}{p_0^2} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^2$$

$$p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}^2 \dots \text{Bezugsschalldruck}$$

Der Schallpegel kann durch das Verhältnis von Schalldrücken oder von Schallintensitäten festgelegt werden. Der Schallpegel wird in Dezibel (dB) angegeben.
$$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0} = 10 \lg \left(\frac{p}{p_0}\right)^2 = 20 \lg \frac{p}{p_0} \text{ in dB}$$

Schallpegel bei der Hörschwelle:

$$L = 20 \lg \frac{2 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}^2}{2 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}^2} \text{ dB} = 20 \lg 1 \text{ dB} = 0 \text{ dB}$$

Schallpegel bei der Schmerzschwelle:

$$L = 20 \lg \frac{20 \text{ N/m}^2}{2 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}^2} \text{ dB} = 20 \lg 10^6 \text{ dB} = 120 \text{ dB}$$

Die kleinste noch wahrnehmbare Änderung des Schallpegels liegt in der Größenordnung von  $1 \text{ dB}$ . Daraus ersieht man die Zweckmäßigkeit der dB-Skala.

|                 | Schalldruck<br>in $\text{N/m}^2$ | Schallintensität<br>in $\text{W/m}^2$ |
|-----------------|----------------------------------|---------------------------------------|
| Hörschwelle     | $2 \cdot 10^{-5}$                | $10^{-12}$                            |
| Schmerzschwelle | 20                               | 1                                     |

41.1 Hör- und Schmerzschwelle bei  $1000 \text{ Hz}$

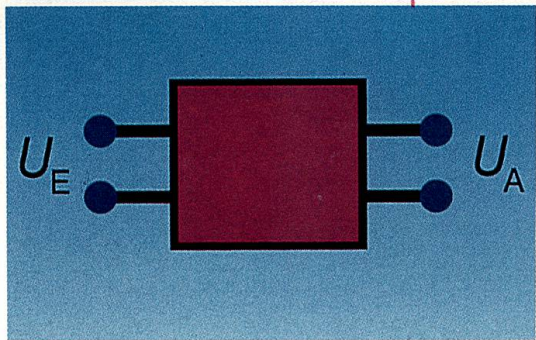
**Pegel**

Um zwei gleichartige physikalische Größen vergleichen zu können, bildet man ihr Verhältnis. Der *Logarithmus* dieses Quotienten wird allgemein als *Pegel* bezeichnet.

Der Quotient zweier Größen hat keine Einheit, er ist eine unbenannte Zahl. Es ist üblich, unbenannten Größen zur Kennzeichnung eigene Namen und Kurzzeichen zuzuordnen. Diese werden wie Einheiten behandelt. In der Akustik und in der Nachrichtentechnik wird das Kennwort *Bel* verwendet. (Bel erinnert an den amerikanischen Erfinder Alexander Graham Bell, 1847-1922.) Dabei hat es sich eingebürgert, den zehnten Teil, das *Dezibel* (dB), zu benutzen.  $1 \text{ dB} = 0,1 \text{ Bel}$

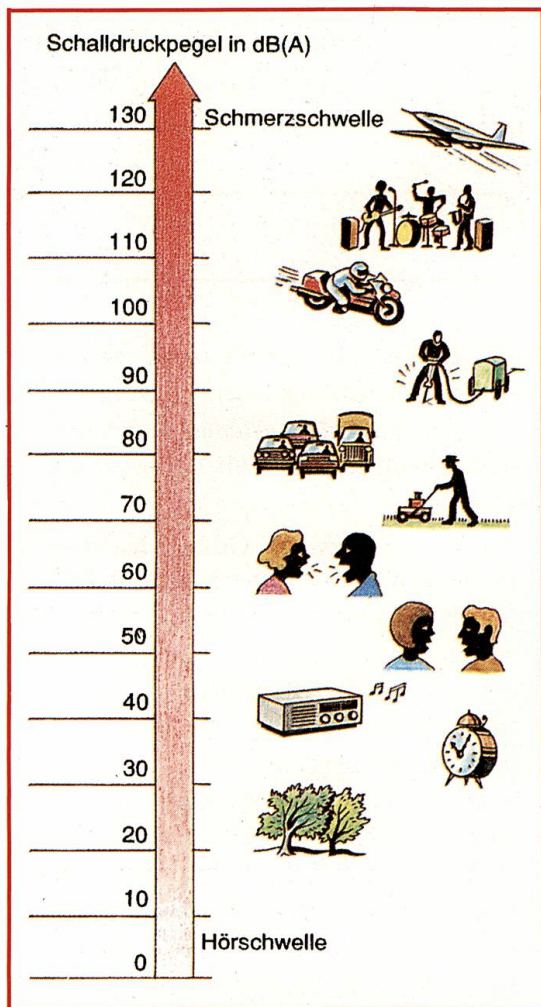
In der Nachrichtentechnik wird die Verstärkung oder die Dämpfung als Pegel angegeben. Als Beispiel betrachten wir Eingangs- und Ausgangsspannung eines Gerätes (eines Vierpols):

| $U_A / U_E$ | $20 \lg U_A / U_E$ |             |
|-------------|--------------------|-------------|
| 0,00001     | - 100              |             |
| 0,0001      | - 80               |             |
| 0,001       | - 60               | Dämpfung    |
| 0,01        | - 40               |             |
| 0,1         | - 20               |             |
| 0,5         | - 6                |             |
| 1           | 0                  |             |
| 2           | 6                  |             |
| 10          | 20                 |             |
| 100         | 40                 |             |
| 1000        | 60                 | Verstärkung |
| 10000       | 80                 |             |
| 100000      | 100                |             |

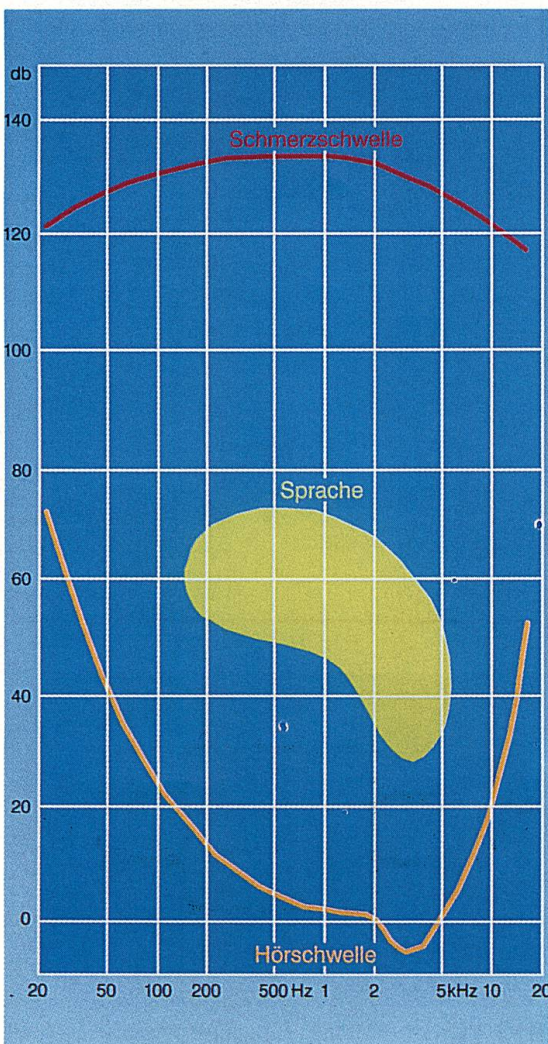


41.2 Vierpol mit einer Eingangsspannung  $U_E$  und einer Ausgangsspannung  $U_A$





42.1 Schalldruckpegel in dB(A) - vgl. dazu auch Abb. 43.3!



42.2 Hörfläche des Ohrs

### ► Beispiel A

Wie ändert sich der Schallpegel, wenn der Schalldruck einer Schallquelle verdoppelt wird? Die Änderung des Schallpegels bezeichnet man auch als *Schallpegelabstand*  $\Delta L$ .

$$\Delta L = L_2 - L_1 = 20 \lg \frac{2p}{p_0} - 20 \lg \frac{p}{p_0} = 20 \lg 2 + 20 \lg \frac{p}{p_0} - 20 \lg \frac{p}{p_0}$$

$$\Delta L = 20 \lg 2 \text{ dB} = 6 \text{ dB}$$

Bei der Überlagerung von Schallwellen, die von voneinander unabhängigen Schallwellen stammen, gibt es keine konstante Phasenbeziehung zwischen den Wellen. Daher kann auch keine Interferenzerscheinung beobachtet werden. Die Intensitäten sind zu *addieren*.

### ► Beispiel B

Wie ändert sich der Schallpegel, wenn zu einer eingeschalteten Schallquelle eine zweite Schallquelle mit halb so großem Schalldruck dazugeschaltet wird?

$$L = 10 \lg \frac{I_1 + I_2}{I_0} = 10 \lg \left( \frac{I_1}{I_0} + \frac{I_2}{I_0} \right) = 10 \lg \left( \frac{p_1^2}{p_0^2} + \frac{p_2^2}{p_0^2} \right)$$

$$p_2 = \frac{p_1}{2}$$

$$L = 10 \lg \left( \frac{p_1^2}{p_0^2} + \frac{p_1^2}{4p_0^2} \right) = 10 \lg \frac{p_1^2}{p_0^2} \cdot \frac{5}{4} = 10 \lg \frac{p_1^2}{p_0^2} + 10 \lg \frac{5}{4} \approx$$

$$\approx L_1 + 1 \text{ dB} \quad \Delta L \approx 1 \text{ dB}$$

Der Einfluß der schwächeren Schallquelle ist gering.

### ► Beispiel C

Ein Kugelstrahler besitzt in einer Entfernung von 2 m eine Schallintensität von  $5 \cdot 10^{-4} \text{ W/m}^2$ .

a) Wie groß ist die Schallintensität in 4 m Entfernung?

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \Leftrightarrow I_2 = I_1 \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{I_1}{4} = \frac{5 \cdot 10^{-4} \text{ W/m}^2}{4} = 1,25 \cdot 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

b) Wie groß ist die Schwächung in dB?

Die Abnahme der Schallintensität mit zunehmender Entfernung von der Schallquelle wird auch als *Schwächung* bezeichnet. Sie kann durch die Differenz zweier Schallpegel angegeben werden. Die Differenz zweier Schallpegel wird auch als *Schallpegelabstand* bezeichnet.

$$\Delta L = 10 \lg \frac{I_2}{I_1} = 10 \lg \frac{1}{4} = -6 \text{ dB}$$

### Beispiel D

Wie groß ist die Schwächung einer ebenen Schallwelle durch Absorption auf einer Strecke von 9,5 m? (Dämpfungskoeffizient  $\alpha = 0,05 \text{ 1/m}$ )

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\alpha d}$$

$$\Delta L = 10 \lg \frac{I}{I_0} = 10 \lg e^{-\alpha d} = 10 \lg e^{-0,05 \text{ m}^{-1} \cdot 9,5 \text{ m}} \approx -2 \text{ dB}$$



Die Lautstärke

Schalldruck, Schallintensität und damit auch der Schallpegel sind physikalische Größen. Der Zusammenhang mit dem menschlichen Ohr besteht nur in der Festlegung des Bezugswertes für Schalldruck und Schallintensität. Töne mit demselben Schallpegel, aber verschiedenen Frequenzen, werden vom Menschen unterschiedlich laut empfunden. Daher ist der Schallpegel als Maß für die Lautstärke beim Vergleich von Tönen verschiedener Frequenz nicht gut geeignet. Von der physikalischen Größe *Schallpegel* ist daher die physiologische Größe *Lautstärke* zu unterscheiden. Die Lautstärke wurde früher durch den Lautstärkepegel angegeben.

Abbildung 43.1 zeigt die Hörfläche des Ohres mit Kurven gleicher Lautstärke (gleichen Lautstärkepegels). Die einzelnen Kurven zeigen auch den Zusammenhang zwischen Lautstärkepegel und Schallpegel. Der Schalldruck bei 1000 Hz wurde als Bezugsgröße genommen und der Lautstärkepegel in *Phon* angegeben. Der Kurve kann man etwa entnehmen, daß ein Lautstärkepegel von 30 Phon bei 1000 Hz einen Schallpegel von 30 dB erfordert, bei 50 Hz aber einen Schallpegel von 60 dB. Um diese Frequenzabhängigkeit zu berücksichtigen, werden heute genormte *Filter* (A, B, C) verwendet (Abb. 43.2). Man spricht vom *bewerteten Schallpegel*. Meist wird mit dem Filter A gearbeitet. Man erhält dann den Schallpegel in *dB(A)*. Die Bewertungskurve des Filters A entspricht ungefähr der umgekehrten Kurve gleicher Lautstärke bei niedrigen Schallpegeln. Das A-Filter dämpft vor allem niedrige Frequenzen.

Ein Schallpegelmesser enthält ein Mikrofon, einen Verstärker, ein BewertungsfILTER und ein Anzeigegerät (Abb. 43.3).

Aufgaben

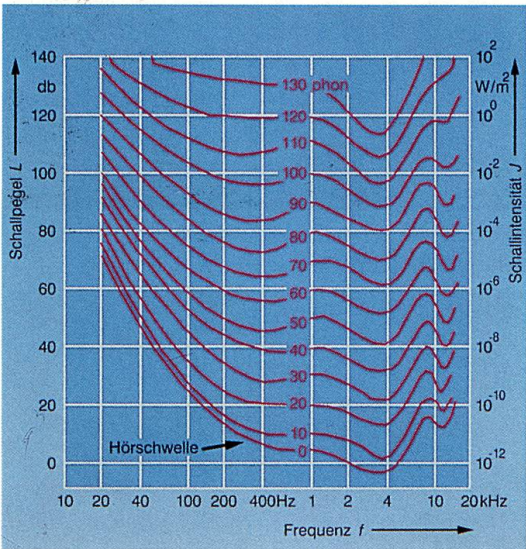
- 90. Wie ändert sich der Schallpegel, wenn die Schallintensität verdoppelt wird?
- 91. In welchem Verhältnis stehen zwei Schalldrücke oder zwei Schallintensitäten, deren Schallpegelabstand 1 dB beträgt?
- 92. Wie ändert sich die Schallintensität bei einer Schallpegelzunahme von 10 dB?
- 93. Zwei Schallquellen erzeugen in einer bestimmten Entfernung eine Schallintensität von  $5 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2$  und  $5 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2$ . Wie groß ist ihr Schallpegelabstand?
- 94. Eine Maschine verursacht einen Schallpegel von 90 dB. Welchen Wert erreicht der Schallpegel, wenn im gleichen Abstand zwei weitere gleichartige Maschinen in Betrieb genommen werden?
- 95. Zwei Maschinen besitzen einen Schallpegel von 90 dB und 85 dB. Welchen Schallpegel erzeugen sie gemeinsam?
- 96. Wie groß ist die Schwächung der Schallintensität in dB, wenn die Entfernung zu einem Kugelstrahler verdreifacht wird?
- 97. Beim Durchgang durch eine 20 cm dicke Wand sinkt die Schallintensität auf ein Zehntel ab. a) Wie groß ist die Schwächung in dB? b) Wie groß ist der Dämpfungskoeffizient?
- 98. Wie ändert sich der Schallpegel bei Verdoppelung a) der Schallintensität, b) des Schalldruckes?

Kontrollfragen

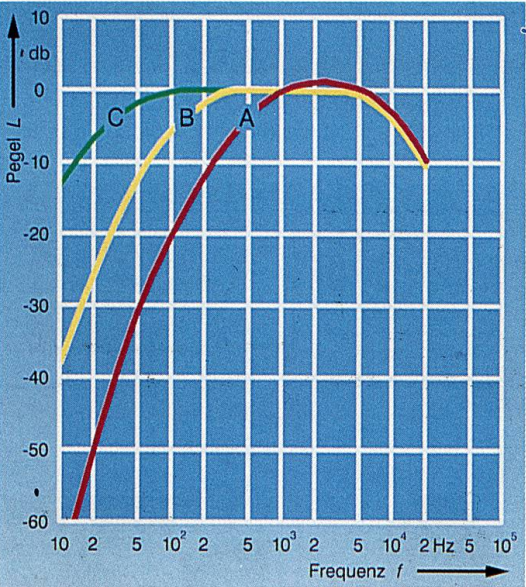
1. Erkläre die Größen Schalldruck und Schallintensität!

2. Welcher Zusammenhang besteht zwischen Schalldruck und Schallintensität?

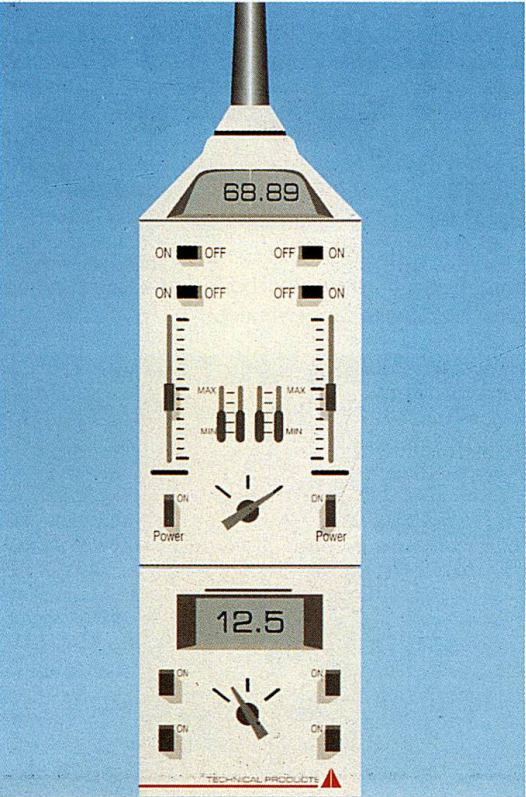
3. Beschreibe die Abnahme der Schallintensität aus geometrischen Gründen!



43.1 Kurven gleicher Lautstärke. Bei 1000 Hz stimmen Lautstärkepegel in Phon und Schallpegel in dB überein.

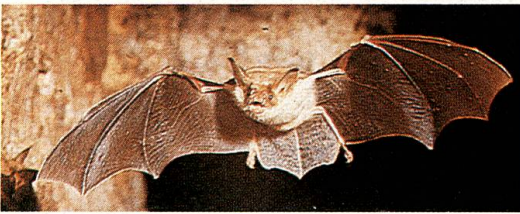


43.2 Bewertungskurven für Schallpegelmesser mit den BewertungsfILTERn A,B und C

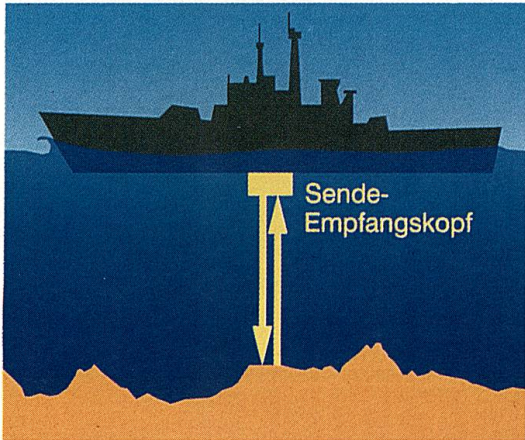


43.3 Schallpegelmesser

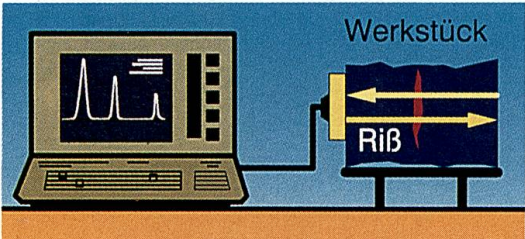




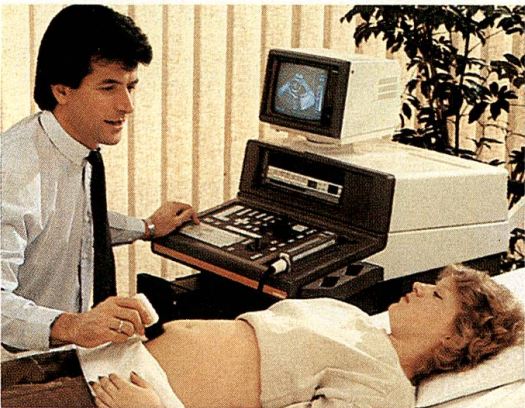
44.1 Die Fledermaus - Navigation und Beutejagd mit der Echolotmethode



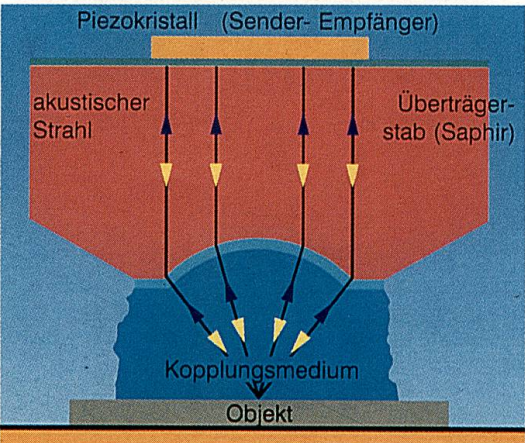
44.2 Bestimmung der Wassertiefe, Auffinden von Fischschwärmen, Meeresbodenerkundung mit dem Echolot-Verfahren



44.3 Materialprüfung eines Werkstückes mit dem Echolot-Verfahren



44.4 Die Ultraschalldiagnostik ist besonders schonend. Daher wird sie etwa bei Kontrolluntersuchungen Schwangerer angewendet.



44.5 Schema eines Ultraschallmikroskopes

4. Beschreibe die Abnahme der Schallintensität durch Absorption.
5. Was versteht man unter einem Pegel? Wie wird er gekennzeichnet?
6. Wie ist der Schallpegel definiert?
7. Was versteht man unter einem Schallpegelabstand?
8. Welche Bezugswerte werden für die Definition des Schallpegels verwendet?
9. Was versteht man unter dem Lautstärkepegel in Phon?
10. Was ist der bewertete Schallpegel?
11. Welche Eigenschaft hat das A-Filter?

## 10. Ultraschall

Schall mit Frequenzen ober der Hörgrenze des menschlichen Ohres wird als *Ultraschall* bezeichnet. Ultraschall finden wir in der Natur und in der Technik, Wissenschaft und Medizin. Im folgenden werden einige Beispiele behandelt. Bedingt durch die kleinere Wellenlänge wird Ultraschall schwächer gebeugt als Hörschall. Dies ermöglicht eine stärkere Bündelung und Richtwirkung bei der Abstrahlung.

### 10.1 Ultraschall im Tierreich

Es gibt eine Reihe von Tierarten, die Ultraschall registriert oder aussendet. Hunde etwa können Frequenzen bis ca. 100 kHz hören. Am bekanntesten sind aber wohl die Fledermäuse. Sie senden Ultraschallimpulse aus. Die an Hindernissen reflektierten Impulse empfangen sie wieder. So können sie sich orientieren und Beute aufspüren (*Echolot*).

### 10.2 Das Echolot

Beim *Echolot-Verfahren* gelangt ein von einem Sende-Empfangskopf ausgestrahltes Ultraschallsignal nach der Reflexion an der Grenzfläche zweier Medien wieder zum Sende-Empfangskopf zurück. Aus der Laufzeit kann die Entfernung der Grenzfläche ermittelt werden. Der Sende-Empfangskopf enthält meist einen piezoelektrischen Kristall, der sowohl als Sender als auch als Empfänger arbeitet. Zerstörungsfreie Materialprüfung: Mittels Ultraschall können Hohlräume und Risse in Körpern entdeckt werden, da an der Grenzfläche zwischen Festkörper und Luft eine Reflexion stattfindet. Wird der Sende-Empfangskopf an der Oberfläche des Körpers entlang geführt, kann ein "Bild" vom Körperinneren aufgebaut werden (Abb. 44.3).

### 10.3 Das Ultraschallmikroskop

Es erzeugt ein "akustische Bild" der Oberfläche eines Objektes. Dabei wird dieses abgetastet und das Bild Punkt für Punkt aufgebaut. Das Reflexionsmikroskop besteht im wesentlichen aus einem piezoelektrischen Kristall als Sender und Empfänger und einer akustischen Sammellinse zur Bündelung der Ultraschallstrahlen (Abb. 44.5). Wichtig ist die Ankopplung an das Objekt, die über geeignete Flüssigkeiten erfolgt. Ohne ein Kopplungsmedium würde an den Grenzflächen Linse-Luft und Luft-Objekt der größte Teil der Ultraschallintensität reflektiert werden. Ein Ultraschallmikroskop, das mit 50 MHz arbeitet, erreicht eine Oberflächenauflösung von ca. 20 µm.

### 10.4 Leistungsschall

Schall mit hoher Intensität wird als *Leistungsschall* bezeichnet. Dieser kann stoffliche Veränderungen oder Zerstörungen bewirken.

*Anwendungen:* Bohren, Schweißen, Reinigen und Herstellung von Emulsionen nicht mischbarer Flüssigkeiten.



11. Fotometrie

11.1 Die historische Entwicklung von Lichttheorien

Die Optik wird als die Lehre vom Licht bezeichnet. Sie war der erste Zweig der Physik, bei dem die Umsetzung der theoretischen Erkenntnisse auf technische Anwendungen in großem Maß gelang. Die Optik zeigte, daß der Bau von Geräten auf einer wissenschaftliche Grundlage - nach der Forderung *Galileis* - erfolgen muß.

Im 17. Jh. entstanden die ersten wesentlichen Theorien über die Natur des Lichtes. Je eine grundlegende Abhandlung stammt von *Christiaan Huygens* (1629 - 1695) und von *Isaac Newton* (1642 - 1727). Newton stellte die Annahme auf, daß das Licht aus kleinen Teilchen besteht, die von einer Quelle ausgesandt werden. Im Gegensatz dazu deutete Huygens das Licht als Wellenerscheinung, die sich in einem Medium, dem *Lichtäther*, ausbreitet.

Jedes der Modelle konnte jedoch nur einen Teil der Lichteigenschaften erklären. Letztlich erwiesen sich diese beiden mechanistischen Lichttheorien aufgrund zahlreicher Widersprüche als wenig brauchbar.

*James Clerk Maxwell* (1831 - 1879) stellte in den Jahren 1861 - 1864 seine elektromagnetische Lichttheorie auf, in welcher Licht als *elektromagnetische Welle* gedeutet wird. Maxwells Arbeiten schienen die gesamte Optik widerspruchsfrei zu umfassen.

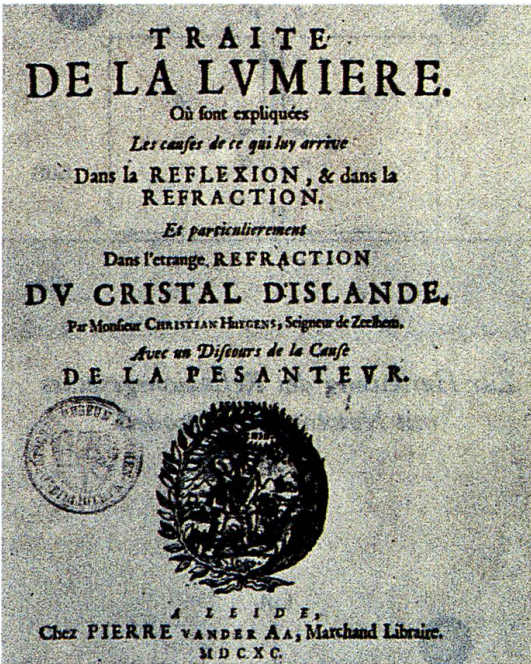
Dabei sollte es nicht bleiben. Physiker entdeckten, daß man durch Lichteinstrahlung aus Metallen Elektronen herauslösen kann. Dies gelingt aber nur ab einer bestimmten Lichtfrequenz, der *Grenzfrequenz* (Abb. 45.2). Liegt die Frequenz darunter, gelingt es auch bei noch so intensiver Bestrahlung nicht, Elektronen aus dem Metall zu lösen. Dieses überraschende Ergebnis des sogenannten *äußeren Photoeffekt* steht im Widerspruch zur elektromagnetischen Lichttheorie. *Albert Einstein* (1879 - 1955) entwickelte, aufbauend auf der Quantenhypothese *Max Plancks* (1858 - 1947), seine Photonentheorie, mit welcher er den Photoeffekt erklären konnte. Das Licht besteht in diesem Modell aus kleinsten "Portionen", den Lichtquanten oder *Photonen*, deren Energie proportional zur jeweiligen Frequenz des Lichtes ist. Ab der Grenzfrequenz reicht die Energie eines Photons aus, ein Elektron aus dem Metall zu lösen.

Einerseits ist das Photon ein (wenngleich masseloses) Teilchen, andererseits wird ihm eine bestimmte Frequenz und damit auch eine bestimmte Wellenlänge zugeordnet. Dieses Nebeneinander von Wellen- und Teilchenvorstellung nennt man den *Welle-Teilchen-Dualismus* des Lichtes. Etwa können die Gesetzmäßigkeiten der Lichtausbreitung durch das Wellenmodell, jene der Wechselwirkung zwischen Licht und Materie mit Hilfe des Teilchenmodells erklärt werden. Jene Theorie, die beide Vorstellungen umfaßt, ist die *Quantenelektrodynamik* (QED).

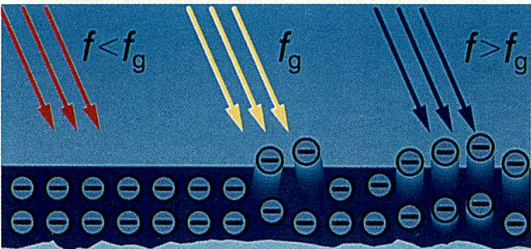
11.2 Lichtstrahlen

Warum ist der Weltraum dunkel, obwohl die Sonne und die Gestirne Licht nach allen Seiten hin abstrahlen (Abb. 45.3)? Leuchtende Körper geben Licht nach allen Richtungen hin ab. Diese Wege werden als *Lichtstrahlen* bezeichnet. Wir können Lichtstrahlen nur wahrnehmen, wenn sie direkt in unser Auge gelangen. Schickt man etwa einen Laserstrahl durch eine evakuierte Röhre, ist er von der Seite nicht sichtbar. Durch Streuung an Staubteilchen kann der Strahl sichtbar gemacht werden. Im Weltall herrscht ein Hochvakuum. Daher wird das Licht auch nicht gestreut. Der "Himmel" ist für den Weltraumfahrer vollkommen schwarz.

Licht breitet sich in Form einer elektromagnetischen Welle in einem Wellenlängenbereich von 380 nm bis 780 nm aus. Dies entspricht den Farben Violett bis Rot.



45.1 In seinen berühmten "Abhandlungen über das Licht" deutet Christiaan Huygens das Licht als eine Welle, die sich im Lichtäther ausbreitet.

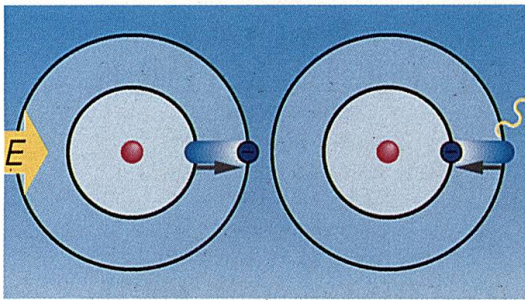


45.2 Der äußere Photoeffekt: Erst ab der Grenzfrequenz  $f_g$  werden Elektronen aus dem Metallverband gelöst.

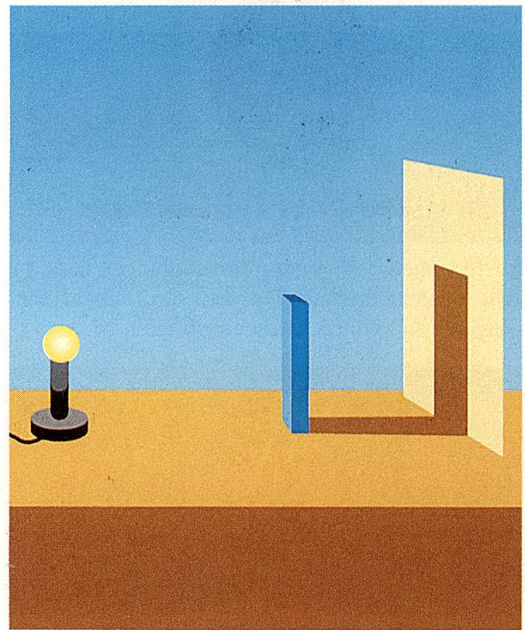


45.3 "Ich sah die Kugelgestalt der Erde am gekrümmten Horizont. Der Übergang der hellen Erdoberfläche zum vollkommen schwarzen Himmel, an dem die Sterne zu sehen waren, ist sehr eindrucksvoll. Die Trennungslinie ist ganz dünn, wie ein Film, der den Globus umgibt. Er ist von zartblauer Farbe." Mit diesen Worten beschrieb Juri A. Gagarin, der erste Mensch im Weltraum, seine Eindrücke vom ersten Raumflug.

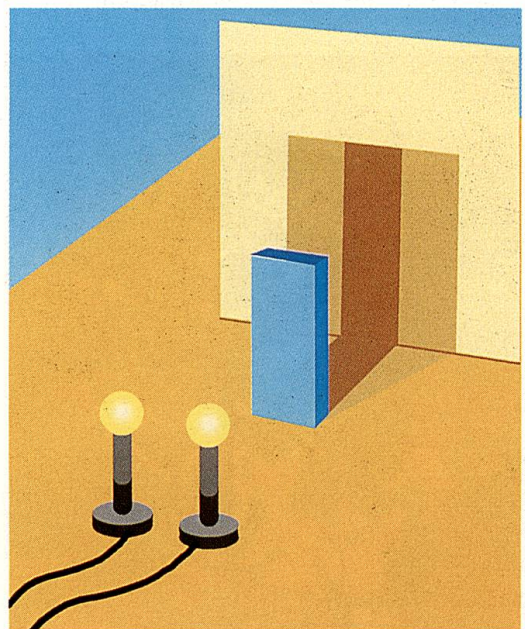




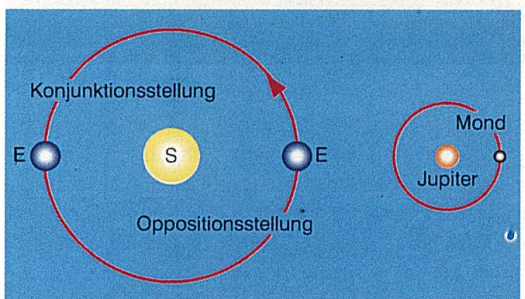
46.1 Ein Atom wird durch Energiezufuhr angeregt (links) und kehrt unter Aussendung eines Photons wieder in den Grundzustand zurück.



46.2 So kommt ein Schlagschatten zustande.



46.3 Kernschatten und Halbschatten



46.4 Zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit nach Olaf Römer

Die Darstellung einer Lichtwelle erfolgt wie bei den mechanischen Wellen durch Wellenfronten und Wellenstrahlen. Der Begriff *Lichtstrahl* ist identisch mit dem Begriff *Wellenstrahl*. Während jedoch bei einer mechanischen Welle eine kontinuierliche Umwandlung von potentieller in kinetische Energie und umgekehrt erfolgt, handelt es sich beim Licht um elektrische und magnetische Energie.

Licht ist ein Teil der *optischen Strahlung*. Diese umfaßt Wellenlängen von 100 nm bis 1 mm. Man unterscheidet 3 Bereiche der optischen Strahlung: *Ultraviolett* (UV)-Bereich, Licht, *Infrarot* (IR)-Bereich. Man bezeichnet die Strahlung einer Farbe als *monochromatisch*.

## Energieabgabe in Form von Strahlung

Wie kommt es zur Energieabgabe in Form von Strahlung? Um dies zu erklären, greifen wir auf das *Bohrsche Atommodell* zurück: Ein Atom besteht aus dem positiv geladenen Atomkern und der negativ geladenen Atomhülle. Diese besteht aus mehreren "Schalen", welche Energieabstufungen darstellen. Die Elektronen bewegen sich auf diesen Schalen, den sogenannten *erlaubten Elektronenbahnen*. Wird zum Beispiel durch Erwärmung einem Metall Energie zugeführt, werden die Atome angeregt. Dies bedeutet, daß die Elektronen auf höhere Bahnen angehoben werden. Beim Zurückfallen wird die zugeführte Energie in Form von Strahlung wieder abgegeben (Abb. 46.1). Ein einzelner Vorgang dauert durchschnittlich  $10^{-8}$  s. (Es gibt jedoch Atome gewisser Elemente, die Energiestufen besitzen, auf denen die Elektronen 100 000mal länger verweilen. Diese Eigenschaft wird im *Laser* angewendet.)

Strahlung ist eine Form von Energietransport. Sie entsteht, wenn durch Energiezufuhr angeregte Atome wieder in den Grundzustand zurückkehren.

## Schatten

Lichtstrahlen breiten sich im allgemeinen geradlinig aus. Beleuchtet man nun einen undurchsichtigen Körper mit einer punktförmigen Lichtquelle, so entsteht hinter dem Körper ein lichtloser Raum, der als *Schlagschatten* bezeichnet wird (Abb. 46.2).

Verwendet man nun zwei punktförmigen Lichtquellen, entsteht ein *Kernschatten* und beiderseits davon je ein *Halbschatten*. Dieser ist nicht vollständig unbeleuchtet, denn es gelangt das Licht einer Quelle in diesen Bereich (46.3).

## 11.3 Messung der Lichtgeschwindigkeit

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes wurde mit Hilfe vieler verschiedener Methoden gemessen.

### Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit nach Römer

Die erste Bestimmung erfolgte 1675 vom dänischen Astronomen *Olaf Römer* (1644 - 1710). Er beobachtete das Verschwinden des innersten der vier großen Jupitermonde im Kernschatten des Jupiters. Dabei stellte er fest, daß die Umlaufzeit dieses Mondes rund 42,5 Stunden beträgt. Römer fand nun heraus, daß sich der Eintritt des Mondes in den Kernschatten des Planeten immer mehr verzögert, wenn sich die Erde von der Oppositionsstellung, der kleinsten Entfernung zum Jupiter, zur Konjunktionsstellung, der größten Entfernung, bewegt. Dies erklärt sich daraus, daß das Licht bei der Konjunktionsstellung einen zusätzlichen Weg, den Erdbahndurchmesser, durchlaufen muß (Abb. 46.4). Die gemessene Verzögerung betrug rund 1000 s. Daraus berechnete Römer die Lichtgeschwindigkeit mit 214 000 km/s. Der Fehler beruht vornehmlich auf der damals ungenauen Kenntnis des Erdbahndurchmessers.

Eine weitere Methode stammt von *Leon Foucault* (1819 - 1868), einem französischen Physiker.



## Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit nach Foucault

Licht fällt durch eine kreisförmige Blende auf einen um  $D$  drehbaren Spiegel (Abb. 47.1). In einer bestimmten Position lenkt dieser den Lichtstrahl auf einen festen Spiegel  $S$ ; bei allen anderen Stellungen des drehbaren Spiegels trifft das Licht nicht auf  $S$ , es kommt zu keiner Reflexion. Verdreht man den Drehspiegel nach dem Auftreffen des Lichtstrahls um einen Winkel  $\alpha$ , so wird der reflektierte Strahl um den Winkel  $2\alpha$  aus seiner ursprünglichen Bahn abgelenkt und trifft in einem bestimmten Abstand  $\Delta s$  auf dem Projektionsschirm auf. Dies ist jedoch nur möglich, wenn die Verdrehung innerhalb jener Zeit erfolgt, die das Licht zum Durchlaufen der Strecke  $DS$  und zurück benötigt. Bei schneller Rotation und konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  erscheinen die reflektierten Lichtblitze - welche das Auge nicht mehr als einzelne Bilder wahrnehmen kann - immer an derselben Position auf dem Projektionsschirm.

Foucault hat die Lichtgeschwindigkeit mit 298 000 km/s bestimmt. (Zur Herleitung siehe Randspalte!)

Moderne Messungen der Lichtgeschwindigkeit werden mit Hilfe von Lasern durchgeführt. Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum beträgt 299 793 458 m/s.

## 11.4 Strahlungsgrößen und lichttechnische Größen

So wenig wie etwa die doppelte Schallintensität als doppelte Lautstärke empfunden wird, so wenig wird eine Verdoppelung der Strahlstärke einer Lichtquelle als doppelte Lichtstärke empfunden. Gleich wie in der Akustik ist daher auch in der Optik zwischen Strahlung und Sinneswahrnehmung der Strahlung zu unterscheiden. Man unterscheidet zwischen *Strahlungsgrößen* und *lichttechnischen (fotometrischen) Größen*.

### Strahlungsgrößen

Eine Lichtquelle sendet bei Abgabe einer Strahlung Energie aus. Die Energie, die pro Zeiteinheit abgestrahlt wird, heißt *Strahlungsleistung* oder *Strahlungsfluß*  $\Phi_s$ .

Strahlungsleistung  $\Phi_s$

$$\Phi_s = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad \text{Ist die Strahlungsenergie konstant: } \Phi_s = \frac{Q}{t}$$

$$[\Phi_s] = 1 \text{ J/1 s} = 1 \text{ W}$$

Wird die Strahlungsleistung einer Lichtquelle nicht nach allen Seiten abgegeben, existiert also eine Vorzugsrichtung, so ergibt sich in dieser Richtung eine höhere Energieabgabe. Legt man nun um die Lichtquelle eine Kugel, wird ein bestimmter *Raumwinkel*  $\Omega$  beleuchtet (Abb. 47.2).

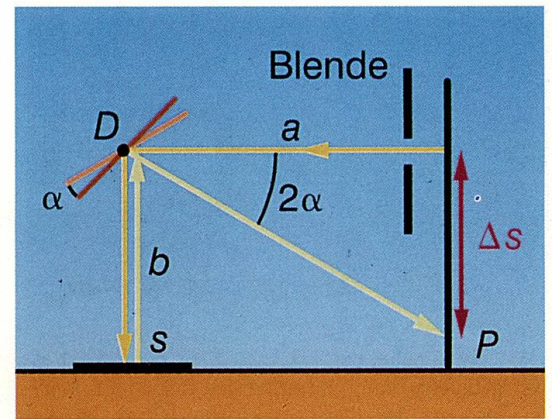
Der Raumwinkel  $\Omega$  ist der Quotient aus der Kugelfläche  $A$  und dem Quadrat des Radius  $r$ :

$$\Omega = A/r^2 \quad [\Omega] = 1 \text{ m}^2/1 \text{ m}^2 = 1 \text{ Steradian (sr)}$$

Die Strahlungsleistung bezogen auf den Raumwinkel wird als *Strahlstärke*  $I_s$  bezeichnet.

Strahlstärke  $I_s$

$$I_s = \frac{\Phi_s}{\Omega} \quad [I_s] = 1 \text{ W/1 sr}$$



47.1 Zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit nach Foucault.

In der Zeitspanne  $t$ , in welcher sich der Drehwinkel des rotierenden Spiegels um  $\alpha$  ändert, legt der Lichtstrahl den Weg  $2b$  zurück:

$$(1) \quad \alpha = \omega t \Leftrightarrow t = \frac{\alpha}{\omega}$$

$$(2) \quad 2b = ct \Leftrightarrow c = \frac{2b}{t}$$

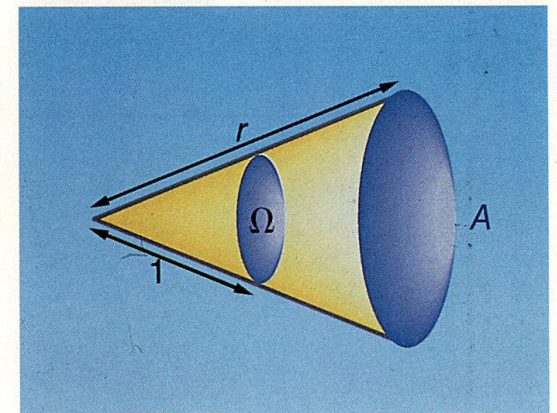
$$(1), (2) \quad c = \frac{2b\omega}{\alpha}$$

Betrachtet man die Strecke  $\Delta s$  näherungsweise als Kreisbogen, gilt:

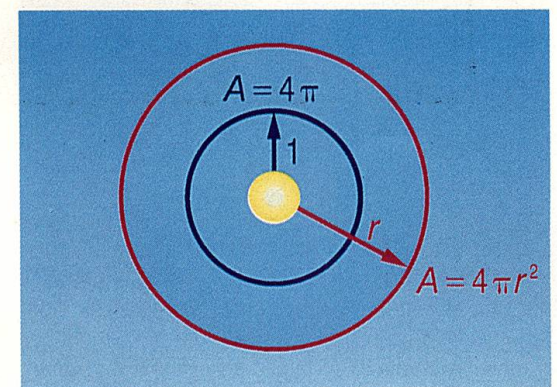
$$\Delta s = a \cdot 2\alpha$$

Somit folgt für die Lichtgeschwindigkeit:

$$c = \frac{4ab\omega}{\Delta s}$$

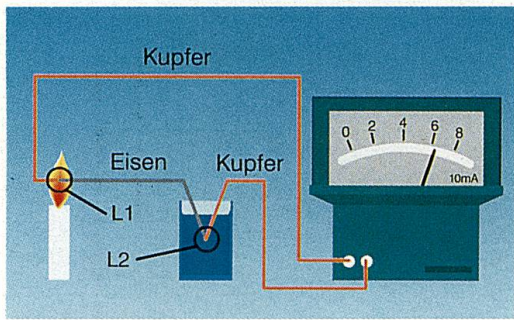


47.2 Der Raumwinkel  $\Omega$



47.3 Der volle Raumwinkel ist  $4\pi$  sr.

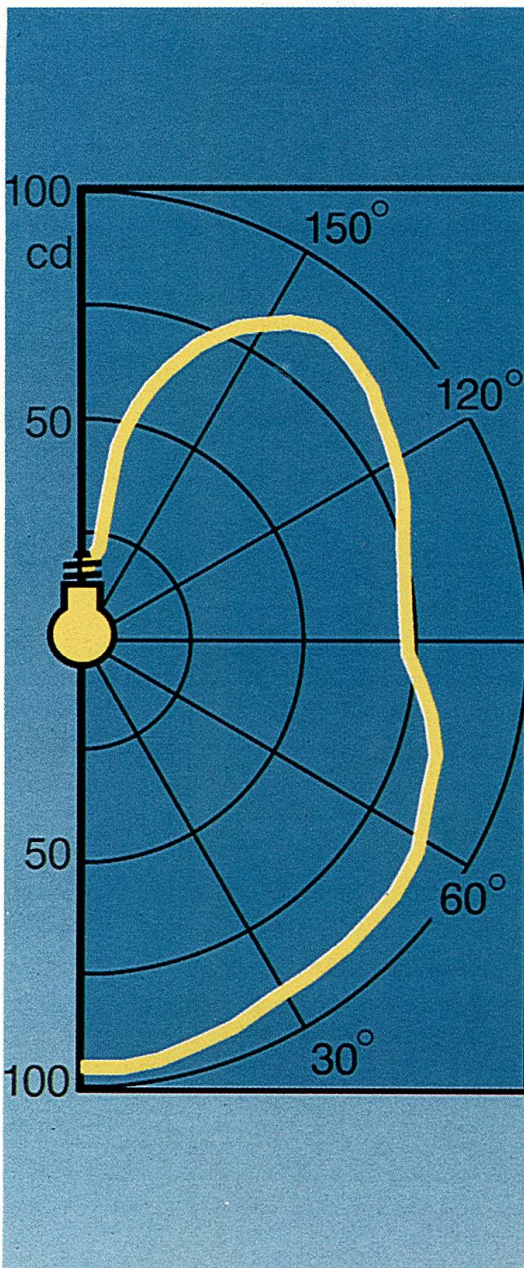




48.1 Thermoelement: Die Lötstelle  $L_2$  ist in Eiswasser getaucht, damit aufgrund der großen Temperaturdifferenz der thermoelektrische Effekt stärker ausfällt.

|                  |                |
|------------------|----------------|
| Wachskerze       | 1 cd           |
| 100-W-Lampe      | 110 cd         |
| Autoscheinwerfer | bis 700 000 cd |

48.2 Beispiele für Lichtstärken



48.3 Lichtverteilungskurve einer elektrischen Glühlampe. Die Lichtstärke nach den verschiedenen Raumrichtungen hängt von der Form der Lichtquelle ab. Für jeden Lampentyp gibt es somit eine andere Lichtstärkeverteilung.

### Beispiel A

Berechne die Strahlstärke einer Lichtquelle, die in 10 min eine Energie von 24 kJ in einen Raumwinkel von 0,5 sr abstrahlt!

$$(1) \quad I_s = \frac{\Phi_s}{\Omega}$$

$$(2) \quad \Phi_s = \frac{Q}{t} = \frac{24 \cdot 10^3 \text{ J}}{600 \text{ s}} = 40 \text{ W}$$

$$(1), (2) \quad I_s = \frac{40 \text{ W}}{0,5 \text{ sr}} = 80 \text{ W/sr}$$

## Meßgeräte für Strahlungsgrößen

### Thermoelement

Trifft Wärmestrahlung (Infrarotstrahlung) auf Materie, so wird diese erwärmt. Beim *Thermoelement* (Abb. 48.1) wird der sogenannte *thermoelektrische Effekt* ausgenutzt: Herrschen an den Lötstellen in einem aus zwei verschiedenen Metallen (z.B. Konstantan und Kupfer) bestehenden Leiterkreis unterschiedliche Temperaturen, bildet sich eine Thermospannung aus; es fließt ein Thermostrom. Je größer die Temperaturdifferenz ist, umso stärker ist die Thermospannung. Mit Hilfe eines Galvanometers, welches die Stromstärke mißt, und der bekannten Temperatur einer der beiden Lötstellen kann die Temperatur der anderen bestimmt werden.

Kombiniert man mehrere Thermoelemente miteinander, erhält man eine *Thermosäule*.

### Bolometer

Beim *Bolometer* verwendet man wie beim Thermoelement eine geschwärzte Metallfolie als Strahlungsempfänger. Die Messung der Strahlungsenergie erfolgt jedoch mit Hilfe eines temperaturabhängigen elektrischen Widerstands.

### Halbleiterdetektoren

Weitere Meßgeräte sind *Halbleiterdetektoren*. Ihre Wirkungsweise beruht darauf, daß sich der elektrische Widerstand eines Halbleiterelementes durch Strahlungszufuhr verringert. Diese Bauteile werden auch als *Fotowiderstände* bezeichnet.

## Lichttechnische Größen

Die vom Auge bewertete Strahlstärke heißt *Lichtstärke*  $I$ . Diese ist eine SI-Grundgröße. Von ihr ausgehend lassen sich alle anderen lichttechnischen Größen ableiten.

Einheit  $[I]$  der Lichtstärke  $I$

$[I] = 1 \text{ Candela (cd)}$

1 Candela ist die in einer Richtung abgegebene Lichtstärke einer Strahlungsquelle, die eine Strahlung der Frequenz 540 THz ausstrahlt und deren Strahlstärke  $1/683 \text{ Wsr}^{-1}$  beträgt.

Eine alte Einheit der Lichtstärke: 1 Hefnerkerze (HK)  $\approx 0,9 \text{ cd}$

Der *Lichtstrom*  $\Phi$  ist die *bewertete* Strahlungsleistung. Er ist folgend definiert:

*Lichtstrom*  $\Phi$

$\Phi = I \Omega \quad [\Phi] = 1 \text{ cd} \cdot 1 \text{ sr} = 1 \text{ Lumen (lm)}$

1 lm ist der Lichtstrom, den eine punktförmige Lichtquelle mit der Lichtstärke 1cd in den Raumwinkel 1 sr aussendet.

Die *Beleuchtungsstärke*  $E$  gibt den Lichtstrom an, der pro Flächeneinheit auf eine Oberfläche trifft:



### Beleuchtungsstärke $E$

$$E = \frac{\Phi}{A} \quad [E] = 1 \text{ lm} / \text{m}^2 = 1 \text{ Lux (lx)}$$

#### ► Beispiel B

Eine punktförmige Lichtquelle mit der Lichtstärke 50 cd befindet sich im Mittelpunkt einer Hohlkugel ( $r=20$  cm). Berechne die Beleuchtungsstärke  $E$ !

$$(1) \quad E = \frac{\Phi}{A} \quad (2) \quad \Phi = I \Omega = I \cdot 4 \pi$$

$$(1), (2) \quad E = \frac{4 \pi I}{4 \pi r^2} = \frac{I}{r^2} = \frac{50 \text{ cd}}{(0,2 \text{ m})^2} = 1250 \text{ lx}$$

Die Beleuchtungsstärke nimmt mit dem Quadrat der Entfernung ab.

#### ► Beispiel C: Lambertsches Gesetz

Eine Lampe mit der Lichtstärke von 120 cd befindet sich in 2,1 m Entfernung von einer ebenen Fläche. Berechne die Beleuchtungsstärke  $E$ , wenn die Lichtstrahlen mit der Flächennormalen einen Winkel von  $40^\circ$  einschließen.

Die normal einfallenden Lichtstrahlen bewirken einen Lichtstrom  $\Phi$ . Dreht man die Fläche um den Winkel  $\alpha$ , trifft der Lichtstrom  $\Phi \cdot \cos \alpha$  auf. Die Beleuchtungsstärke  $E$  errechnet sich nun als  $E_{\text{normal}} \cdot \cos \alpha$ .

Daraus folgt:

$$E = \frac{I \cos \alpha}{r^2} \quad \text{Lambertsches Gesetz (Abb. 49.1)}$$

$$E = \frac{120 \text{ cd} \cdot \cos 40^\circ}{(2,1 \text{ m})^2} = 20,8 \text{ lx}$$

#### ► Beispiel D

Eine Lampe mit einer Lichtstärke von 300 cd bestrahlt eine ebene Fläche in einer Entfernung von 4,2 m. Aus Ersparnisgründen verringert man die Entfernung um die Hälfte. Welche Lichtstärke muß die Lampe aufweisen, damit die Beleuchtungsstärke gleich bleibt?

$$E = \frac{I_1}{r_1^2} = \frac{I_2}{r_2^2} \Rightarrow I_2 = I_1 \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

$$I_2 = \frac{300 \text{ cd} \cdot (2,1 \text{ m})^2}{(4,2 \text{ m})^2} = 75 \text{ cd}$$

Die Lichtstärken zweier Lichtquellen verhalten sich bei gleicher Beleuchtungsstärke wie die Quadrate ihrer Abstände von der bestrahlten Fläche.

Die **Lichtausbeute**  $\eta_{\text{Licht}}$  gibt an, in welchem Verhältnis der Lichtstrom zu der zu seiner Erzeugung aufgewendeten Leistung steht. Die Lichtausbeute gibt den Wirkungsgrad einer Lichtquelle an.

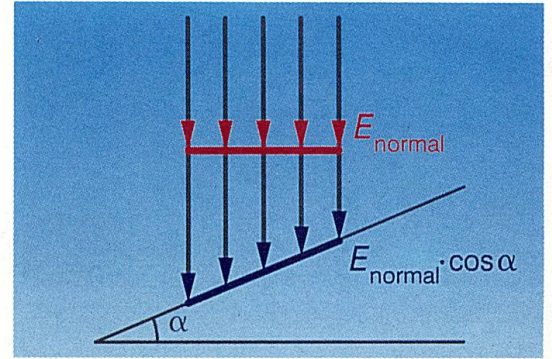
### Lichtausbeute $\eta_{\text{Licht}}$

$$\eta_{\text{Licht}} = \frac{\Phi}{P} \quad [\eta_{\text{Licht}}] = 1 \text{ lm/W}$$

#### Beispiel E

Berechne die Lichtausbeute einer 60-W-Lampe, welche eine Lichtstärke von 70 cd besitzt.

$$\eta_{\text{Licht}} = \frac{\Phi}{P} = \frac{I \Omega}{P} = \frac{70 \text{ cd} \cdot 4 \pi \text{ sr}}{60 \text{ W}} = 14,66 \text{ lm/W}$$



49.1 Veranschaulichung des Lambertschen Gesetzes

### Strahlungsgrößen (Zusammenfassung)

Strahlungsleistung  $\Phi_s = \Delta Q / \Delta t$

$$[\Phi_s] = 1 \text{ W}$$

Raumwinkel  $\Omega = A / r^2$

$$[\Omega] = 1 \text{ sr}$$

Strahlstärke  $I_s = \Phi_s / \Omega$

$$[I_s] = 1 \text{ W} / 1 \text{ sr}$$

### Lichttechnische Größen (Zusammenfassung)

Lichtstärke  $I$  (Grundgröße)

$$[I] = 1 \text{ cd}$$

Lichtstrom  $\Phi = I \Omega$

$$[\Phi] = 1 \text{ lm}$$

Beleuchtungsstärke  $E = \Phi / A$

$$[E] = 1 \text{ lx}$$

Leuchtdichte  $L$

Unterschiedlich große leuchtende Flächen können die gleiche Lichtstärke aufweisen. Bezieht man die Lichtstärke einer leuchtenden Fläche auf deren Größe, erhält man die Leuchtdichte  $L$ :

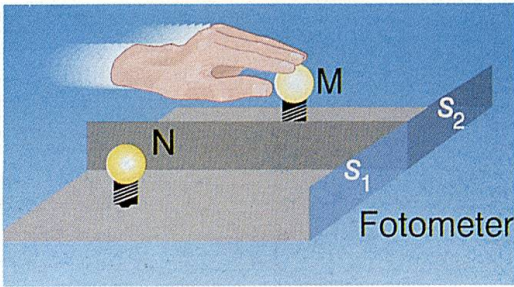
$$L = \frac{I}{A} \quad [L] = 1 \text{ cd} / \text{m}^2$$

Bei gleicher Lichtstärke weisen größere Flächen eine geringere Leuchtdichte auf als kleinere.

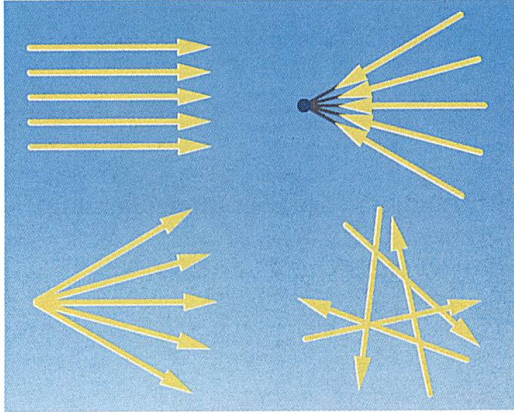
Lichtausbeute  $\eta_{\text{Licht}} = \Phi / P$

$$[\eta_{\text{Licht}}] = 1 \text{ lm} / 1 \text{ W}$$

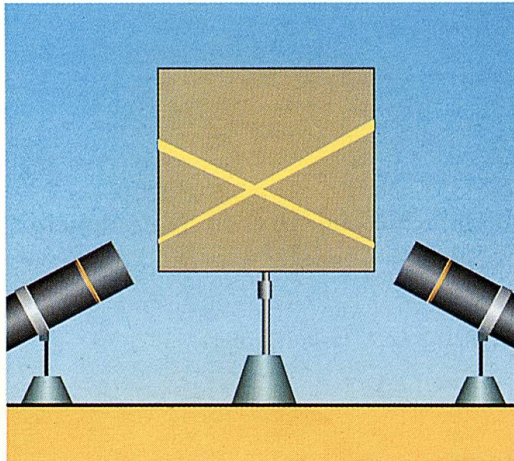




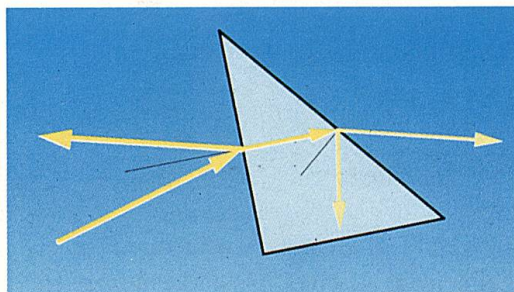
50.1 Schema eines Fotometers



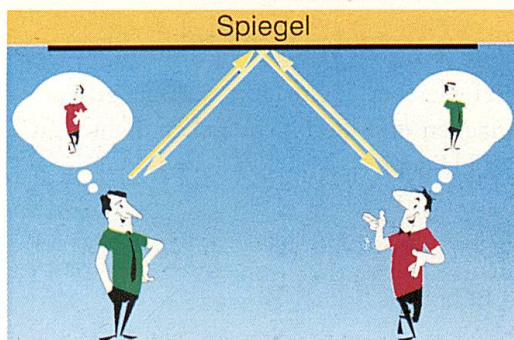
50.2 Lichtstrahlen. Oben: parallel, konvergent; unten: divergent, diffus



50.3 Die beiden Lichtstrahlen kreuzen sich ungehindert.



50.4 An den Grenzflächen zweier Medien wird das einfallende Licht teilweise gebrochen und teilweise reflektiert.



50.5 Der Lichtweg ist umkehrbar.

## Messung lichttechnischer Größen

Lichttechnische Messungen können durch Vergleich der zu bestimmenden Lichtquelle mit einer Lichtquelle bekannter Lichtstärke (Normallichtquelle) erfolgen. Entsprechende Geräte nennt man *Fotometer* (Abb. 50.1).

Die Abstand der zu messenden Lichtquelle  $M$  vom Schirm  $S_2$  wird so lange verändert, bis sie auf  $S_2$  dieselbe Beleuchtungsstärke erzeugt wie die Normallichtquelle  $N$  auf dem Schirm  $S_1$ . Aus dem Verhältnis der Abstände zu den Schirmen kann dann die unbekannte Lichtstärke errechnet werden.

### Aufgaben

**99.** Eine Lampe ist 1,2 m über der Schreibtischmitte befestigt. Berechne die Beleuchtungsstärke 50 cm von der Mitte des Tisches entfernt, wenn die Lichtstärke in dieser Richtung 160 cd beträgt.

**100.** Wie groß muß die Lichtstärke einer Lichtquelle sein, wenn die Beleuchtungsstärke einer senkrecht bestrahlten Fläche in 3 m Entfernung noch 30 lx betragen soll?

**101.** Eine 100-W-Lampe hat eine Lichtausbeute von 20 lm/W. Berechne die Entfernung der Lampe, wenn die Beleuchtungsstärke 10 lx beträgt.

### Kontrollfragen

1. Was versteht man unter Licht?
2. Wie kann ein Lichtstrahl sichtbar gemacht werden?
3. Welcher Unterschied besteht zwischen dem Kernschatten und dem Halbschatten?
4. Auf welche Arten kann die Lichtgeschwindigkeit gemessen werden?
5. Welcher Unterschied besteht zwischen Strahlungsgrößen und lichttechnischen Größen?
6. Wie ist die Strahlungsleistung definiert?
7. Was versteht man unter dem Begriff Raumwinkel?
8. Welcher Unterschied besteht zwischen Strahlstärke und Lichtstärke?
9. Wie ist 1 cd festgelegt?
10. Wie mißt man Strahlungsgrößen?
11. Mit welchem Verfahren kann man lichttechnische Größen messen?
12. Wie ist die Lichtausbeute festgelegt?

## 12. Strahlenoptik

### 12.1 Prinzipien der Strahlenoptik

In der *Strahlenoptik* oder *geometrischen Optik* wird die Lichtausbreitung mit Hilfe von *Lichtstrahlen* beschrieben. Lichtstrahlen gibt es in "Wirklichkeit" nicht. Sie sind, wie alle Wellenstrahlen, ein Hilfsmittel, um die Fortpflanzungsrichtung einer Welle darzustellen. Es ist aber üblich, ein sehr schmales und paralleles *Lichtbündel* als *Lichtstrahl* zu bezeichnen. Die *Strahlenoptik* ermöglicht es auf einfache Weise, Aufbau und Funktion optischer Geräte zu verstehen. Der Strahlenoptik sind allerdings gewisse Grenzen gesetzt. So lassen sich etwa Interferenz- und Beugungserscheinungen sowie das Auflösungsvermögen optischer Geräte nur mit Hilfe der *Wellenoptik* deuten. Licht breitet sich im Vakuum, in gasförmigen sowie in verschiedenen flüssigen und festen Medien aus. Besitzt ein Medium an allen Stellen die gleichen optischen Eigenschaften, dann heißt es *homogen*. Licht breitet sich in einem homogenen Medium geradlinig und mit konstanter Geschwindigkeit aus. Lichtstrahlen können parallel, divergent, konvergent oder diffus verlaufen (Abb. 50.2). Lichtstrahlen kreuzen einander ungestört (Abb. 50.3). An Grenzflächen zweier Medien wird Licht im allgemeinen sowohl reflektiert als auch gebrochen (Abb. 50.4).



## 12.2 Reflexion

### Das Reflexionsgesetz (Abb. 51.1)

Glatte Körper werfen ein Lichtbündel vorwiegend in einer bestimmten Richtung zurück. Man spricht von *regulärer Reflexion* (Abb. 51.2 oben). Spiegel besitzen eine glatte Oberfläche und ein großes Reflexionsvermögen.

An rauen Körpern werden Lichtstrahlen in die verschiedensten Richtungen zurückgeworfen (Abb. 51.2 unten). Für jeden einzelnen Lichtstrahl gilt aber das Reflexionsgesetz. Das gesamte Lichtbündel wird aber *diffus* reflektiert, es wird *zerstreut*. Die diffuse Reflexion spielt in unserem täglichen Leben eine wichtige Rolle.

Einen nicht selbst leuchtenden Gegenstand sehen wir nur, wenn er beleuchtet wird und ein Teil des reflektierten Lichts in unser Auge fällt. Die meisten Körper reflektieren das Licht diffus und können daher aus allen Richtungen gesehen werden.

Eine mattweiße Wand reflektiert fast das gesamte auftreffende Licht diffus. Sie liefert aus allen Richtungen den gleichen Helligkeitseindruck. Eine Perlwand etwa, die als Bildwand für die Diaprojektion verwendet wird, enthält kleine Kugeln. Diese reflektieren das einfallende Licht bevorzugt entgegen der Einfallrichtung in einem bestimmten Winkelbereich.

### Der ebene Spiegel

Von jedem Punkt  $P$  eines Gegenstandes gehen Lichtstrahlen nach allen möglichen Richtungen weg. Für die Konstruktion eines Bildpunktes  $P'$  genügt es aber, von einem Punkt zwei Lichtstrahlen wegzuzeichnen. Die reflektierten Strahlen scheinen für das Auge vom Schnittpunkt ihrer Verlängerungen hinter dem Spiegel herzukommen (Abb. 51.3). Dieser Schnittpunkt der Verlängerungen ist der *virtuelle (scheinbare) Bildpunkt  $P'$*  des Gegenstandspunktes  $P$ .

Das Bild am ebenen Spiegel ist ein virtuelles Bild. Es scheint vom Spiegel den gleichen Abstand zu haben wie der Gegenstand, es erscheint gleich groß wie dieser und ist seitenverkehrt. Ein virtuelles Bild kann nicht auf einem Schirm aufgefangen werden.

In der Optik ist es oft erforderlich, ein Strahlenbündel in zwei Bündel aufzuteilen. Der einfachste Strahlenteiler ist eine dünne planparallele Glasplatte. Sie läßt ca 90% des einfallenden Lichtes durch, der Rest wird an Vorder- und Rückseite reflektiert.

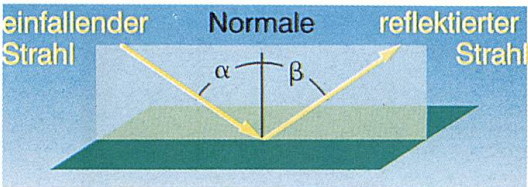
### Der sphärische Hohlspiegel (Konkavspiegel)

Ist der Spiegel Teil einer Kugeloberfläche, heißt er *Kugelspiegel* oder *sphärischer Spiegel*.

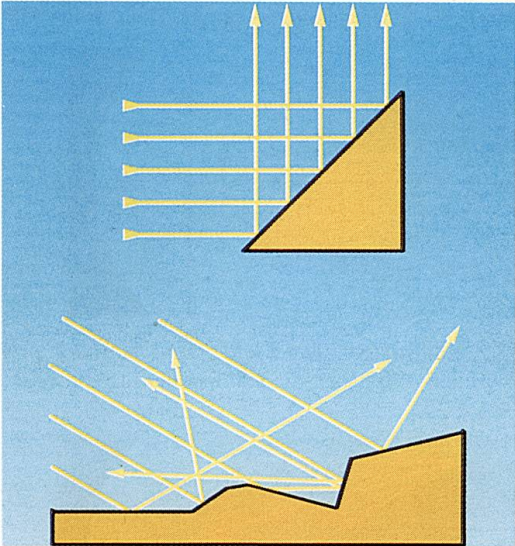
#### Versuch

Ein Hohlspiegel wird auf der optischen Scheibe mit einem Parallelstrahlenbündel beleuchtet (Abb. 51.4). Der Hohlspiegel sammelt achsenparalleles Licht im *Brennpunkt* oder *Fokus  $F$*  (*focus*, lat. = Herd). Der Versuch zeigt aber, daß nur achsenparallele Strahlen nahe der optischen Achse nach der Reflexion auch wirklich durch einen Punkt (Brennpunkt) gehen. Achsenferne Strahlen, Randstrahlen, gehen nicht durch den Brennpunkt. Dieser Abbildungsfehler wird als *sphärische Aberration* bezeichnet. Um bei einer Abbildung unscharfe Bilder zu vermeiden, sind die Randstrahlen auszublenden.

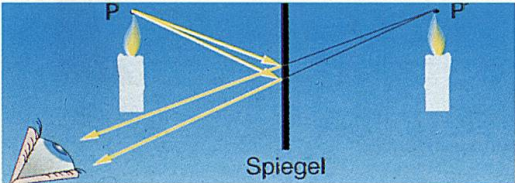
Schräg einfallende Parallelstrahlen schneiden nach der Reflexion die *Brennebene* in einem Punkt. Da der Lichtweg umkehrbar ist, gilt: Von einem Punkt der Brennebene ausgehende Strahlen werden als Parallelstrahlen reflektiert. Strahlen mit kleinem Abstand und geringer Neigung zur optischen Achse werden als *paraxiale Strahlen* bezeichnet.



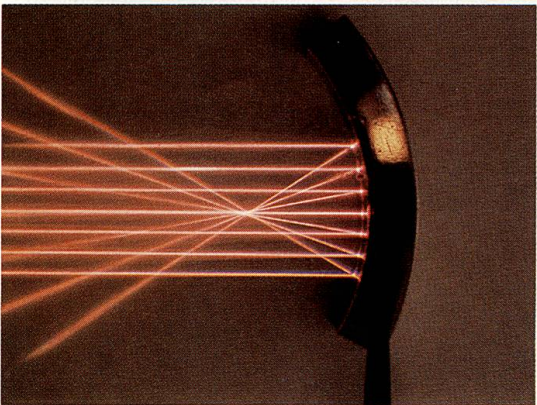
51.1 Das Reflexionsgesetz: Einfallswinkel  $\alpha$  und Reflexionswinkel  $\beta$  sind gleich groß. Der einfallende Strahl, das Lot und der reflektierte Strahl liegen in einer Ebene.



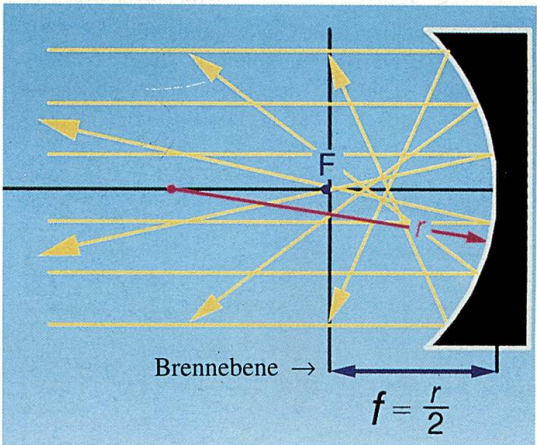
51.2 Reguläre Reflexion (oben), diffuse Reflexion (unten)



51.3 Der ebene Spiegel liefert virtuelle Bilder.

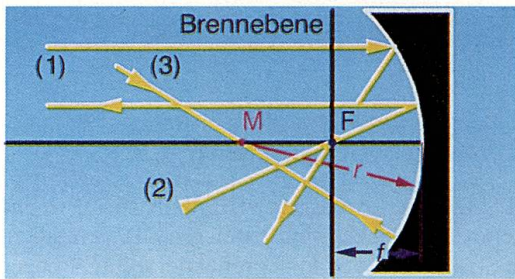


51.4 Die reflektierenden Strahlen kreuzen sich im Brennpunkt des Spiegels.

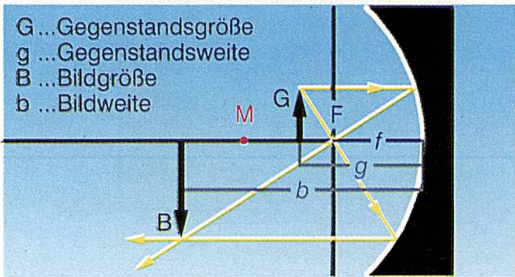


51.5 Für achsennahe Strahlen gilt: Brennweite  $f = \frac{r}{2}$ .

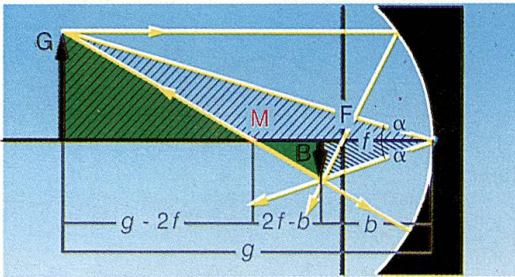




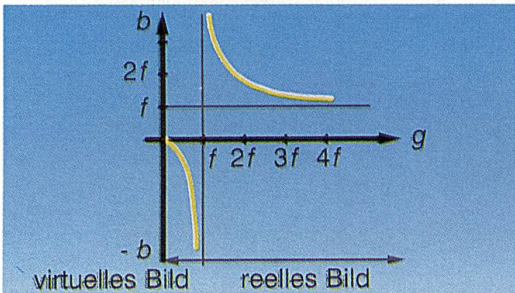
52.1 Für die Bildkonstruktion werden verwendet: Parallel- (1), Brennpunkt- (2) und Hauptstrahl (3).



52.2 Hohlspiegel: Der Gegenstand befindet sich zwischen einfacher und doppelter Brennweite:  $f < g < 2f$ .



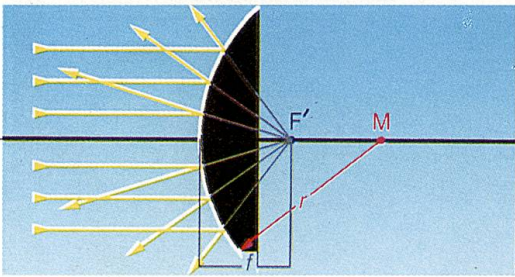
52.3 Zur Herleitung der Abbildungsgleichung für den Hohlspiegel



52.4 Löst man die Abbildungsgleichung nach  $b$  auf, so erhält man eine Gleichung, welche die Abhängigkeit der Bildweite von der Gegenstandsweite angibt:

$$b = \frac{f \cdot g}{g - f}$$

Dieser Zusammenhang ist in Abb. 52.4 grafisch dargestellt. Dabei ist die Gegenstandsweite als Vielfaches der Brennweite angegeben. Liegt etwa der Gegenstand innerhalb der Brennweite, so ergibt sich eine negative Bildweite. Das Bild liegt "hinter" dem Spiegel, es ist virtuell.



52.5 Reflexion achsenparalleler Strahlen am Wölbspiegel ( $f = r/2$ )

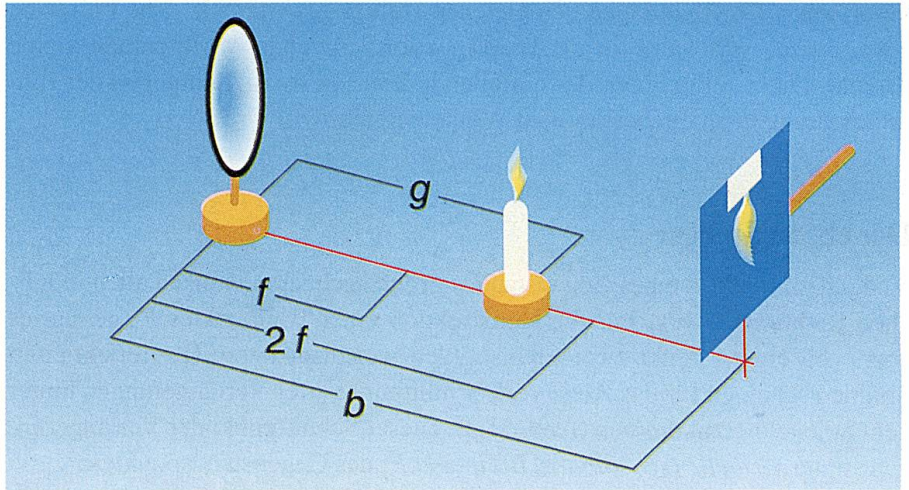
Alle Konstruktionen in der Strahlenoptik beziehen sich auf paraxiale Strahlen, auch wenn wir Strahlen wegen der "besseren Darstellbarkeit" in großem Abstand oder mit starker Neigung zur optischen Achse zeichnen.

Für die Bildkonstruktion verwendet man nicht beliebige Strahlen, sondern solche, deren Verlauf nach der Reflexion leicht gezeichnet werden kann: *Parallelstrahl*, *Brennpunktstrahl* und *Hauptstrahl* (Abb. 52.1).

Befindet sich der Gegenstand z. B. zwischen einfacher und doppelter Brennweite (Abb. 52.2), so schneiden sich alle von einem Gegenstandspunkt ausgehenden Strahlen nach der Reflexion in einem Punkt. Dieser Schnittpunkt der reflektierten Strahlen ist der *reelle (wirkliche) Bildpunkt* des Gegenstandspunktes. Das Bild ist reell, umgekehrt und vergrößert.

**Versuch (Abb. 52.6)**

Eine Kerze wird innerhalb der einfachen Brennweite, zwischen einfacher und doppelter Brennweite und außerhalb der doppelten Brennweite aufgestellt. Jedesmal wird versucht, mit dem Schirm ein Bild aufzufangen.



52.6 Systematische Untersuchung, welche Bilder bei verschiedenen Gegenstandsweiten entstehen

Der Hohlspiegel liefert je nach Gegenstandsweite reelle, umgekehrte oder virtuelle und aufrechte Bilder.

Der Hohlspiegel wird z. B. als Rasierspiegel, Kosmetikspiegel und für Beleuchtungseinrichtungen verwendet.

**Herleitung der Abbildungsgleichung für den Hohlspiegel**

Aus der Ähnlichkeit der schraffierten Dreiecke (Abb. 52.3) folgt:

(1)  $\frac{B}{G} = \frac{b}{g}$  (Der Quotient  $\frac{B}{G}$  heißt *Abbildungsmaßstab*.)

Aus der Ähnlichkeit der grünen Dreiecke folgt:

(2)  $\frac{B}{2f - b} = \frac{G}{g - 2f} \Leftrightarrow \frac{B}{G} = \frac{2f - b}{g - 2f}$

(1),(2)  $\frac{b}{g} = \frac{2f - b}{g - 2f} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$

$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$       Abbildungsgleichung für den Hohlspiegel

**Der sphärische Wölbspiegel (Konvexspiegel)**

**Versuch (Abb. 52.5)**

Der Wölbspiegel wird auf der optischen Scheibe mit einem Parallelstrahlenbündel beleuchtet. Achsenparallele Strahlen werden so reflektiert, als ob sie von einem hinter dem Spiegel liegenden Punkt herkämen. Dieser Punkt  $F'$  wird als *Zerstreuungspunkt* oder *scheinbarer Brennpunkt* bezeichnet.



Der Wölbspiegel liefert virtuelle, aufrechte und verkleinerte Bilder (Abb. 53.1).

Der Wölbspiegel wird z.B. als Rückspiegel und Verkehrsspiegel verwendet.

## Asphärische Spiegel

Spiegel, die nicht Teil einer Kugeloberfläche sind, werden als *asphärisch* bezeichnet.

**Parabolspiegel (53.2):** Im Gegensatz zum sphärischen Hohlspiegel gehen auch achsenferne Parallelstrahlen nach der Reflexion durch den Brennpunkt. Anwendung als Scheinwerferspiegel, zur Konzentration von Sonnenstrahlung, als Sender und Empfänger für Radiowellen kurzer Wellenlänge.

**Ellipsenspiegel (53.3):** Anwendung als Scheinwerferspiegel und in Kinoprojektoren.

**Parabolischer Zylinderspiegel:** Er wird zur Konzentration von Sonnenstrahlung verwendet.

## Gewinnung von Sonnenenergie

Ein *Sonnenofen* dient zur Erzeugung sehr hoher Temperaturen durch Fokussierung der Sonnenstrahlen. Ein bekanntes Beispiel dafür ist in den Pyrenäen zu finden. Das Sonnenlicht wird durch eine große Anzahl von Planspiegeln (Heliostaten) zu einem riesigen Hohlspiegel reflektiert. In seinem Brennpunkt befindet sich ein Schmelzofen, in dem Temperaturen bis  $3500\text{ }^{\circ}\text{C}$  erreicht werden. Der Ofen dient zur Herstellung von Speziallegierungen.

In einem *Solarkraftwerk* wird das Sonnenlicht durch die Heliostatspiegel zu einem Absorber in einem Turm reflektiert. Im Absorber wird Dampf erzeugt und im weiteren wie in einem Wärmekraftwerk elektrische Energie.

## Aufgaben

**102.** Weshalb kann man einen nicht selbstleuchtenden Körper aus allen Richtungen sehen?

**103.** Zeige, daß bei einem Winkelspiegel einfallender und reflektierter Strahl parallel sind (Abb. 53.4 links)!

**104.** Ein Tripelspiegel besteht aus drei aufeinander normal stehenden Spiegelflächen (Abb. 53.4 rechts). Er wird in Rückstrahlern verwendet. Welcher Zusammenhang besteht zwischen einfallendem und reflektiertem Strahl?

**105.** Um welchen Winkel  $\alpha$  dreht sich der reflektierte Lichtstrahl bei einer Drehung des Spiegels um den Winkel  $\beta$  (Abb. 53.5)?

**106.** Welche Höhe muß ein Wandspiegel mindestens haben, damit man sich selbst vollständig sehen kann?

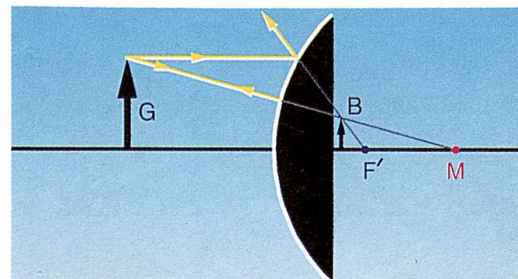
**107.** Beim Rasierspiegel befindet sich der Gegenstand (das Gesicht) innerhalb der einfachen Brennweite. Welches Bild entsteht dabei? Führe eine Konstruktion durch.

**108.** Diskutiere alle Möglichkeiten der Bildentstehung a) am Hohlspiegel, b) am Wölbspiegel.

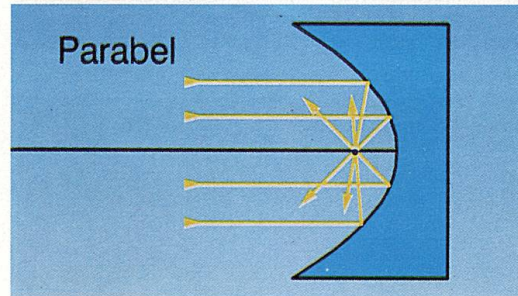
**109.** Wie ändert sich die Divergenz eines Strahlenbündels bei der Reflexion an einem a) ebenen Spiegel, b) Hohlspiegel, c) Wölbspiegel?

**110.** In der Brennebene eines Hohlspiegels befindet sich eine punktförmige Lichtquelle. Zeichne den weiteren Strahlengang!

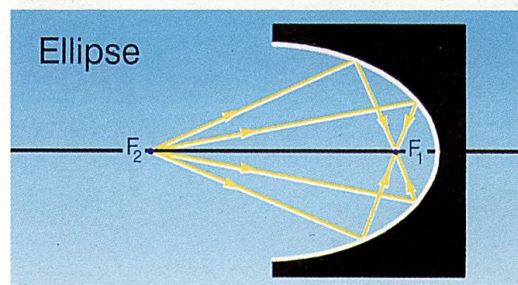
**111.** Zeichne den weiteren Verlauf der Lichtstrahlen einer punktförmigen Lichtquelle, die sich auf der optischen Achse eines Hohlspiegels an den eingezeichneten Stellen befindet (Abb. 53.6)!



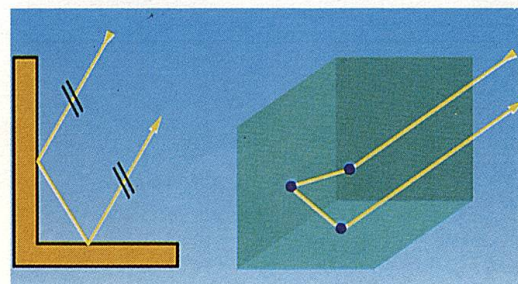
53.1 Der Wölbspiegel liefert nur virtuelle Bilder.



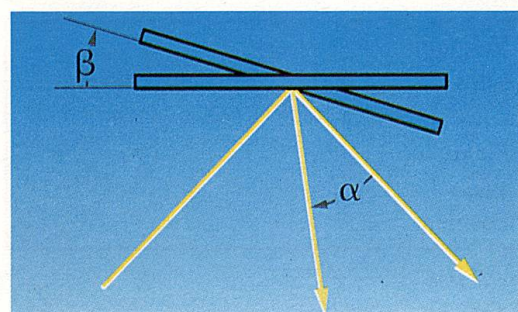
53.2 Parabolspiegel: Auch achsenferne Parallelstrahlen gehen durch den Brennpunkt.



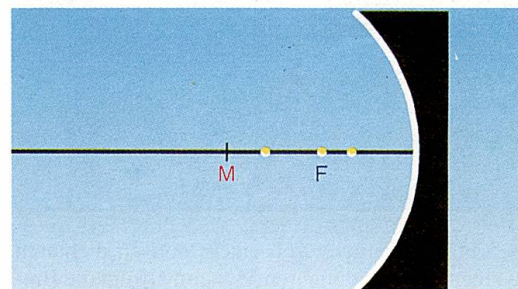
53.3 Ellipsenspiegel: Strahlen, die von einem Brennpunkt ausgehen, kreuzen sich nach der Reflexion im anderen Brennpunkt.



53.4 Abbildungen zu Aufgabe 103 (links) und 104 (rechts)



53.5 Abbildung zu Aufgabe 105

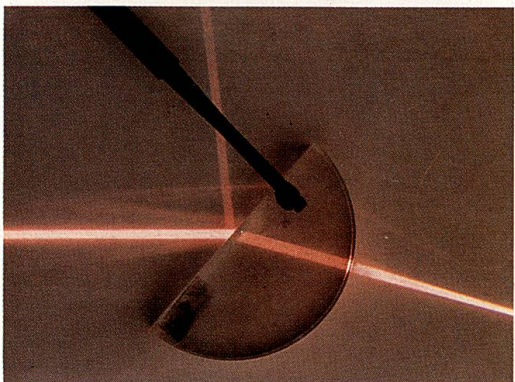


53.6 Abbildung zu Aufgabe 111

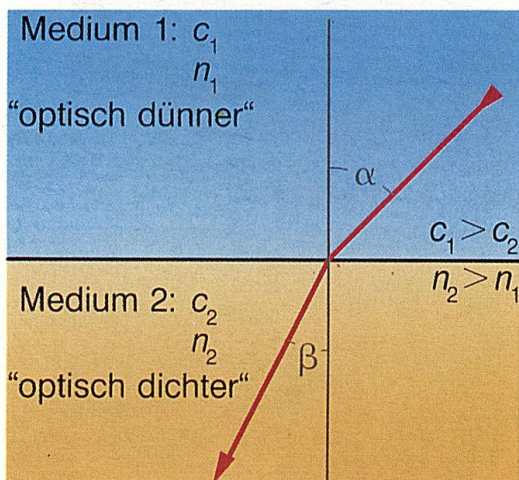




54.1 Eine optische Täuschung!



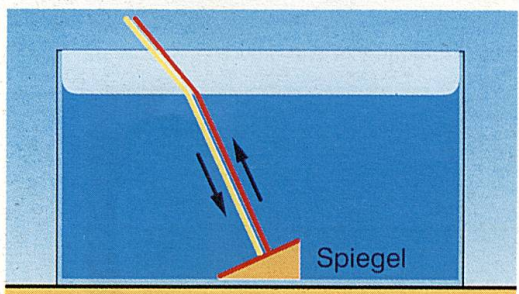
54.2 Der Lichtstrahl wird beim Übergang von Luft in den Glaskörper gebrochen.



54.3 Beim Übergang von einem optisch dünneren zu einem optisch dichteren Medium wird der Lichtstrahl zum Lot gebrochen.

|           |           |                  |
|-----------|-----------|------------------|
| Vakuum    | 1         |                  |
| Luft      | 1,0003    | Rechenwert = 1   |
| Glas      | 1,5 - 1,8 | Rechenwert = 1,5 |
| Plexiglas | 1,49      |                  |
| Wasser    | 1,33      |                  |
| Diamant   | 2,4       |                  |

54.4 Einige Brechzahlen



54.5 Beim Übergang von einem optisch dichteren zu einem optisch dünneren Medium erfolgt die Brechung von der Einfallsnormalen weg.

**112.** Auf eine polierte Metallkugel fällt von links ein Parallelstrahlenbündel. Zeige, daß gleichviel Licht nach links und rechts reflektiert wird!

**113.** In welcher Entfernung befindet sich das Bild eines Gegenstandes, der im Krümmungsmittelpunkt eines Hohlspiegels angeordnet ist? Wie groß ist der Abbildungsmaßstab?

**114.** a) Stelle eine Formel auf, welche die Abhängigkeit des Abbildungsmaßstabes von der Gegenstandsweite eines Hohlspiegels angibt!  
b) Stelle den Zusammenhang grafisch dar!

## 12.3 Brechung und Totalreflexion

### Brechung

Licht breitet sich in verschiedenen Medien mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten aus. Als Folge tritt beim Übergang von einem Medium in ein anderes im allgemeinen eine Richtungsänderung auf, die man als *Brechung* bezeichnet.

#### Versuch (Abb. 54.2)

Auf einer optischen Scheibe wird ein flacher Halbzylinder aus Glas befestigt. Läßt man einen Lichtstrahl senkrecht auf die flache Seite oder auf die gekrümmte Fläche in Richtung zum Krümmungsmittelpunkt einfallen, dann erfolgt der Übergang in das Glas ohne Richtungsänderung. Nur wenn der Lichtstrahl schräg auf die ebene Fläche oder auf die gekrümmten Flächen nicht in Richtung zum Mittelpunkt auffällt, kommt es zu einer Brechung.

Das Brechungsgesetz ist uns aus der Wellenlehre bekannt (vgl. S. 30):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2}$$

In der Optik ist es allerdings nicht üblich, mit den Lichtgeschwindigkeiten zu rechnen. Das Verhältnis von Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c_0$  zur Lichtgeschwindigkeit im betreffenden Medium wird als *Brechzahl*, *Brechungskoeffizient* oder *Brechungsindex*  $n$  bezeichnet.

Ist  $c_0$  die Vakuumlichtgeschwindigkeit,  $c_1$  die Lichtgeschwindigkeit im Medium 1 und  $c_2$  die Lichtgeschwindigkeit im Medium 2, dann ist  $n_1 = c_0/c_1$  die Brechzahl des Mediums 1 und  $n_2 = c_0/c_2$  die Brechzahl des Mediums 2.

Die Brechzahl  $n$  ist ein Maß für die Verzögerung des Lichtes beim Durchgang durch ein Medium.

Darstellung des Brechungsgesetzes unter Verwendung der Brechzahlen  $n_1, n_2$ :

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{c_0}{n_1} \cdot \frac{n_2}{c_0} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

*Brechungsgesetz von Snellius*

Das Medium mit der größeren Brechzahl wird als *optisch dichter*, das mit der kleineren Brechzahl als *optisch dünner* bezeichnet.

#### Beispiel A

Ein Lichtstrahl wird beim Übergang von Luft in Glas gebrochen. Der Einfallswinkel  $\alpha$  beträgt  $45^\circ$ . Berechne den Brechungswinkel  $\beta$ !

$$\frac{\sin 45^\circ}{\sin \beta} = \frac{1,5}{1} \Leftrightarrow \sin \beta = \frac{1}{1,5} \sin 45^\circ \quad \beta = 28,13^\circ$$



### Versuch (Abb. 54.5)

Auf dem Boden eines mit Wasser gefüllten Gefäßes befindet sich in schräger Lage ein kleiner Spiegel, der mit einer roten Folie überzogen ist. Der Lichtstrahl trifft senkrecht auf den Spiegel. Aufgrund der roten Folie ist der reflektierte Strahl rot "eingefärbt". So kann man den einfallenden und den reflektierten Strahl unterscheiden, obgleich sie den gleichen Weg verwenden. Beim Eintritt in das Wasser wird der Lichtstrahl zur Einfallsnormalen hin gebrochen, beim Austritt von der Einfallsnormalen weg.

Beim Übergang vom optisch dünneren in das optisch dichtere Medium wird Licht zur Einfallsnormalen hin gebrochen. In umgekehrter Richtung erfolgt die Brechung von der Einfallsnormalen weg. Bei senkrechtem Einfall erfolgt keine Brechung.

### Versuch (Abb. 55.2)

An der optischen Scheibe wird eine dicke *planparallele Glasplatte* befestigt. Trifft ein Lichtstrahl schräg auf die Platte, bleibt seine Richtung nach zweimaliger Brechung gleich. Der zweifach gebrochene Strahl ist gegenüber dem einfallenden parallelverschoben.

### Versuch (Abb. 55.3)

An der optischen Scheibe wird ein *Prisma* befestigt. (In der Optik versteht man unter einem Prisma einen durchsichtigen Körper mit zwei ebenen, nicht parallelen Flächen.) Durch Verdrehen des Prismas kann der Einfluß des Einfallswinkels untersucht werden. Der Lichtstrahl wird zum dickeren Ende des Prismas abgelenkt.

Bisher haben wir die Brechung an der Grenzfläche zweier Medien betrachtet. In diesen Fällen tritt eine *Stufe* im *Brechzahlverlauf* auf. Oft kommt es aber vor, daß sich die Brechzahl *kontinuierlich* ändert.

### Versuch (Abb. 55.4)

Zwei gleiche Glasgefäße werden mit Wasser gefüllt. In eines der beiden wird Würfelzucker dazugegeben, jedoch nicht vermischt. Zum Boden hin nehmen Zuckerkonzentration und damit auch optische Dichte und Brechzahl zu. Wird der Lichtstrahl im linken Gefäß nur an der Grenzfläche gebrochen, so wird er im rechten Gefäß zusätzlich gekrümmt. Zur Erklärung des Strahlenverlaufs denkt man sich die kontinuierliche Brechzahlverteilung durch Schichten jeweils konstanter Brechzahl ersetzt. Beim Übergang von einer Schicht zur anderen tritt dann Brechung auf.

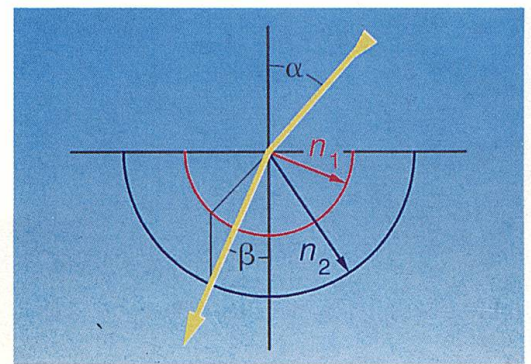
Tritt im Brechzahlverlauf eine Stufe auf, dann wird ein Lichtstrahl an dieser Stelle geknickt. Bei kontinuierlich veränderlichem Brechzahlverlauf wird ein Lichtstrahl gekrümmt.

Ein kontinuierlich veränderlicher Brechzahlverlauf herrscht auch in der Atmosphäre. Mit zunehmender Höhe verringert sich die Dichte der Luft und damit auch die optische Dichte und die Brechzahl. Das von einem Stern kommende Licht erfährt in der Erdatmosphäre ständig einen Übergang von einem dünneren in ein dichteres Medium. Dies führt zu einer scheinbaren Hebung des Sternortes über dem Horizont.

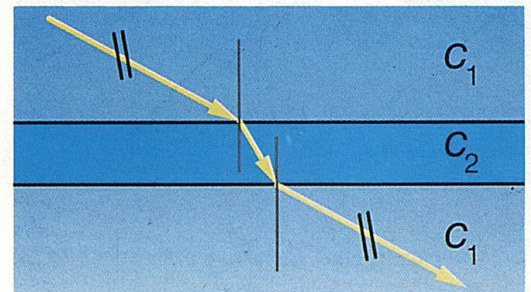
## Totalreflexion

### Versuch (Abb. 55.5)

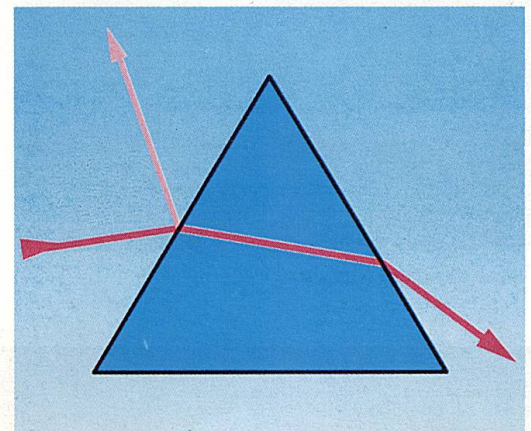
Von einer Lichtquelle im Wasser laufen Lichtstrahlen unter verschiedenen Winkeln gegen die Grenzfläche zur Luft hin. Je flacher die Lichtstrahlen gegen die Wasseroberfläche laufen, desto stärker werden sie vom Lot weg gebrochen. Schließlich verläuft der gebrochene Lichtstrahl streifend über die Grenzfläche. Lichtstrahlen, die noch flacher verlaufen, treten überhaupt nicht in Luft über. Man spricht von einer *Totalreflexion* an der Grenzfläche.



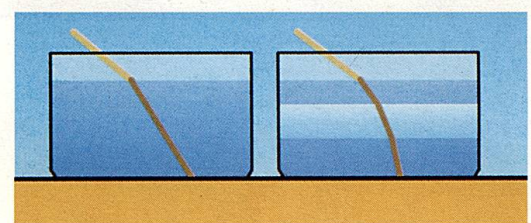
55.1 Konstruktion des Brechungswinkels  $\beta$  bei vorgegebenen Brechzahlen



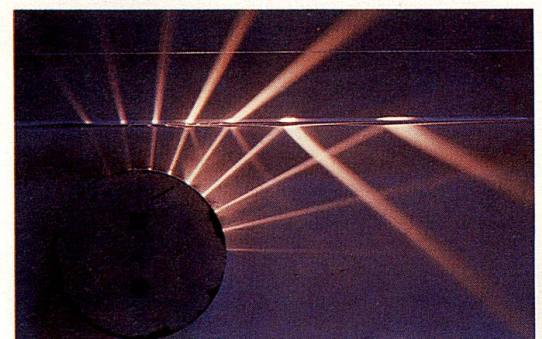
55.2 Beim Durchgang durch die planparallele Glasplatte wird der Lichtstrahl parallel verschoben.



55.3 Ablenkung eines Lichtstrahls durch ein optisches Prisma

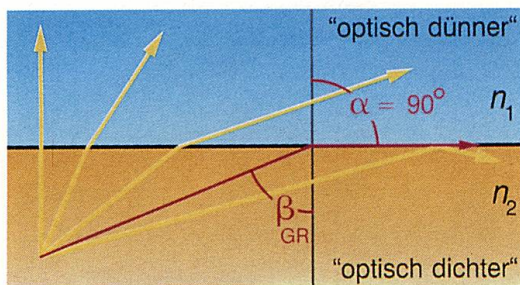


55.4 Aufgrund des sich kontinuierlich verändernden Brechzahlverlaufs wird der Lichtstrahl rechts gekrümmt.



55.5 Totalreflexion an der Grenzfläche Wasser - Luft





56.1 Zur Bestimmung des Grenzwinkels der Totalreflexion

Wenn beim Übergang des Lichtes vom dichteren in das dünnere Medium der gebrochene Lichtstrahl streifend entlang der Grenzfläche verläuft, dann ist  $\alpha = 90^\circ$ , und der dazugehörige Winkel  $\beta_{\text{Gr}}$  heißt *Grenzwinkel der Totalreflexion* (Abb. 56.1).

Aus dem Brechungsgesetz ergibt sich  $\frac{\sin 90^\circ}{\sin \beta_{\text{Gr}}} = \frac{n_2}{n_1} \Leftrightarrow \sin \beta_{\text{Gr}} = \frac{n_1}{n_2}$

$$\sin \beta_{\text{Gr}} = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{Grenzwinkel der Totalreflexion}$$

### Beispiel B

Berechne den Grenzwinkel der Totalreflexion für den Übergang von Glas in Luft!

$$\sin \beta_{\text{Gr}} = \frac{1}{1,5} \quad \beta_{\text{Gr}} \approx 42^\circ$$

Beim Überschreiten des Grenzwinkels gelangt kein Licht mehr in das dünnere Medium, es wird an der Grenzfläche total reflektiert. Für das totalreflektierte Licht gilt das Reflexionsgesetz.

Trifft Licht auf eine Grenzfläche zu einem optisch dünneren Medium, so tritt Totalreflexion auf, wenn ein Grenzwinkel überschritten wird. Der Grenzwinkel ist vom Verhältnis der Brechzahlen der beiden aneinander grenzenden Medien abhängig.

Die totalreflektierende Grenzfläche Glas-Luft besitzt ein nahezu vollkommenes Reflexionsvermögen. Dies wird in optischen Geräten ausgenutzt. Abb. 56.2 zeigt die Strahlenumlenkung durch ein Prisma. Mit  $45^\circ$  ist der Grenzwinkel der Totalreflexion überschritten.

Totalreflexion gibt es auch bei kontinuierlich veränderlichem Brechzahlverlauf. An heißen Tagen entstehen dadurch Luftspiegelungen auf Straßen. Wird nämlich die Straßendecke durch die Sonneneinstrahlung stark erwärmt, dann bilden sich knapp über dem Boden wärmere Luftschichten als darüber. Wärmere Luftschichten haben eine kleinere Dichte als kältere Schichten. Daher sind die unteren Schichten optisch dünner als die darüber befindlichen. Durch Totalreflexion gelangt Licht vom blauen Himmel in das Auge eines Beobachters. Für das Auge scheint dieses Licht unter einem flachen Winkel von der Straßenoberfläche herzukommen. Man hat den Eindruck, eine Wasserfläche zu sehen (Abb. 56.3).

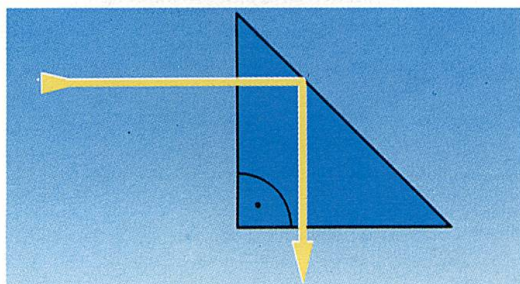
### Faseroptik

#### Versuch

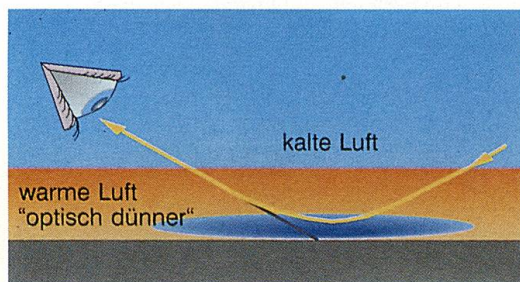
Lässt man einen Lichtstrahl an der Querschnittsfläche in einen gebogenen Plexiglasstab eintreten, wird dieser an der Grenzfläche zur Luft totalreflektiert. Er durchläuft den Plexiglasstab in einer Zick-Zack-Linie (Abb. 56.5). Der Plexiglasstab ist ein *Lichtleiter*. Unebenheiten, Kratzer und Verunreinigungen an der Oberfläche heben die Totalreflexion auf. Es gelangt Licht nach außen. Daher können wir die Lichtleitung auch von der Seite her beobachten. Um diesen Lichtverlust zu verhindern, werden Lichtleiter ummantelt. Dadurch wird die totalreflektierende Grenzschicht in das Innere verlegt und ist gegen Schmutz und Beschädigungen geschützt. Zur Nachrichtenübertragung werden Lichtwellenleiter verwendet. Sie bestehen aus dünnen, biegsamen *Glasfasern*.

Bei der *Stufen-Faser* ist der lichtleitende Kern von einem Mantel mit einer etwas niedrigeren Brechzahl umgeben (Abb. 56.6). An der Grenzfläche Kern-Mantel hat der Brechzahlverlauf eine Stufe von der Größenordnung  $1/100$ . Der Kerndurchmesser liegt etwa zwischen  $10$  und  $50 \mu\text{m}$ , der Manteldurchmesser über  $100 \mu\text{m}$ .

Das Licht kann in der Kernfaser verschiedene Wege einschlagen, man sagt, mehrere *Moden* ausbilden (*Multimodenfaser*). Ein Strahl, der sich parallel zur



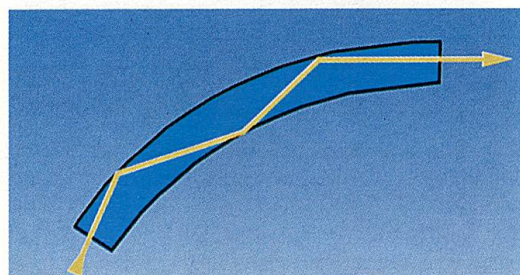
56.2 Umlenkung eines Lichtstrahls durch Totalreflexion an der Grenzfläche eines optischen Prismas.



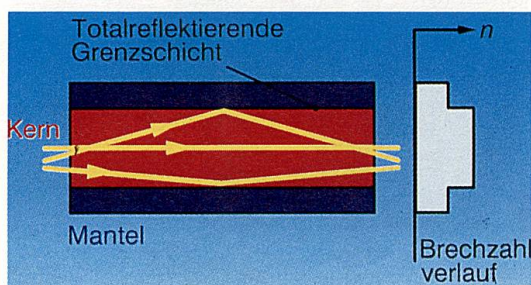
56.3 Eine "Fata Morgana"



56.4 Ein Lichtleiter



56.5 Schema eines Lichtleiters



56.6 Schema einer Stufenfaser



Faserachse ausbreitet, hat einen kürzeren Weg als einer entlang einer Zick-Zack-Linie. Zu verschiedenen Wegen gehören aber auch unterschiedliche Laufzeiten. Durch diese Laufzeitunterschiede zwischen den Moden kommt es bei der Übertragung von Lichtimpulsen (Signalen) zu einer Signalverbreiterung (Abb. 57.1). Dadurch wird die eindeutige Rückgewinnung der Information erschwert oder gar unmöglich. Die Anzahl der Lichtimpulse pro Sekunde, die Impulsfrequenz, ist dadurch begrenzt.

Bei der *Gradientenfaser* nimmt die Brechzahl von der Faserachse zum Rand hin kontinuierlich ab (Abb. 57.2). Es gibt zwar noch immer unterschiedliche Lichtwege, aber die Laufzeiten sind alle gleich. Denn mit Abnahme der Brechzahl nach außen hin, nimmt die Lichtgeschwindigkeit zu.

Eine weitere Möglichkeit, Laufzeitunterschiede zu vermeiden, ist die Reduzierung des Kerndurchmessers (Monomodefaser).

Bei der Nachrichtenübertragung über längere Strecken spielen die Lichtverluste eine große Rolle. Licht wird beim Durchgang durch Glas durch Absorption und durch Streuung an Materialinhomogenitäten geschwächt. Fensterglas dämpft sehr stark und ist als Lichtwellenleiter ungeeignet. Optische Fasern für die Nachrichtenübertragung bestehen z. B. aus hochreinem  $\text{SiO}_2$ -Glas und besitzen eine sehr geringe Dämpfung. Es ist zu erwarten, daß die elektrische Nachrichtenübertragung immer mehr durch die optische Nachrichtenübertragung ersetzt wird. Diese besitzt eine größere Störsicherheit und eine größere Übertragungsrate bezogen auf den Leiterquerschnitt. Viele Anwendungsmöglichkeiten bieten sogenannte *Faserbündel*, also die Zusammenfassung von vielen, oft Tausenden Fasern.

*Ungeordnete Faserbündel* werden als Lichtleitkabel für Beleuchtungszwecke verwendet, z. B. zur Beleuchtung schwer zugänglicher Stellen, zur Mikroskopbeleuchtung oder für Lichtschranken.

*Geordnete Faserbündel* dienen zur Bildübertragung über kurze Strecken. Etwa das *Endoskop* in der medizinischen Diagnostik beruht auf diesem Prinzip. Es ermöglicht dem Arzt einen Einblick in sonst ohne Operation unzugängliche Bereiche.

## Aufgaben

**115.** Licht fällt unter einem Winkel von  $18^\circ$  auf eine Glasplatte auf. Der Brechungswinkel im Glas beträgt  $11^\circ$ . Berechne die Brechzahl der Glasplatte!

**116.** Berechne die Lichtgeschwindigkeit in Glas und Wasser!

**117.** Stelle mit Hilfe eines Computerprogramms eine Tabelle auf, die den Zusammenhang zwischen Einfallswinkel und Brechungswinkel für Luft-Glas und Luft-Wasser darstellt! Der Einfallswinkel soll in  $10^\circ$ -Schritten den Bereich zwischen  $0^\circ$  und  $80^\circ$  durchlaufen. Fertige eine dazugehörige Grafik an!

**118.** Zeige, daß beim Lichtdurchgang durch eine planparallele Glasplatte einfallender und gebrochener Lichtstrahl parallel verlaufen.

**119.** Begründe die Richtigkeit der Konstruktionsvorschrift für den gebrochenen Strahl (Abb. 55.1)!

**120.** Ein Strahlenverlauf in einem Glaskörper wird durch einen Luftspalt unterbrochen. Was bewirkt dieser Spalt?

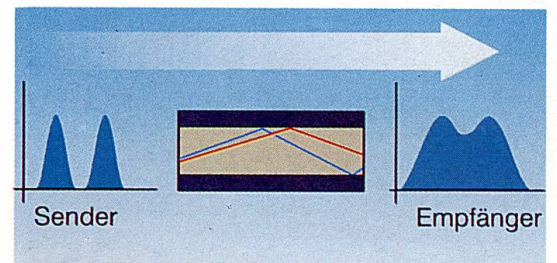
**121.** Wo liegt für das Auge der Bildpunkt von Punkt G (Abb. 57.3)? Hinweis: Zeichne zwei unter kleinen Winkeln von G weglauende Lichtstrahlen ein.

**122.** Ein Stab, der schräg in das Wasser gehalten wird, erscheint geknickt. Wie läßt sich das erklären?

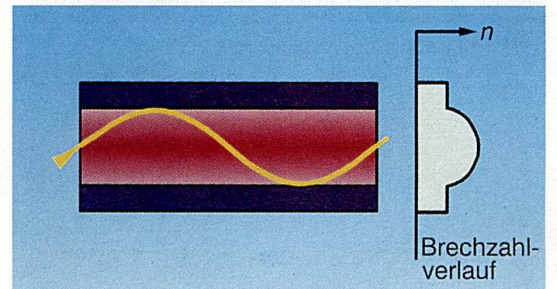
**123.** Berechne den Grenzwinkel der Totalreflexion für den Übergang Kron-glas-Wasser! ( $n_{\text{Kronglas}} = 1,6$ )

**124.** Zeichne den weiteren Verlauf des Lichtstrahls in den einzelnen Glaskörpern (Abb. 57.4)!

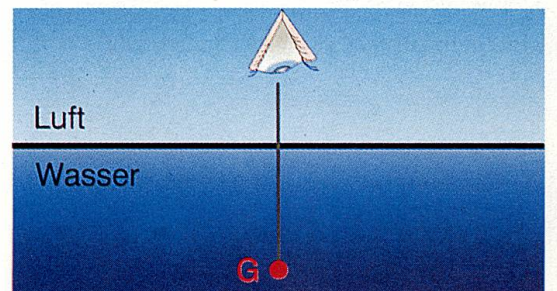
**125.** Wie groß ist der Grenzwinkel der Totalreflexion zwischen Wasser und Spiritus? ( $n_{\text{Spiritus}} = 1,4$ )



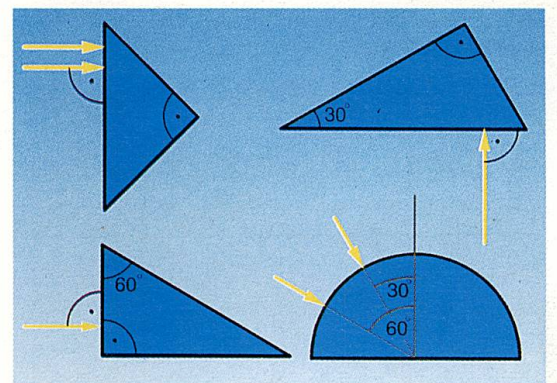
57.1 In einer Multimodenfaser kommt es zu einer Signalverbreiterung.



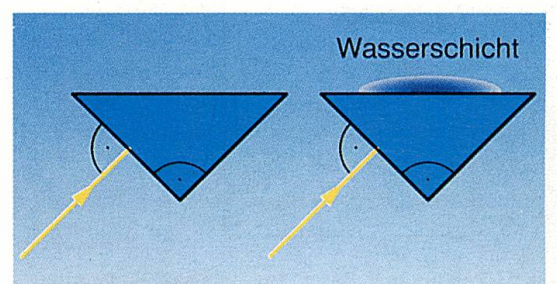
57.2 Schema der Gradientenfaser



57.3 Abbildung zu Aufgabe 121

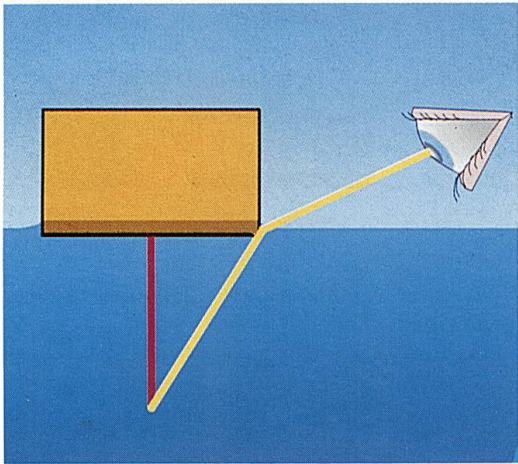


57.4 Abbildung zu Aufgabe 124

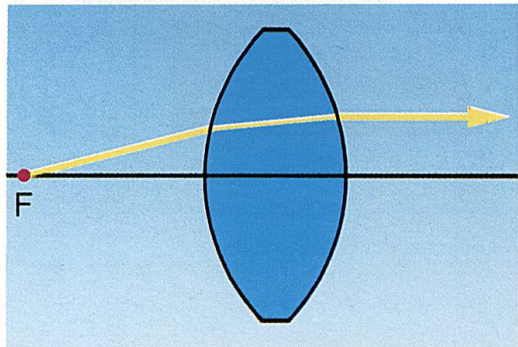


57.5 Abbildung zu Aufgabe 128

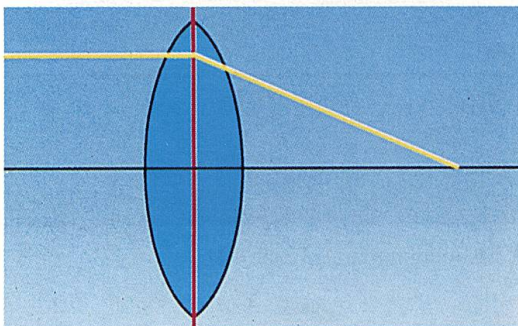




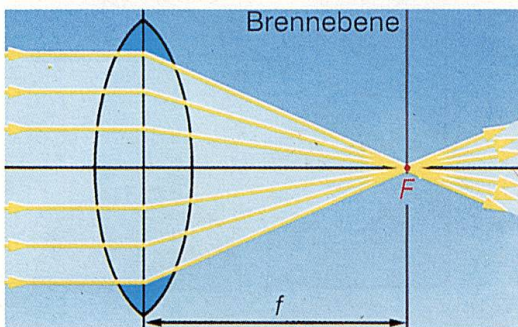
58.1 Abbildung zu Aufgabe 129



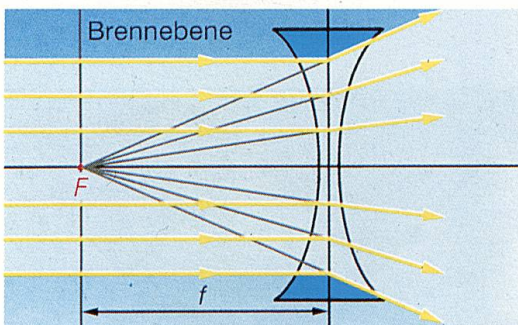
58.2 Der Lichtstrahl wird zweimal gebrochen. Hier wird ein Brennstrahl zu einem Parallelstrahl.



58.3 Eine dünne "Linse": Man denkt sich die zweifache Brechung durch eine einzige Brechung in der Hauptebene ersetzt.



58.4 Sammellinse: Brechung von Parallelstrahlen



58.5 Zerstreuungslinse: Brechung von Parallelstrahlen

145 Bsp 1

126. Was kann man beobachten, wenn man durch Luftschichten knapp über einer Flamme blickt? Wodurch werden die Erscheinungen verursacht?

127. Eine bestimmte optische Faser besitzt eine Dämpfung von 1 dB/km. Wieviel % beträgt die Schwächung der Lichtintensität pro km?

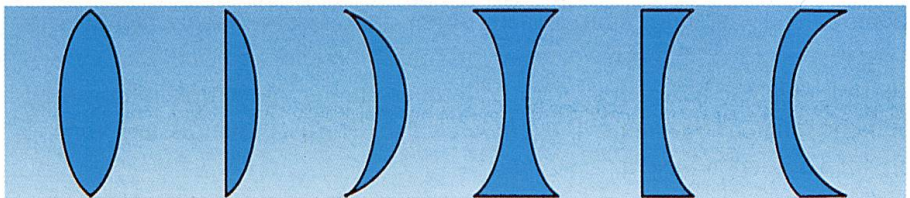
128. Zeichne den weiteren Lichtverlauf in den beiden Prismen ein (Abb. 57.5).

129. In der Mitte der Unterseite eines schwimmenden Korkens steckt eine Nadel (Abb. 58.1). Wie lang muß sie mindestens sein, damit der Nadelkopf von einem schräg ober der Wasseroberfläche befindlichen Beobachter gerade noch gesehen werden kann? (Korkdurchmesser = 30 mm)

## 12.4 Linsen

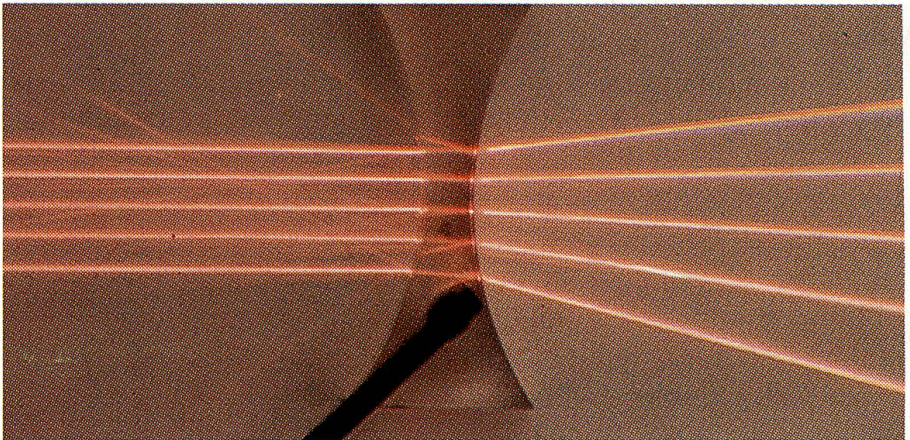
### Dünne Linsen

Eine *sphärische Linse* ist ein durchsichtiger Körper, der von zwei Kugelflächen oder einer Kugelfläche und einer Planfläche begrenzt ist. Grundsätzlich unterscheidet man zwischen zwei Typen von Linsen: *Sammellinsen* (Abb. 58.6 links) und *Zerstreuungslinsen* (Abb. 58.6 rechts). Sammellinsen sind in der Mitte dicker als am Rand, Zerstreuungslinsen dünner.



58.6 Linke Hälfte: Sammel-, Konvex- oder Positivlinsen; von links nach rechts: bikonvex, plankonvex, konkavkonvex. - Rechte Hälfte: Zerstreuungs-, Konkav- oder Negativlinsen; von links nach rechts: bikonkav, plankonkav, konvexkonkav.

Achsenparallele Strahlen werden durch eine Sammellinse im *Brennpunkt* vereinigt (Abb. 58.4), durch eine Zerstreuungslinse zerstreut. Die gebrochenen Lichtstrahlen scheinen von einem Zerstreuungspunkt oder scheinbaren Brennpunkt her zu kommen (Abb. 58.5, Abb. 58.7).



58.7 Zerstreuungslinse: Achsenparallele Strahlen werden gestreut. Die gebrochenen Strahlen scheinen von einem gemeinsamen Brennpunkt auszugehen.

Bei einer Sammellinse ist das austretende Lichtbündel stärker konvergent (oder weniger divergent) als das eintretende. Die Zerstreuungslinse hat gerade umgekehrte Eigenschaften.

Das Licht wird beim Durchgang durch eine Linse zweimal gebrochen (Abb. 58.2). Bei einer dünnen "Linse" läßt sich diese zweifache Brechung in guter Näherung durch die einmalige Brechung in der *Hauptebene* ersetzen (Abb. 58.3).

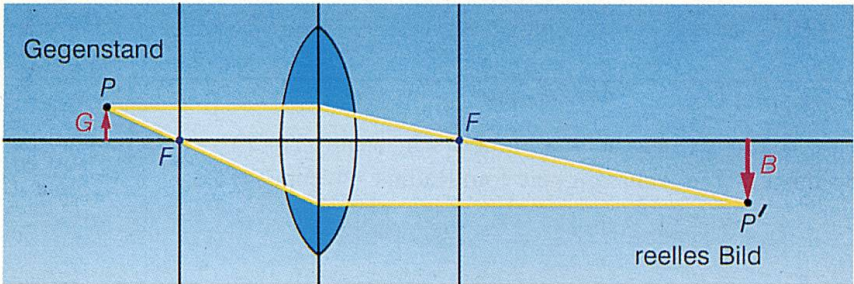
Die Ebene durch den Brennpunkt, senkrecht zur optischen Achse, heißt *Brennebene*. Eine dünne Linse besitzt zu beiden Seiten der Hauptebene, jeweils im Abstand  $f$  von dieser, je einen Brennpunkt. Wegen der Umkehrbarkeit des Lichtweges verlassen alle Lichtstrahlen, die aus einem Brennpunkt einer Sammellinse kommen, diese als Parallelstrahlen.



Zur Bildkonstruktion verwendet man, wie bei den gekrümmten Spiegeln, besondere Strahlen: *Parallel-, Brennpunkt- und Hauptstrahl* (Abb. 59.2 und 59.3). Für die Konstruktion eines Bildes genügt es, von einem Gegenstandspunkt zwei Strahlen wegzuzichnen.

► **Beispiel A**

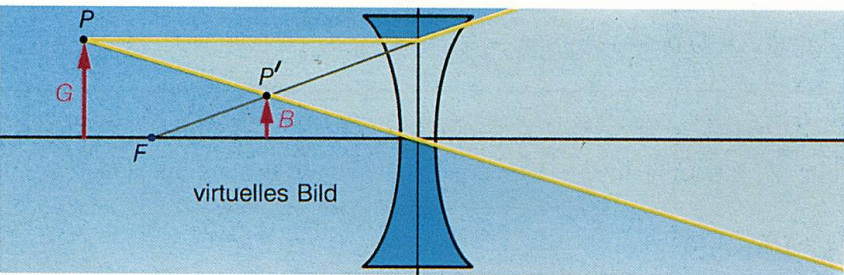
Ein Gegenstand befindet sich zwischen einfacher und doppelter Brennweite einer Sammellinse. Konstruiere das Bild!



Die vom Gegenstandspunkt *P* ausgehenden Strahlen schneiden sich nach der Brechung im Punkt *P'*. Dieser ist der *reelle Bildpunkt* des Gegenstandspunktes. Das Bild ist reell, umgekehrt und vergrößert. Das reelle Bild läßt sich auf einem Schirm auffangen.

► **Beispiel B**

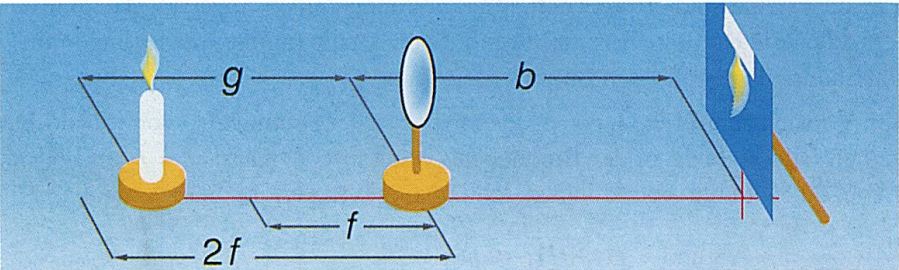
Ein Gegenstand wird durch eine Zerstreuungslinse betrachtet. Wieder nehmen wir an, daß sich der Gegenstand außerhalb der einfachen Brennweite befindet, obgleich dies für die Zerstreuungslinse ohne Belang ist. Konstruiere das Bild!



Die vom Gegenstandspunkt *P* ausgehenden Strahlen schneiden sich nach der Brechung nicht. Sie scheinen aber vom Schnittpunkt *P'* ihrer Verlängerungen herzukommen. *P'* ist der *virtuelle Bildpunkt* des Gegenstandspunktes. Das Bild ist virtuell, aufrecht und verkleinert. Ein virtuelles Bild läßt sich nicht auf einem Schirm auffangen.

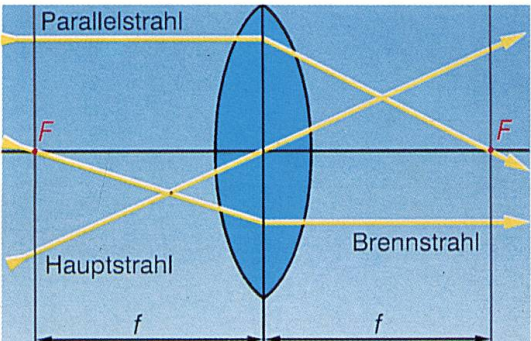
**Versuch**

Eine Kerze wird innerhalb der einfachen, zwischen einfacher und doppelter und außerhalb der doppelten Brennweite einer Sammellinse aufgestellt. Jedesmal wird versucht, ein Bild auf einem Schirm aufzufangen.

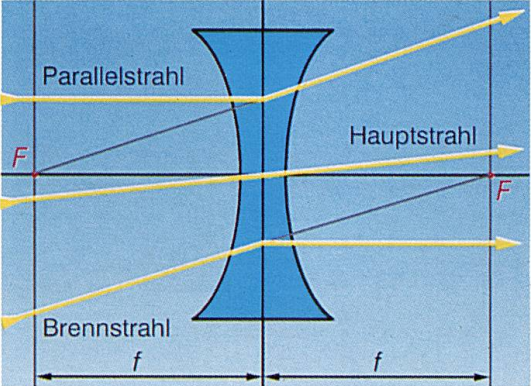


59.1 Systematische Untersuchung, welche Bilder bei verschiedenen Gegenstandsweiten entstehen

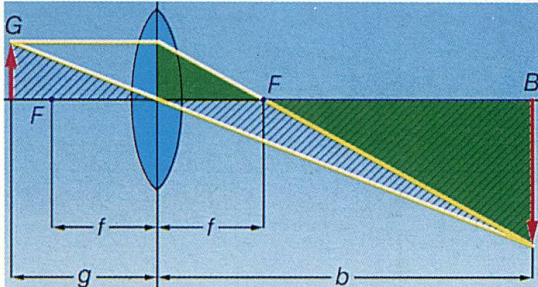
Eine Sammellinse liefert je nach Gegenstandsweite reelle oder virtuelle, aufrechte oder umgekehrte und vergrößerte oder verkleinerte Bilder. Die Zerstreuungslinse erzeugt virtuelle, aufrechte und verkleinerte Bilder.



59.2 Sammellinse: die besonderen Strahlen für die Bildkonstruktion



59.3 Zerstreuungslinse: die besonderen Strahlen für die Bildkonstruktion



59.4 Zur Herleitung der Abbildungsgleichung für die Sammellinse

**Herleitung der Abbildungsgleichung für die Sammellinse**

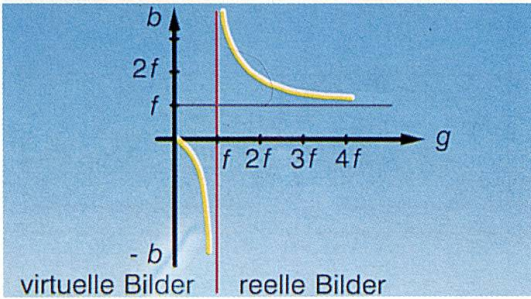
Aus der Ähnlichkeit der schraffierten Dreiecke folgt:

$$(1) \quad \frac{G}{g} = \frac{B}{b} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$$

Aus der Ähnlichkeit der grünen Dreiecke folgt:

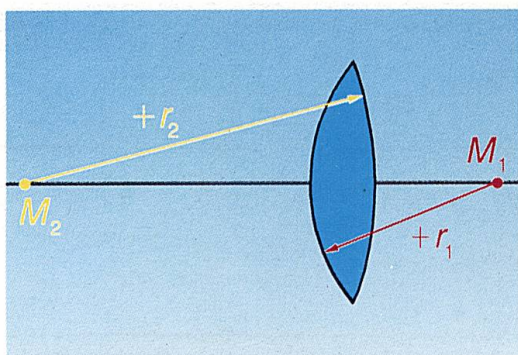
$$(2) \quad \frac{G}{f} = \frac{B}{b-f} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{B}{G} = \frac{b-f}{f}$$

$$(1), (2) \quad \frac{b}{g} = \frac{b-f}{f} \quad \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

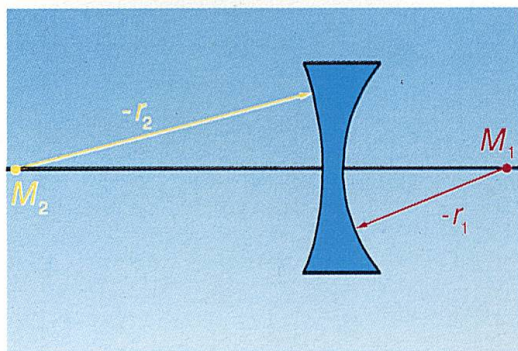


59.5 Sammellinse: Bildweite in Abhängigkeit von der Gegenstandsweite. Ist  $g < f$ , dann ist das Bild virtuell und liegt auf der Gegenstandsseite.

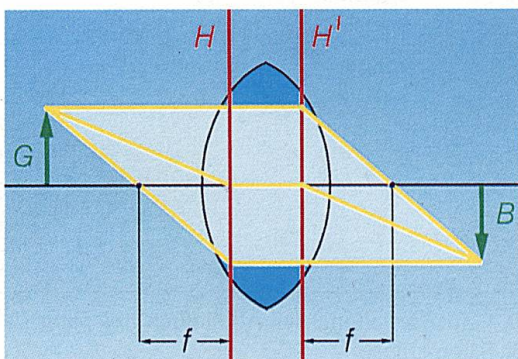




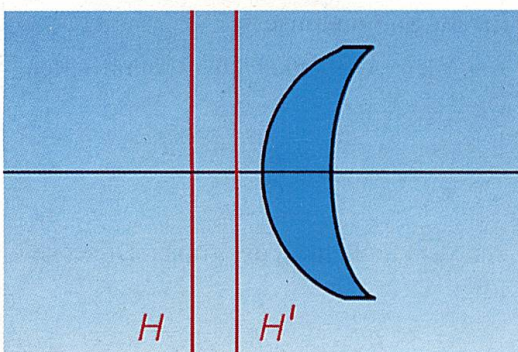
60.1 Sammellinse (nach außen gewölbt): Die Radien  $r_1, r_2$  haben positive Vorzeichen.



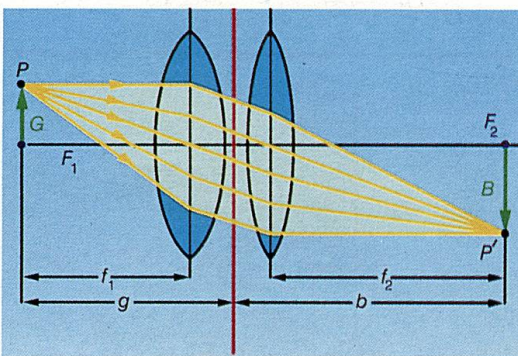
60.2 Zerstreuungslinse (nach innen gewölbt): Die Radien  $r_1, r_2$  haben negative Vorzeichen.



60.3 Strahlengang durch eine dicke Bikonvexlinse



60.4 Die Hauptebenen dieser Konvexlinse liegen außerhalb des Linsenkörpers.



60.5 Die Kombination zweier Sammellinsen wirkt wie eine einzige Sammellinse, für deren Brechkraft  $D$  gilt:  $D = D_1 + D_2$ .

Abbildungsgleichung der Sammellinse (zur Herleitung vgl. Abb. 59.4 und den anschließenden Text in der Randspalte)

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

Linsenformel für dünne Linsen (Abb. 60.1 und 60.2)

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

### ► Beispiel C

Eine Bikonvexlinse heißt symmetrisch, wenn  $r_1 = r_2 = r$ . Berechne die Brennweite  $f$  in Abhängigkeit vom Radius  $r$ , wenn  $n = 1,5$  !

$$\frac{1}{f} = (1,5 - 1) \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{r} \right) = \frac{1}{r} \quad \Leftrightarrow \quad f = r$$

Je kleiner der Krümmungsradius einer Sammellinse ist, desto kleiner ist die Brennweite und desto stärker ist die Lichtbrechung. Aus diesem Grund wird der Kehrwert der Brennweite als *Brechkraft*  $D$  bezeichnet.

Brechkraft  $D$

$$D = \frac{1}{f} \quad [D] = 1 \text{ m}^{-1} = 1 \text{ Dioptrie} = 1 \text{ dpt}$$

### ► Beispiel D

Berechne die Brennweite  $f$  einer symmetrischen Bikonkavlinse in Abhängigkeit vom Radius  $r$  !

$$\frac{1}{f} = (1,5 - 1) \left( -\frac{1}{r} - \frac{1}{r} \right) = -\frac{1}{r} \quad \Leftrightarrow \quad f = -r$$

Sammellinsen (Konvexlinsen, Positivlinsen) besitzen eine positive Brennweite, Zerstreuungslinsen (Konkavlinen, Negativlinsen) eine negative.

## Dicke Linsen

Bei einer dünnen Linse kann man sich die zweimalige Brechung des Lichtes durch eine einmalige Brechung an einer Hauptebene ersetzt denken. Bei einer dicken Linse ist das nicht mehr möglich. Sie besitzt zwei Hauptebenen  $H$  und  $H'$  (Abb. 60.3).

Die Hauptebenen können auch außerhalb der Linse liegen (Abb. 60.4). Bei einer symmetrischen Linse liegen die Hauptebenen symmetrisch zur Mittelebene. Bei einer dünnen Linse fallen diese Hauptebenen praktisch zusammen.

## Linsensysteme

Linsensysteme sind erforderlich, um Abbildungsfehler zu verringern. Wir untersuchen die Kombination aus zwei dünnen, knapp hintereinander angeordneten Sammellinsen mit den Brennweiten  $f_1$  und  $f_2$ .

Ein Versuch zeigt: Ein Gegenstandspunkt  $P$  in der Brennebene von Linse 1 hat seinen Bildpunkt  $P'$  in der Brennebene von Linse 2. Kurz:  $g = f_1$  und  $b = f_2$  (Abb. 60.5). In die Abbildungsgleichung eingesetzt ergibt dies:

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f} \quad \text{und} \quad D_1 + D_2 = D$$

Bei der Kombination von Linsen addieren sich die Kehrwerte der Brennweiten. Zwei dünne Sammellinsen wirken wie eine einzige Sammellinse, deren Brennweite kürzer ist als die kürzeste Einzelbrennweite. Die Brechkraft vergrößert sich.



## Linsenfehler

Bei einer fehlerfreien Abbildung muß jedem Gegenstandspunkt genau ein Bildpunkt zugeordnet sein. Außerdem müssen Gegenstand und Bild geometrisch ähnlich sein. Sphärische Linsen erfüllen diese Bedingungen nur näherungsweise, sie besitzen verschiedene Arten von Abbildungsfehlern. Im folgenden werden zwei dieser Fehler betrachtet.

### Öffnungsfehler (sphärische Aberration)

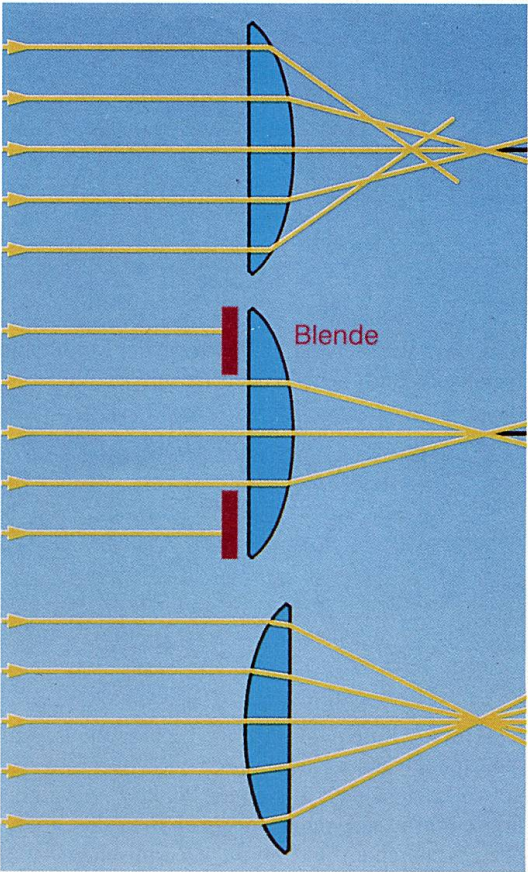
Die durch die Randzone der Linse verlaufenden Strahlen werden stärker gebrochen als paraxiale Strahlen (Abb. 61.1 oben). Durch *Abblenden* (Verringerung der Eintrittsöffnung) werden die Randstrahlen ausgeblendet (Abb. 61.1 Mitte). Damit ist aber ein Lichtverlust verbunden. Der Öffnungsfehler ist aber auch von der Linsenform abhängig. Eine Linse soll so angeordnet werden, daß die Brechung auf beide Seiten möglichst gleichmäßig aufgeteilt wird (Abb. 61.1 unten). Bei einer Zerstreuungslinse werden die Randstrahlen stärker zerstreut als paraxiale Strahlen. Eine Korrektur des Öffnungsfehlers kann daher durch Kombination einer Sammellinse mit einer Zerstreuungslinse erfolgen.

### Farbfehler (chromatische Aberration)

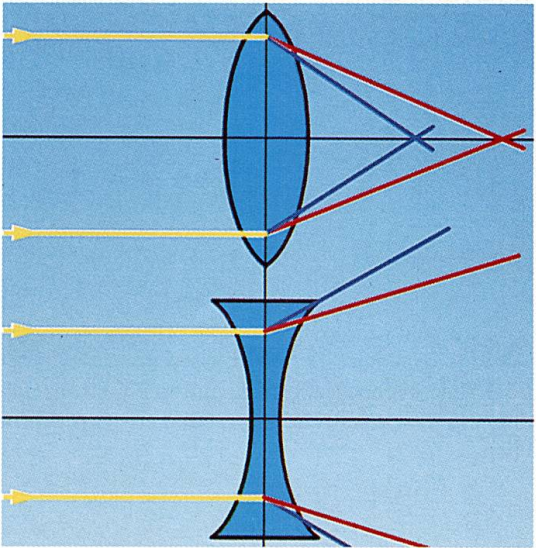
Violettes Licht wird stärker gebrochen als rotes. Das bedeutet: Die Sammellinse *bündelt* violettes Licht stärker als rotes, die Zerstreuungslinse *zerstreut* es stärker (Abb. 61.2). Auf diese Weise bekommen Bilder bei weißem Licht Farbränder. Mit einer Kombination aus Sammellinse und Zerstreuungslinse ist eine Korrektur des Farbfehlers möglich.

### Aufgaben

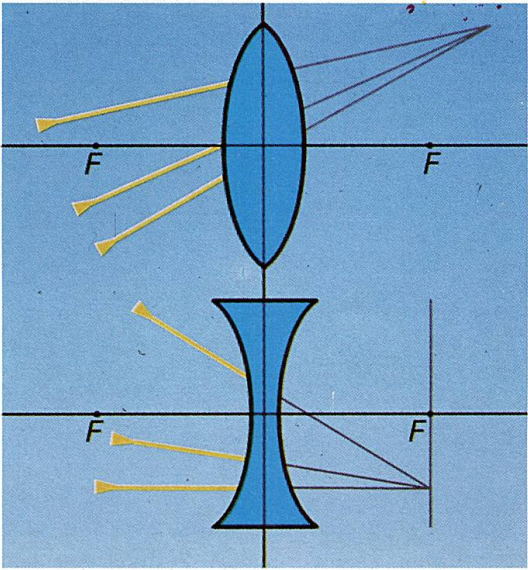
- 130.** In der Brennebene einer Sammellinse befindet sich eine punktförmige Lichtquelle. Zeichne den weiteren Verlauf des Strahlenbündels!
- 131.** Zeichne für eine Sammellinse und für eine Zerstreuungslinse den Verlauf eines schräg zur optischen Achse einfallenden Parallelstrahlenbündels!
- 132.** Zeichne für die Sammellinse und für die Zerstreuungslinse den weiteren Verlauf des einfallenden konvergenten Strahlenbündels (Abb. 61.3)!
- 133.** Eine punktförmige Lichtquelle wird nacheinander in verschiedenen Abständen von der Hauptebene einer Sammellinse aufgestellt. Unter welchen Umständen entsteht nach der Brechung ein a) paralleles, b) konvergentes, c) divergentes Strahlenbündel?
- 134.** Berechne Brennweite und Brechkraft einer plankonkaven Linse mit 20 cm Krümmungsradius! (Hinweis: den zweiten "Krümmungsradius" hat man sich "unendlich" groß zu denken!)
- 135.** Eine plankonvexe Linse hat 5 dpt. Berechne Brennweite und Krümmungsradius!
- 136.** Sonnenlicht fällt senkrecht auf eine Sammellinse von 7 cm Öffnungsdurchmesser und entwirft auf einem 4 cm entfernten Schirm ein Bild von 5 cm Durchmesser. Berechne die Brennweite der Linse!
- 137.** Konstruiere und beschreibe das Bild, das eine Sammellinse von einem Gegenstand entwirft, der sich a) innerhalb der einfachen Brennweite, b) zwischen einfacher und doppelter Brennweite, c) außerhalb der doppelten Brennweite befindet!
- 138.** a) Stelle für die Sammellinse eine Formel auf, die die Abhängigkeit des Abbildungsmaßstabes von der Gegenstandsweite angibt!  
b) Fertige ein Computerprogramm an, das eine entsprechende Tabelle ausdruckt. (Gib die Gegenstandsweite als Vielfaches der Brennweite an!)  
c) Stelle den Zusammenhang grafisch dar!
- 139.** Eine Sammellinse und eine Zerstreuungslinse mit gleichen Krümmungsradien sind zusammengesetzt. a) Welche Brennweite und welche Brechkraft besitzt das System? b) Zeichne den Verlauf eines achsenparallelen Strahlenbündels durch das System!



61.1 Öffnungsfehler (sphärische Aberration) und deren Korrektur

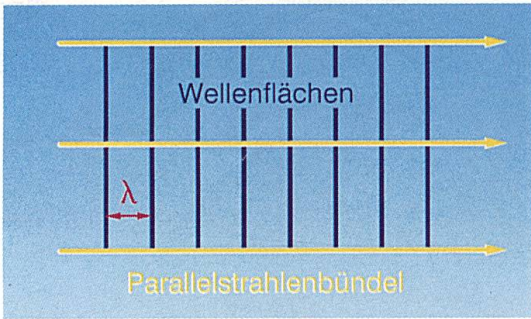


61.2 Farbfehler oder chromatische Aberration

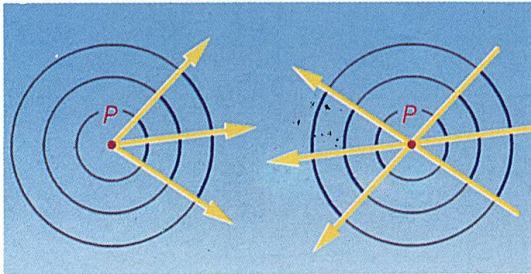


61.3 Abbildung zu Aufgabe 132

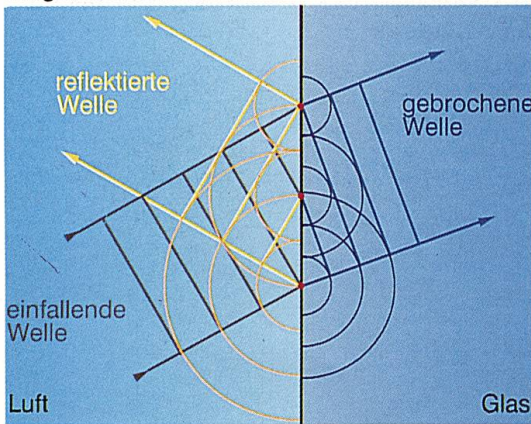




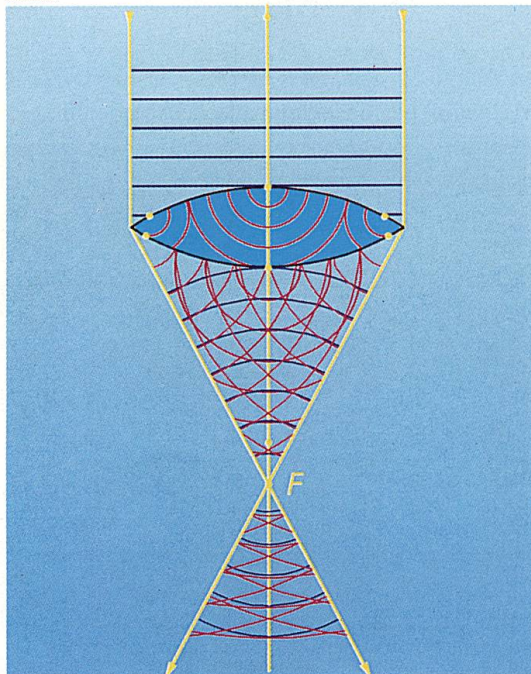
62.1 Dem Parallelstrahlenbündel in der Strahlenoptik entsprechen ebene Wellenflächen der Wellenoptik.



62.2 Links: Eine punktförmige Lichtquelle ist Ausgangspunkt einer Kugelwelle. - Rechts: Eine Kugelwelle zieht sich auf einen Punkt  $P$  zusammen und entfernt sich dann wieder.  $P$  ist Schnittpunkt der Lichtstrahlen und ergibt bei optischen Abbildungen ein reelles Bild.



62.3 Eine ebene Welle trifft auf eine Glasoberfläche: ein Teil wird reflektiert, ein Teil wird gebrochen.



62.4 Brechung einer ebenen Welle durch eine Sammellinse nach dem Huygensschen Prinzip.

## 12.5 Lichtstrahlen und Lichtwellen

Im Abschnitt *Wellenlehre und Akustik* wurde die Ausbreitung mechanischer Wellen in einem homogenen Medium und das Verhalten an einer Grenzfläche zweier Medien (Reflexion und Brechung) mit Hilfe des *Huygensschen Prinzips* erklärt. Diese Darstellung ist unabhängig von der Art der Wellen und lässt sich daher auch auf Lichtwellen (elektromagnetische Wellen) anwenden. Der augenblickliche Zustand einer Welle wird durch Wellenflächen im Raum und Wellenfronten in der Ebene dargestellt. Im Gegensatz zu Wasserwellen kann man die Wellenfronten der Lichtwellen nicht wahrnehmen. Alle Punkte einer Wellenfläche werden von der Welle gleichzeitig erreicht und sind daher in Phase. Lichtstrahlen (Wellenstrahlen) sind die Normalen auf die Wellenflächen und geben daher in jedem Punkt die Ausbreitungsrichtung der Lichtwelle an. Bei der Darstellung der Wellenflächen entspricht ihr gegenseitiger Abstand üblicherweise der Wellenlänge.

Eine ebene Welle, das ist eine Welle mit ebenen Wellenflächen, entspricht in der Strahlenoptik einem Parallelstrahlenbündel (Abb. 62.1). Eine Kugelwelle, das ist eine Welle mit kugelförmigen Wellenflächen, entspricht einem divergenten oder konvergenten Lichtstrahlenbündel (Abb. 62.2). Nach dem Huygensschen Prinzip wird jeder Punkt eines Mediums, der von einer Wellenfläche getroffen wird, zu einem Erregerzentrum für eine kugelförmige Elementarwelle. Die Einhüllende dieser Elementarwellenflächen ist die Wellenfläche der neuen Welle. Das Huygenssche Prinzip macht keine Aussage über die Beschaffenheit der Erregerzentren und über den Entstehungsmechanismus der Elementarwellen. Deshalb lässt es sich auch auf alle Arten von Wellen anwenden. Trifft eine Lichtwelle auf Glas, werden alle Punkte der Grenzfläche Luft-Glas zu Erregerzentren für Elementarwellen. Die Überlagerung der Elementarwellen in Vorwärtsrichtung ergibt die gebrochene Welle, die Überlagerung in Rückwärtsrichtung liefert die reflektierte Welle (Abb. 62.3). Die unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten in den beiden Medien bedingen auch verschiedene Wellenlängen, da sich die Frequenz der Welle nicht ändert:

$$c_1 = \lambda_1 f \quad c_2 = \lambda_2 f \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeiten verhalten sich wie die Wellenlängen und umgekehrt wie die Brechzahlen.

### Aufgaben

- 140.** Stelle die Brechung einer ebenen Welle durch eine Zerstreuungslinse dar!  
**141.** Stelle die Abbildung eines Punktes auf der optischen Achse durch eine Sammellinse dar!

## 12.6 Das Auge und die optischen Geräte

### Das Auge

Das von einem Gegenstand kommende Licht durchläuft Hornhaut, Kammerwasser, Linse und Glaskörper. Die stärkste Brechung erfolgt dabei an der Grenzfläche Luft-Hornhaut, hier ist nämlich der Sprung im Brechzahlverlauf am größten. In einer vereinfachten Darstellung wird das Auge als optisches System mit einer dicken Linse betrachtet (Abb. 63.1). Wir wollen für unsere Darstellungen noch weiter vereinfachen und das optische System des Auges als dünne Linse betrachten. Auf der Netzhaut wird vom Gegenstand ein reelles, umgekehrtes und verkleinertes Bild erzeugt. Die Nervenzellen der Netzhaut wandeln die Lichtsignale in elektrische Signale um, die über den Sehnerv in das Gehirn gelangen. Dort werden sie zu einem "Bild" verarbeitet.

Damit auf der Netzhaut ein scharfes Bild eines Gegenstandes entsteht, muß die Abbildungsgleichung  $1/g + 1/b = 1/f$  erfüllt sein. Die Bildweite ist durch die Augenabmessungen vorgegeben. Daher kann ein scharfes Bild bei verschiedenen Gegenstandsweiten nur durch Veränderung der Brennweite (Breckkraft)



der Augenlinse erreicht werden. Dieses Scharfstellen des Auges auf die jeweilige Gegenstandsweite bezeichnet man als *Akkommodation*. Sie wird durch einen Ringmuskel (Ziliarmuskel) verursacht, der die Augenlinse umschließt. Wenn das Auge einen weit entfernten Gegenstand (mehr als ca. 6 m) fixiert, entspannt sich der Ringmuskel, und die Augenlinse verflacht sich. Eine geringere Krümmung bedeutet geringere Brechkraft. Wird ein Gegenstand in weniger als 6 m Entfernung fixiert, dann zieht sich der Ringmuskel zusammen. Dadurch wird die Augenlinse verdickt. Sie ist dann stärker gekrümmt und hat eine größere Brechkraft. Das normalsichtige Auge kann auf Gegenstandsweiten von ca 15 cm bis  $\infty$  scharf stellen. Die Gegenstandsweite von 25 cm wird als *deutliche Sehweite* (Bezugssehweite) bezeichnet.

Bei einem normalsichtigen Auge liegt der hintere Brennpunkt in der Netzhaut. Bei der *Übersichtigkeit* liegt der Brennpunkt hinter der Netzhaut (Abb. 63.2). Der Grund dafür ist meist ein zu kurzes Auge. Nur Gegenstände in großer Entfernung können scharf gesehen werden. Durch Vorschalten einer Sammellinse entsteht auf der Netzhaut wieder ein scharfes Bild.

Bei der *Kurzsichtigkeit* liegt der Brennpunkt der Augenlinse vor der Netzhaut (Abb. 63.3). Meist ist ein zu langes Auge die Ursache dafür. Nur Gegenstände in der Nähe können scharf gesehen werden. Eine Korrektur kann durch eine Zerstreuungslinse erfolgen. Mit zunehmendem Alter stellt sich oft die *Altersichtigkeit* ein. Sie wird unter anderem durch die verringerte Akkommodationsfähigkeit verursacht. Es sind dann Korrekturen für nahe und weite Entfernungen erforderlich.

Der Durchmesser der Pupille ist veränderbar. Dadurch erfolgt die Anpassung des Auges an die jeweilige Helligkeit (*Adaption*). Somit steuert die Pupille die Leistung der einfallenden Strahlung.

Die Netzhaut enthält zwei Arten von lichtempfindlichen Zellen, die Stäbchen und Zäpfchen. Die Stäbchen haben eine größere Helligkeitsempfindlichkeit als die Zäpfchen. Sie ermöglichen daher das Sehen bei geringer Beleuchtung, können aber keine Farben unterscheiden. Die Zäpfchen ermöglichen das Farbensehen.

Ein Gegenstand wird umso größer gesehen, je näher er an das Auge rückt (Abb. 63.4).

Das *Auflösungsvermögen* gibt an, welchen Abstand zwei Gegenstandspunkte mindestens haben müssen, damit sie getrennt wahrgenommen werden können. Da dieser Abstand von der Gegenstandsweite abhängt, ist es günstiger, das Auflösungsvermögen des Auges durch den *Sehwinkel*  $\alpha$  auszudrücken.

Zwei Objektpunkte können noch getrennt wahrgenommen werden, wenn sie unter einem Sehwinkel von mindestens 1 Minute erscheinen.

Beim Sehen mit freiem Auge fällt Licht vom Gegenstand unmittelbar in das Auge. Benützen wir ein optisches Gerät, dann befinden sich zwischen Gegenstand und Auge optische Bauelemente wie Spiegel, Lichtleiter, Prisma und Linse.

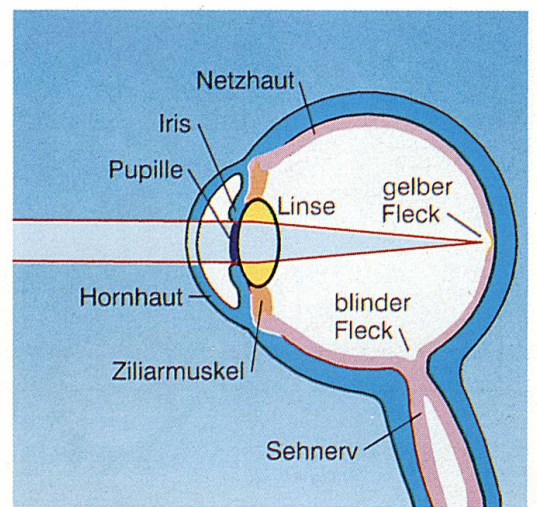
## Die Lupe

Die Lupe ist eine Sammellinse mit kurzer Brennweite und dient zur Betrachtung naher Gegenstände. Der Gegenstand liegt innerhalb der einfachen Brennweite der Linse. Die Lupe entwirft daher ein virtuelles, aufrechtes und vergrößertes Bild (Abb. 64.1). Oft wird die Gegenstandsweite so eingestellt, daß das virtuelle Bild in deutlicher Sehweite erscheint. Durch die Lupe erscheint der Gegenstand unter einem größeren Sehwinkel als ohne Lupe.

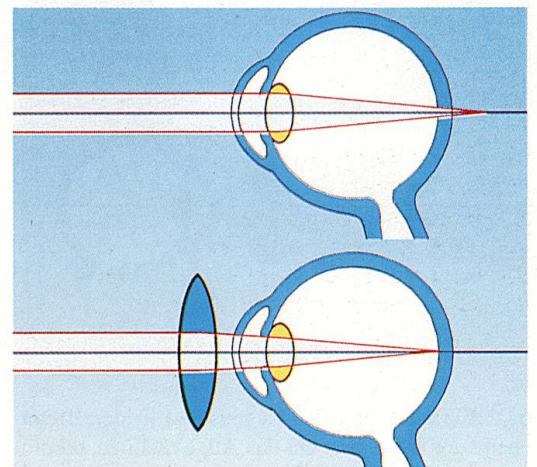
Die Vergrößerung  $v$  einer Lupe oder eines anderen optischen Gerätes ist folgend definiert:

Vergrößerung  $v$

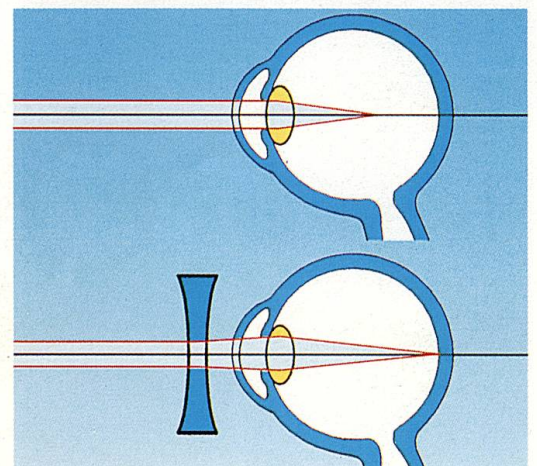
$$v = \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha_0} \quad \alpha \dots \text{Sehwinkel mit Lupe, } \alpha_0 \dots \text{Sehwinkel ohne Lupe}$$



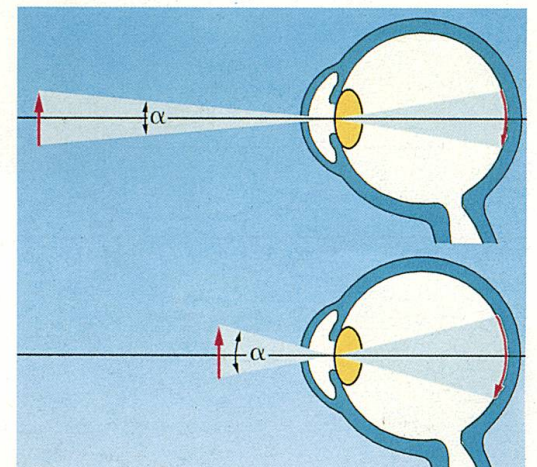
63.1 Schnitt durch das menschliche Auge, vereinfacht



63.2 Korrektur der Übersichtigkeit

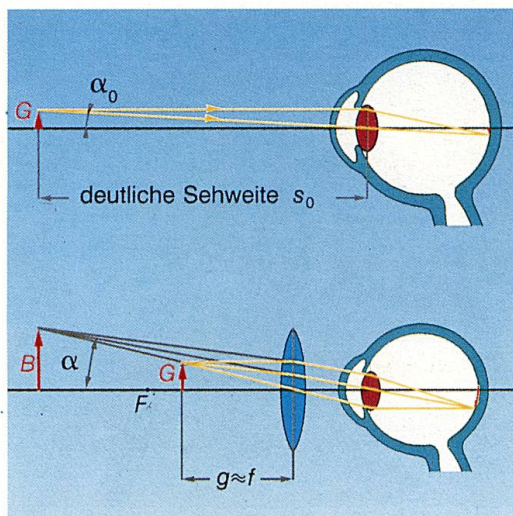


63.3 Korrektur der Kurzsichtigkeit

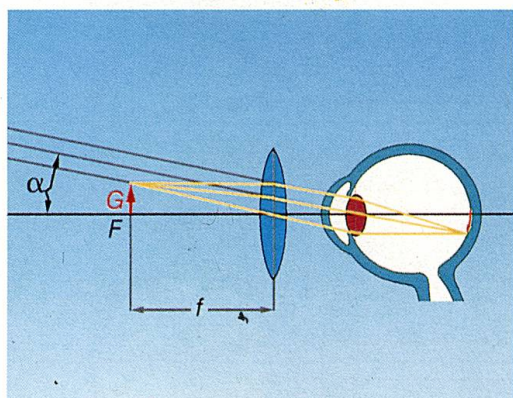


63.4 Wie groß ein Gegenstand gesehen wird, hängt vom Sehwinkel  $\alpha$  ab.

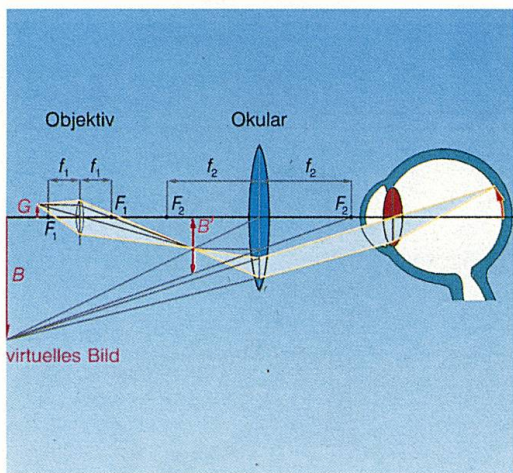




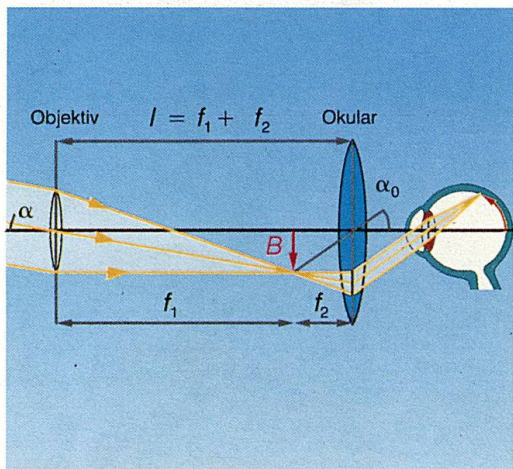
64.1 Funktionsweise der Lupe



64.2 Befindet sich der Gegenstand in der Brennebene der Lupe, braucht das Auge nicht zu akkommodieren.



64.3 Schema eines Mikroskops



64.4 Schema des Keplerschen Fernrohres,  $\alpha_0$  ist der Schinkel ohne Fernrohr.

Abb. 64.1 ist zu entnehmen:

$$v = \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha_0} = \frac{G}{f} \cdot \frac{s_0}{G} = \frac{s_0}{f}$$

$$v = \frac{s_0}{f}$$

Vergrößerung der Lupe

Bringt man den Gegenstand in die Brennebene der Lupe, muß das Auge nicht akkommodieren, es kann entspannt bleiben (Abb. 64.2). Die Vergrößerung  $v = s_0 / f$  wird auch als Normalvergrößerung der Lupe bezeichnet. Die Vergrößerung einer Lupe ist umso stärker, je kürzer ihre Brennweite ist. Praktisch lassen sich mit einer Linse aber nur Vergrößerungen bis ca. 10 erreichen, da mit Zunahme der Vergrößerung die Bildqualität sinkt.

## Das Mikroskop

Reicht die Vergrößerung der Lupe bei der Betrachtung kleiner Gegenstände nicht aus, dann muß ein Mikroskop verwendet werden. Bei diesem erfolgt die Vergrößerung in zwei Stufen. Das Mikroskop besteht im Prinzip aus zwei Sammellinsen, dem *Objektiv* und dem *Okular* (Abb. 64.3). Praktisch sind aber Objektiv und Okular jeweils Linsensysteme. Das zu betrachtende Objekt liegt knapp außerhalb der Brennweite  $f_1$  des Objektivs. Dieses erzeugt ein reelles, umgekehrtes und vergrößertes Zwischenbild  $B'$ . Das Zwischenbild liegt innerhalb der Brennweite  $f_2$  des Okulars, das daher als Lupe wirkt. Dadurch entsteht ein virtuelles, umgekehrtes und nochmals vergrößertes Bild  $B$ .

Am oberen Ende des Tubus steckt das Okular. Am unteren Ende befindet sich, oft durch einen drehbaren Revolver auswechselbar, das Objektiv. Objektiv und Okular haben einen festen Abstand. Die Scharfeinstellung erfolgt durch Verschieben des Tubus oder des Objektisches. Auf Objektiv und Okular sind die jeweiligen Vergrößerungen angeschrieben. Die Gesamtvergrößerung des Mikroskops ist das Produkt der Vergrößerungen von Objektiv und Okular.

Ein Beispiel: Objektiv 40 : 1, Okular 8 x, Gesamtvergrößerung 320

Aufgrund von Beugungserscheinungen ist die Vergrößerung des Mikroskops mit ca. 1500 begrenzt (siehe auch Seite 83).

## Fernrohre

Sie dienen zur Beobachtung weit entfernter, großer Objekte.

### a) Astronomisches oder Keplersches Fernrohr

Es besteht im Prinzip aus zwei Sammellinsen, dem Objektiv und dem Okular (Abb. 64.4). Die von einem weit entfernten Objekt ausgehenden Strahlen sind praktisch parallel. In der hinteren Brennebene des Objektivs entsteht ein reelles, umgekehrtes und verkleinertes Zwischenbild  $B$ . Dieses wird durch das Okular, das wie eine Lupe wirkt, betrachtet. Die hintere Brennebene des Objektivs fällt mit der vorderen Brennebene des Okulars zusammen. Ein einfalldendes Parallelstrahlenbündel verläßt das Fernrohr wieder als Parallelstrahlenbündel, allerdings unter einem größeren Schinkel. Das Auge muß nicht akkommodiert werden, es kann entspannt bleiben.

Für die Vergrößerung  $v$  des Fernrohres erhält man:

$$v = \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha_0} = \frac{B}{f_2} \cdot \frac{f_1}{B} = \frac{f_1}{f_2}$$

Vergrößerung  $v$  des Keplerschen Fernrohres

$$v = \frac{f_1}{f_2} \quad f_1 \dots \text{Brennweite des Objektivs, } f_2 \dots \text{Brennweite des Okulars}$$

Das Zwischenbild  $B$ , das durch das Objektiv erzeugt wird, ist umso größer, je länger die Objektivbrennweite  $f_1$  ist. Die Vergrößerung des Okulars ist umso stärker, je kleiner die Okularbrennweite  $f_2$  ist. Deshalb besitzt das Fernrohr ein Objektiv mit langer Brennweite und ein Okular mit kurzer Brennweite. Das



Objektiv erzeugt zwar ein stark verkleinertes Bild des Objektes, dafür kann dieses aus geringer Entfernung mit dem Okular (als Lupe) betrachtet werden. Das astronomische Fernrohr erzeugt ein umgekehrtes Bild und ist daher für Betrachtungen auf der Erde nicht geeignet.

**b) Galileisches oder Holländisches Fernrohr**

Im Gegensatz zum astronomischen Fernrohr ist das Okular eine Zerstreuungslinse (65.1). Da diese eine negative Brennweite besitzt, muß das Okular innerhalb der Brennweite des Objektivs liegen. Es entsteht kein Zwischenbild. Das Galileische Fernrohr hat eine kurze Bauweite und erzeugt ein aufrechtes Bild. Allerdings ist das Sehfeld klein. Es wird als Opernglas verwendet.

**c) Prismenfernrohr oder Feldstecher**

Der Feldstecher ist ein astronomisches Fernrohr, bei dem mit Hilfe von Prismen eine Bildumkehr bewirkt wird.

Beim Umkehrsystem von Porro wird durch viermalige Totalreflexion ein aufrechtes und seitenrichtiges Bild erzeugt (Abb. 65.2). Der Umkehrsatz befindet sich zwischen Objektiv und Okular. Der Lichtweg durch die Prismen ist "aufgewickelt", daher hat der Feldstecher eine kurze Baulänge. Beim Umkehrsystem von Porro sind die beiden Prismen gegeneinander versetzt und um 90° verdreht. Dies läßt sich am äußeren Aufbau des Feldstechers erkennen. Daneben gibt es aber auch Konstruktionen für das Umkehrsystem, die den Bau eines "Geradsichtglases" ermöglichen. Neben der Vergrößerung des Seh winkels ist auch die Bildhelligkeit sehr wichtig. Denn die stärkste Vergrößerung nützt nichts, wenn das Bild nicht ausreichend hell ist.

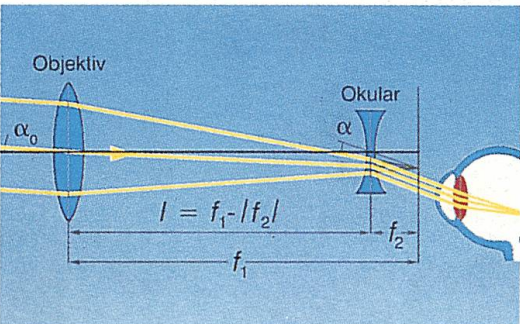
Das Objektiv eines Fernrohres setzt der Lichtstrahlung eine wesentlich größere Fläche entgegen als das Auge. Daher empfängt das Auge durch das Fernrohr eine entsprechend größere Strahlungsleistung als ohne Fernrohr (Abb. 65.4). Je größer der Objektivdurchmesser ist, desto "lichtstärker" ist das Fernrohr bei gleicher Vergrößerung. Die Kenngrößen eines Fernrohres, Vergrößerung und Objektivdurchmesser, sind meist am Okularring eines Feldstechers angegeben. Ein gängiger Feldstecher trägt etwa die Angabe 8 x 30. Er besitzt dann eine 8-fache Vergrößerung und 30 mm Objektivdurchmesser.

**d) Das Spiegelteleskop**

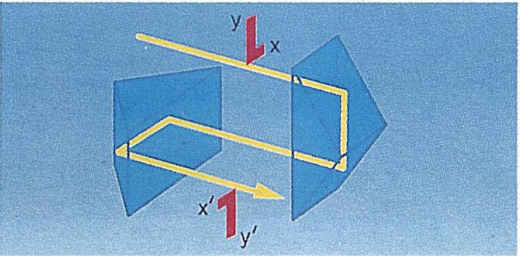
In der Astronomie ist nicht die Vergrößerung von Bedeutung. Denn selbst in den größten Fernrohren erscheint ein Fixstern wegen der riesigen Entfernung nur als Punkt. Wichtig ist es, möglichst viel Strahlungsleistung zu empfangen. Große Strahlungsleistungen erfordern große Objektivdurchmesser. Linsen lassen sich nur bis ca. 1 m Durchmesser herstellen. Es machen sich dann Linsenfehler sehr stark bemerkbar, durch das Eigengewicht kommt es zu Verspannungen, und die Lichtabsorption durch die Linse wird beträchtlich. Daher werden in großen Fernrohren anstelle von Linsen Hohlspiegel verwendet. Bei einem Parabolspiegel fällt auch die sphärische Aberration weg. Für das Spiegelteleskop gibt es viele Bauarten. So enthält das Newton-Spiegelteleskop einen parabolischen Hauptspiegel und einen um 45° gegen die optische Achse geneigten Fangspiegel (Abb. 65.5).

**Der Fotoapparat (die Kamera)**

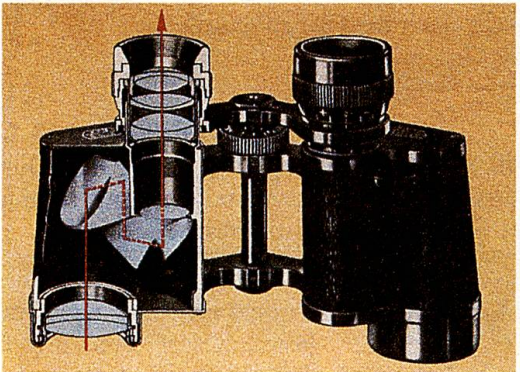
Als Vorläufer des Fotoapparates kann man die *Lochkamera* ansehen. Diese besteht aus einem Kasten mit einer kleinen kreisrunden Öffnung mit einem Durchmesser von etwa 0,5 bis 1 mm (Abb. 65.6). Auf der Rückwand im Inneren des Kastens entsteht das umgekehrte Bild des Objektes. Jeder Objektpunkt wird als Unschärfekreis abgebildet. Je größer der Lochdurchmesser ist, desto unschärfer wird das Bild. Andererseits kann der Lochdurchmesser nicht beliebig verkleinert werden, weil sich sonst Beugungserscheinungen immer stärker bemerkbar machen. Die Lochkamera wird heute gelegentlich in der künstlerischen Fotografie verwendet. Wegen des kleinen Lochdurchmessers ist sie äußerst lichtschwach und erfordert lange Belichtungszeiten (Abb. 66.1).



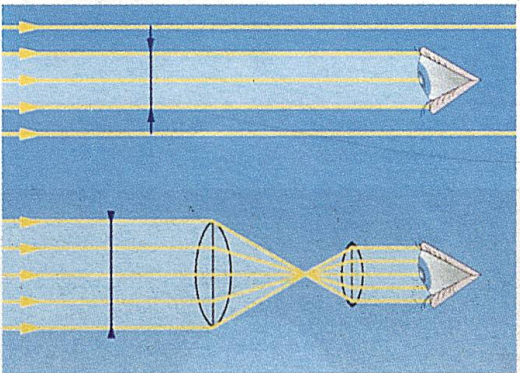
65.1 Schema des Galileischen Fernrohres



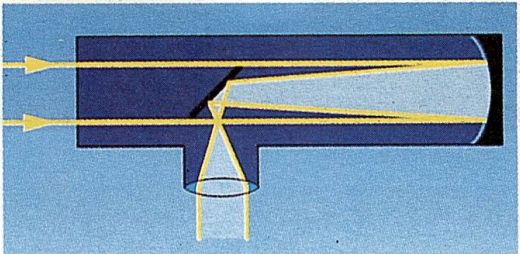
65.2 Das Umkehrsystem von Porro



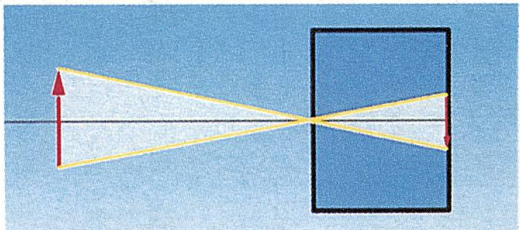
65.3 Schnitt durch ein Prismenfernrohr



65.4 Die Strahlungsleistung durch das Fernrohr ist größer als ohne dieses.



65.5 Schema eines Newton-Spiegelteleskops

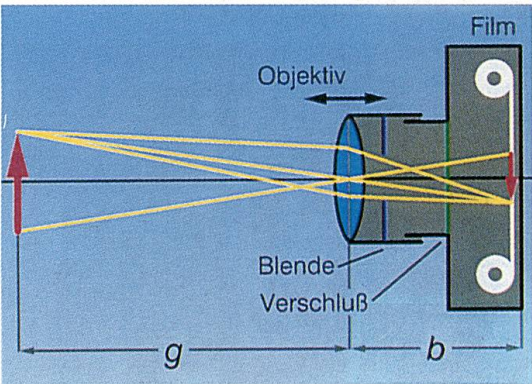


65.6 Schema der Lochkamera





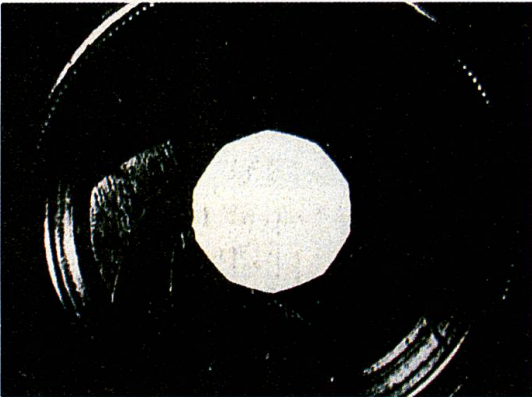
66.1 Aufnahme mit einer Lochkamera



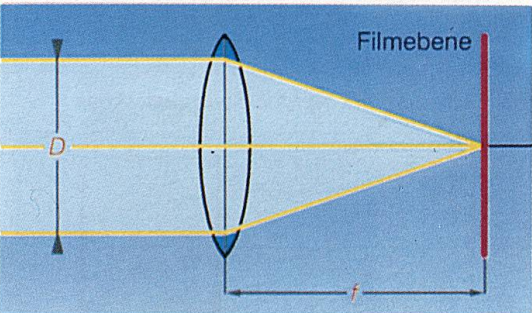
66.2 Schema des Fotoapparates

|           |       |       |       |          |
|-----------|-------|-------|-------|----------|
| $g$ in m  | 1     | 5     | 10    | $\infty$ |
| $b$ in mm | 52,63 | 50,51 | 50,25 | 50       |

66.3 50-mm-Objektiv: Bildweite  $b$  in Abhängigkeit von der Gegenstandsweite  $g$



66.4 Eine Irisblende



66.5 Auf die Größen  $D$  und  $f$  kommt es an. Der Quotient  $D/f$  wird als Öffnungsverhältnis bezeichnet.

Verwendet man anstelle der kleinen Öffnung eine größere mit einer Linse zur Abbildung, ergibt sich eine große Steigerung der Lichtstärke. Die Linse entwirft vom Objekt ein reelles, verkleinertes und umgekehrtes Bild. Sieht man von den Linsenfehlern ab, wird jedem Objektpunkt auch ein Bildpunkt zugeordnet. Um die Linsenfehler zu korrigieren, besteht das Objektiv einer Kamera aus mehreren Linsen. Die Lochkamera dürfte schon im 11. Jh. bekannt gewesen sein. Die erste Verwendung einer Linse stammt aus dem 16. Jh. Allerdings konnten die mit dieser *Camera obscura* erzeugten Bilder nicht festgehalten werden. Die Kamera wurde als Guckkasten benutzt oder zum Nachzeichnen des Bildes, das auf einer Mattscheibe entstand. Die Geschichte der Fotografie nahm ihren Anfang in der ersten Hälfte des 19. Jh., als es gelang, lichtempfindliches Material herzustellen.

### a) Die Scharfeinstellung

Damit in der Filmebene ein scharfes Bild entsteht, muß die Abbildungsgleichung  $1/g + 1/b = 1/f$  erfüllt sein (Abb. 66.2). Die Standardbrennweite für Kleinbildkameras (Bildformat 24 x 36 mm) beträgt 50 mm. Tabelle 66.3 zeigt die Bildweite  $b$  in Abhängigkeit von der Gegenstandsweite  $g$ . Das Bild weiter entfernter Objekte fällt in die Brennebene. Bei naheliegenden Objekten muß der Abstand zwischen Objektiv und Film vergrößert werden. Dies erfolgt durch Verdrehen eines Objektivringes. Im einfachsten Fall kann man die Entfernung an Hand einer Entfernungsskala einstellen. Eine genaue Entfernungseinstellung ermöglicht ein eingebauter Entfernungsmesser. Autofocuskameras führen eine automatische Scharfeinstellung durch.

### b) Die Belichtung

Die lichtempfindliche Schicht des Filmes spricht auf die Strahlungsenergie an:

$$\text{Strahlungsenergie : Fläche} = (\text{Strahlungsleistung : Fläche}) \times \text{Zeit}$$

Diese Strahlungsenergie pro Fläche wird als *Belichtung* bezeichnet:

$$\text{Belichtung} = \text{Beleuchtungsstärke} \times \text{Belichtungszeit}$$

Jeder Film benötigt in Abhängigkeit von seiner Empfindlichkeit eine ganz bestimmte Belichtung. Das bedeutet, zumindestens innerhalb bestimmter Grenzen, daß eine große Beleuchtungsstärke während einer kurzen Belichtungszeit gleichwertig ist mit einer geringen Beleuchtungsstärke während einer langen Belichtungszeit. Der *Verschluß* sorgt dafür, daß während der Belichtungszeit Licht durch die Blende auf den Film fällt. Durch die *Blende* wird die Größe der Öffnung geregelt (Abb. 66.4).

Die Beleuchtungsstärke in der Filmebene ist umso größer, je größer die Eintrittsöffnung ( $D^2 \pi / 4$ ) der Blende ist:  $\text{Beleuchtungsstärke} \sim D^2$ . Die Beleuchtungsstärke ist aber auch verkehrt proportional zum Quadrat der Entfernung. Da sich der Film praktisch in der Brennebene des Objektivs befindet, ist die Entfernung gleich der Brennweite  $f$ :  $\text{Beleuchtungsstärke} \sim 1/f^2$ . Daraus folgt:  $\text{Beleuchtungsstärke} \sim (D/f)^2$ .

Der charakteristische Quotient  $D/f$  wird als *Öffnungsverhältnis* bezeichnet:

$$\text{Öffnungsverhältnis (relative Öffnung)} = D/f$$

Das Öffnungsverhältnis wird meist in Bruchform angegeben, z. B. 1 : 2,8.

Bei voll geöffneten Blende ist das Öffnungsverhältnis am größten und wird oft als (geometrische) *Lichtstärke* des Objektivs bezeichnet. (Diese Objektiv-Lichtstärke darf nicht mit der Lichtstärke aus der Fotometrie verwechselt werden!) Je größer das maximale Öffnungsverhältnis ist, desto lichtstärker ist das Objektiv.

Ein Objektiv ist durch die Brennweite und das maximale Öffnungsverhältnis charakterisiert. Der Kehrwert des Öffnungsverhältnisses wird als *Blendenzahl* (*Blende*)  $k$  bezeichnet:  $k = f/D$ .



Beim *Abblenden* wird die Blendenöffnung verringert. Dies ist oft nur in bestimmten Stufen möglich. Meist kann die Blende händisch durch Verdrehen des Blendenringes eingestellt werden. Zu jeder Blendenöffnung gehört eine bestimmte Blendenzahl.

Die *internationale Blendenreihe* - 1; 1,4; 2; 2,8; 4; 5,6; 8; 11; 16; 22; 32 - ist so festgelegt, daß beim Übergang zur nächst höheren Blendenzahl die Fläche der Blendenöffnung halbiert wird (Tab. 67.1).

Wird etwa um eine Stufe abgeblendet, dann wird die Querschnittsfläche der Blendenöffnung halbiert und die Beleuchtungsstärke sinkt auf die Hälfte ab. Um die gleiche Belichtung zu erreichen, muß die Belichtungszeit verdoppelt werden.

Die *Belichtungszeitenreihe* ... 1/1000; 1/500; 1/125; 1/60; 1/30; 1/15; 1/8 ... in Sekunden ist daher der Blendenreihe angepaßt. Die erforderliche Belichtung eines Filmes kann durch verschiedene, aber gleichwertige Zeit-Blende-Kombinationen erreicht werden.

**Beispiel A**

Der Belichtungsmesser (die Belichtungsautomatik) zeigt eine Zeit-Blende-Kombination von 1/60 s - Blende 11 an. Da es sich um die Aufnahme eines bewegten Objektes handelt, muß die Belichtungszeit auf 1/500 verkürzt werden. Wie groß ist die richtige Blende?

Gleichwertige Belichtungen:

→ *Aufblenden um 1 Stufe*

Blende-Belichtungszeit:

... 2,8 - 1/1000; 4 - 1/500; 5,6 - 1/250; 8 - 1/125; 11 - 1/60 ...

← *Halbieren der Belichtungszeit*

Die richtige Blendenzahl  $k = 4$ .

### c) Schärfentiefe

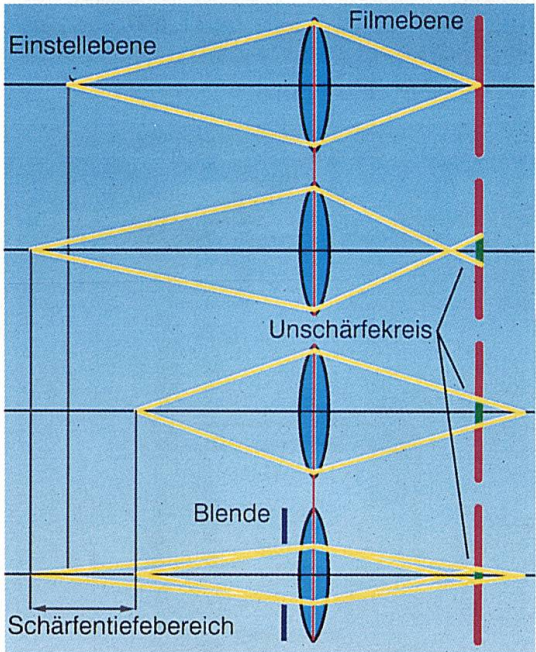
Ein Punkt in der Einstellebene wird in der Filmebene scharf abgebildet. Punkte vor oder hinter der Einstellebene ergeben in der Filmebene jeweils einen *Unschärfekreis*. Durch das begrenzte Auflösungsvermögen des Auges bedingt, wirkt ein nicht zu großer Unschärfekreis ausreichend scharf. Bei einem Objektiv mit 50 mm Brennweite und einem Filmformat von 24 x 36 liegt der zulässige Unschärfekreisdurchmesser bei ca 0,03 mm. Durch *Abblenden* (Verkleinerung der Blendenöffnung) wird der Unschärfekreis verkleinert. Damit erhöht sich bei gleichbleibender Unschärfe der *Schärfentiefebereich* (Abb 67.2). Ein weiterer Vorteil des Abblendens besteht darin, daß Randstrahlen ausgeblendet werden. Das führt zu einer Verringerung der Abbildungsfehler. Bei den meisten Objektiven ist neben dem Scharfeinstellring mit der Entfernungsskala eine Schärfentiefeskala angebracht (Abb. 67.3).

### Projektionsapparate

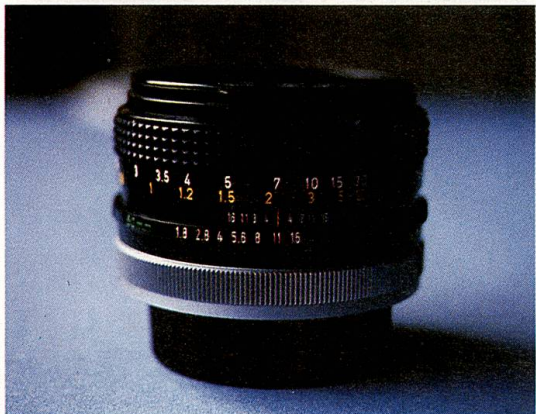
Der *Diaprojektor* (das *Diaskop*) erzeugt von einem durchsichtigen Dia ein reelles, umgekehrtes, vergrößertes Bild. Das Dia befindet sich zwischen einfacher und doppelter Brennweite des Objektivs. Das Bild entsteht außerhalb der doppelten Brennweite. Das Scharfeinstellen erfolgt durch Verschieben des Objektivs.Treffen die Strahlen der Lampe direkt auf das Dia, dann entsteht auf dem Schirm ein unvollständiges Bild (Abb. 67.4). Die Randbereiche fehlen, da von ihnen überhaupt kein Licht in das Objektiv gelangt. Die *Kondensorlinse*, eine Sammellinse, sorgt dafür, daß auch die Randstrahlen durch das Objektiv gehen (Abb. 67.5). Die Kondensorlinse muß zu diesem Zweck die Glühwendel der Lampe im Objektiv abbilden. Durch einen Hohlspiegel wird auch das nach hinten abgestrahlte Licht erfaßt. Die Glühwendel ist in der Ebene durch den

|                        |       |               |          |               |
|------------------------|-------|---------------|----------|---------------|
| $D$ in mm              | 50    | $50/\sqrt{2}$ | 25       | $25/\sqrt{2}$ |
| $A$ in mm <sup>2</sup> | 1964  | $1964/2$      | $1964/4$ | $1964/8$      |
| $D/f$                  | 1 : 1 | 1 : 1,4       | 1 : 2    | 1 : 2,8       |
| $k = f/D$              | 1     | 1,4           | 2        | 2,8           |

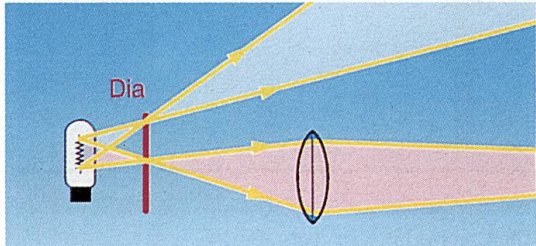
67.1 Veranschaulichung der Blendenzahl  $k$  am Beispiel eines 50-mm-Objektivs



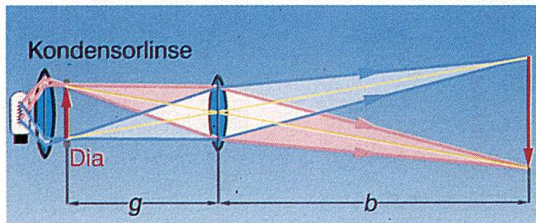
67.2 Durch Abblenden werden die Durchmesser der Unschärfekreise verkleinert. Dadurch wird der Schärfentiefebereich vergrößert.



67.3 Schärfentiefenskala eines 50-mm-Objektivs

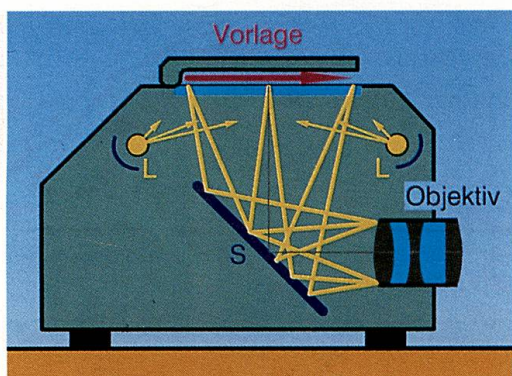


67.4 Treffen die Strahlen der Lampe direkt auf das Dia, entsteht ein unvollständiges Bild.

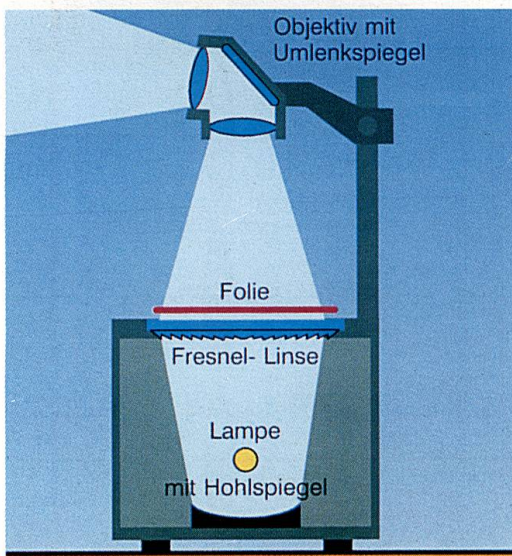


67.5 Die Kondensorlinse sorgt dafür, daß auch die Randstrahlen durch das Objektiv gehen.

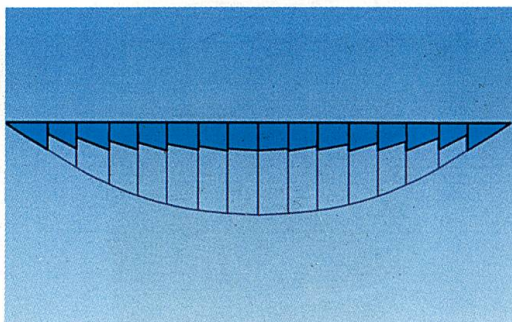




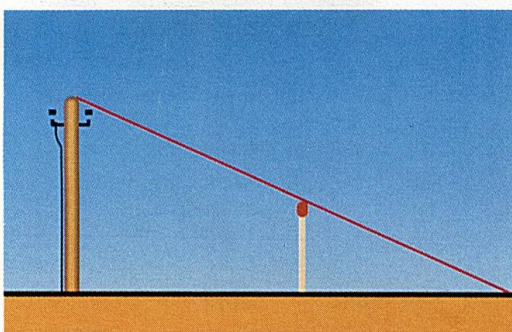
68.1 Schema eines Episkops



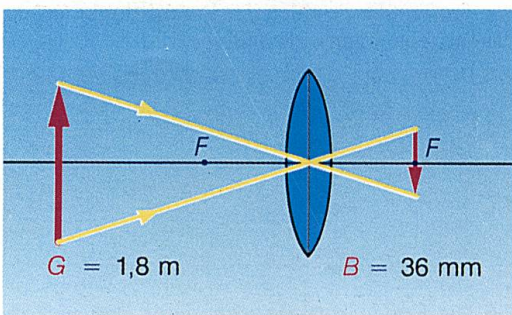
68.2 Schema eines Overheadprojektors



68.3 Bauweise der Fresnellinse



68.4 Abbildung zu Aufgabe 142



68.5 Abbildung zu Aufgabe 156

Krümmungsmittelpunkt des Hohlspiegels so angeordnet, daß Glühwendel und Glühwendelbild nebeneinander liegen. Dadurch vergrößert sich die leuchtende Fläche. Die Beleuchtungseinrichtung spielt beim Diaprojektor eine große Rolle. Sie erfordert eine starke Lichtquelle. Deshalb sind Projektoren mit einem Luftgebläse ausgerüstet.

Mit einem *Episkop* können undurchsichtige Vorlagen projiziert werden (Abb. 68.1). Die Vorlage wird durch eine starke Lampe beleuchtet. Nur ein Teil des diffus reflektierten Lichtes gelangt auch in das Objektiv. Dieses muß daher einen großen Durchmesser haben. Das Bild ist lichtschwach.

Der *Overheadprojektor* (Tageslichtprojektor, Arbeitsprojektor) ermöglicht die Projektion großflächiger, durchsichtiger Vorlagen (Abb. 68.2). Zur Beleuchtung benötigt man eine starke Lichtquelle und eine große Kondensorlinse. Eine normale Plankonvexlinse mit einem so großen Durchmesser wäre zu dick und zu schwer. Man verwendet daher *Fresnellinsen* dafür (Abb. 68.3).

## Aufgaben

**142.** a) Unter welchem Winkel sieht man einen 5 m hohen Mast in 100 m Entfernung? b) In welcher Entfernung vom Auge erscheint ein 45 mm langes Zündholz gleich groß (Abb. 68.4)?

**143.** Können zwei Striche in 1 mm Abstand aus 5 m Entfernung vom Auge noch getrennt wahrgenommen werden? Überprüfe die Rechnung durch einen Versuch!

**144.** Lupe und Auge zusammen wirken wie ein Linsensystem. Welche Eigenschaften hat dieses Linsensystem im Vergleich zum freien Auge?

**145.** Welche Normalvergrößerung liefert eine Lupe mit einer Brechkraft von 10 dpt?

**146.** Wie muß der Abstand Objektiv-Okular bei einem astronomischen Fernrohr verändert werden, damit ein Objekt in geringer Entfernung betrachtet werden kann?

**147.** Zeige, daß der Quotient aus Eintrittsdurchmesser zu Austrittsdurchmesser gleich der Fernrohrvergrößerung ist. Hinweis: Skizziere für das astronomische Fernrohr einen achsenparallelen Strahlenverlauf.

**148.** Welche Aufgaben hat das erste, welche das zweite Prisma des Umkehrsatzes von Porro?

**149.** Stelle eine Formel für die Vergrößerung des Seh winkels beim Galileischen Fernrohr auf!

**150.** Unter welchem Winkel sieht man den Mond von der Erde aus ( $D_{\text{Mond}} = 3476 \text{ km}$ , mittlere Entfernung Erde - Mond = 384 400 km) a) mit freiem Auge b) mit einem astronomischen Fernrohr ( $v = 20$ )?

**151.** Die Vergrößerung eines astronomischen Fernrohres beträgt 20. Um das Wievielfache erhöht sich die empfangene Strahlungsleistung gegenüber einer Beobachtung mit freiem Auge? Hinweis: Die Austrittsöffnung des Okulars soll mit der Pupillenöffnung des Auges übereinstimmen.

**152.** Warum kann man mit einem Fernrohr viel mehr Sterne erblicken als mit freiem Auge?

**153.** Ein Kameraobjektiv ist auf 6 m eingestellt. Muß der Abstand zwischen Objektiv und Film vergrößert oder verkleinert werden, wenn ein Objekt in 2 m Entfernung aufgenommen werden soll?

**154.** Wie muß bei einer Kamera die Blendenzahl geändert werden, wenn die Belichtungszeit auf  $1/4$  verringert wird?

**155.** Ein Kameraobjektiv hat eine Brennweite von 35 mm. Die Entfernungsskala geht von 0,9 m bis  $\infty$ . Wie groß ist die maximale Verschiebung (in mm) des Objektivs zur Scharfeinstellung?

**156.** In welcher Entfernung von einer Kleinbildkamera muß sich eine 1,8 m große Person befinden, damit sie im Hochformat a) bei  $f = 50 \text{ mm}$ , b) bei  $f = 35 \text{ mm}$  gerade noch abgebildet wird (Abb. 68.5)? c) Wie groß ist der



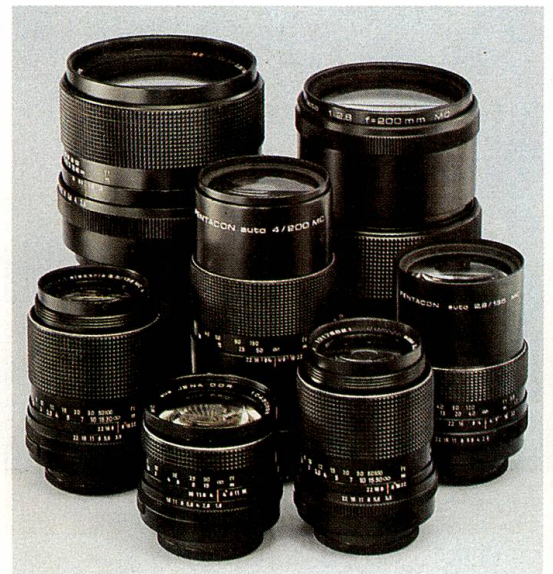
Fehler (in %), wenn bei der Rechnung für die Bildweite die Objektbrennweite eingesetzt wird?

**157.** Eine Kamera wird auf Blende 8 eingestellt. Die Belichtungsautomatik zeigt für die Belichtungszeit 1/60 an. Da es sich um die Aufnahme eines bewegten Objektes handelt, wird eine Belichtungszeit von 1/500 benötigt. Welche Blende gehört dazu? Wie ändert sich die Schärfentiefe?

**158.** Bei einer Spiegelreflexkamera können Objektive gewechselt werden. Ein Teleobjektiv besitzt eine größere, ein Weitwinkelobjektiv eine kleinere Brennweite als das Normalobjektiv. Wie ändert sich das Bild bei gleichem Standort, wenn das Normalobjektiv ( $f = 50 \text{ mm}$ ) durch a) ein Teleobjektiv ( $f = 200 \text{ mm}$ ), b) ein Weitwinkelobjektiv ( $f = 28 \text{ mm}$ ) ersetzt wird?

**159.** Vergleiche den Fotoapparat mit dem Auge. Welche "Teile" entsprechen einander?

**160.** Bei einer Diaprojektion beträgt der Abstand zwischen Dia und Projektionswand 3 m. a) Wie groß muß der Abstand zwischen Dia und Objektiv ( $f = 100 \text{ mm}$ ) sein? b) Wie groß ist der Abbildungsmaßstab?

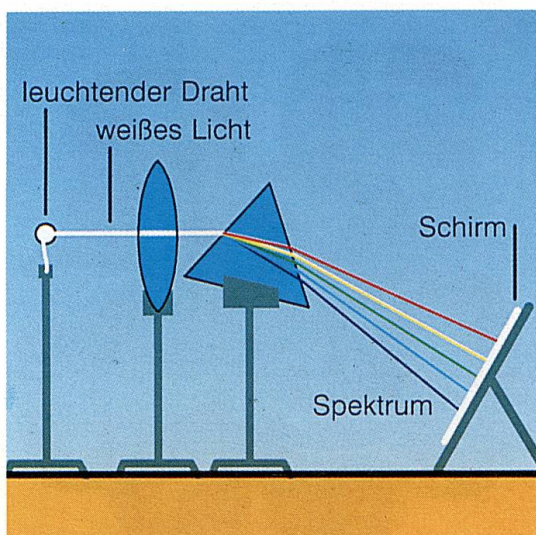


69.1 Wechselobjektive einer Spiegelreflexkamera

### Kontrollfragen

1. Erkläre die Prinzipien der Strahlenoptik!
2. Wie lautet das Reflexionsgesetz?
3. Erläutere den Unterschied zwischen regulärer und diffuser Reflexion!
4. Welche Bedeutung hat die diffuse Reflexion im täglichen Leben?
5. Welche Bilder erzeugt der ebene Spiegel?
6. Was sind paraxiale Strahlen?
7. Welche Bilder können a) am Hohlspiegel, b) am Wölbspiegel entstehen?
8. Welche Strahlen werden zur Bildkonstruktion verwendet?
9. Erläutere den Unterschied zwischen sphärischem Hohlspiegel und Parabolspiegel!
10. Welcher Unterschied besteht zwischen einem reellen und einem virtuellen Bild?
11. Was versteht man unter Brechung?
12. Was gibt die (absolute) Brechzahl an? Erläutere das Brechungsgesetz!
13. Unter welchen Umständen findet Brechung zur Einfallsnormalen, unter welchen von der Einfallsnormalen weg statt?
14. Wie wird eine planparallele Glasplatte von einem Lichtstrahl durchsetzt?
15. Unter welchen Umständen ist ein Lichtstrahlverlauf a) geknickt b) gekrümmt?
16. Erkläre die Lichtbrechung in der Atmosphäre!
17. Unter welchen Bedingungen tritt Totalreflexion auf?
18. Wie wird der Grenzwinkel der Totalreflexion berechnet?
19. Erkläre das Zustandekommen von Luftspiegelungen auf der Straße.
20. Auf welche Art erfolgt die Lichtleitung in einer optischen Faser?
21. Welcher Unterschied besteht zwischen einer Stufen- und einer Gradientenfaser?
22. Zähle Anwendungen für optische Fasern auf!
23. Beschreibe die Eigenschaften der zwei Grundtypen von Linsen!
24. Welcher Unterschied besteht zwischen einer dünnen und einer dicken Linse?
25. Welche Strahlen werden zur Bildkonstruktion benutzt?
26. Welche Bilder können bei der a) Sammellinse b) Zerstreuungslinse entstehen?
27. Was versteht man unter der Brechkraft?
28. Wie hängt der Krümmungsradius einer Linse mit der Brennweite und der Brechkraft zusammen?
29. Was versteht man unter dem Öffnungsfehler einer Linse? Wie kann er vermindert werden?
30. Was versteht man unter dem Farbfehler einer Linse, und wie kann er korrigiert werden?
31. Erkläre die Akkommodation des Auges!
32. Wie wird die Fehlsichtigkeit des Auges korrigiert?
33. Was versteht man unter dem Auflösungsvermögen des Auges, und wie groß ist es?
34. Erkläre die Verwendung einer Lupe!
35. Erkläre Aufbau und Funktion eines Mikroskops!
36. Erkläre a) das astronomische, b) das Galileische Fernrohr, c) den Feldstecher, d) das Spiegelteleskop!
37. Welche Aufgaben hat ein Fernrohr?
38. Welche Bedeutung hat die Angabe 8 x 30 bei einem Feldstecher?
39. Warum werden Spiegelteleskope mit großen Durchmessern gebaut?
40. Wie erfolgt prinzipiell das Scharfeinstellen beim Fotoapparat?
41. Was versteht man unter der Belichtung? Von welchen Größen ist sie abhängig?
42. Erkläre die Bedeutung der Blende! Wie ist die internationale Blendenreihe festgelegt?
43. Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Blendenreihe und der Belichtungszeitreihe?
44. Erkläre den Begriff "Schärfentiefe"! Wie kann die Schärfentiefe erhöht werden?
45. Durch welche Angaben wird ein Objektiv charakterisiert?
46. Erkläre Aufbau und Funktion a) des Diaprojektors, b) des Episkops, c) des Overheadprojektors!

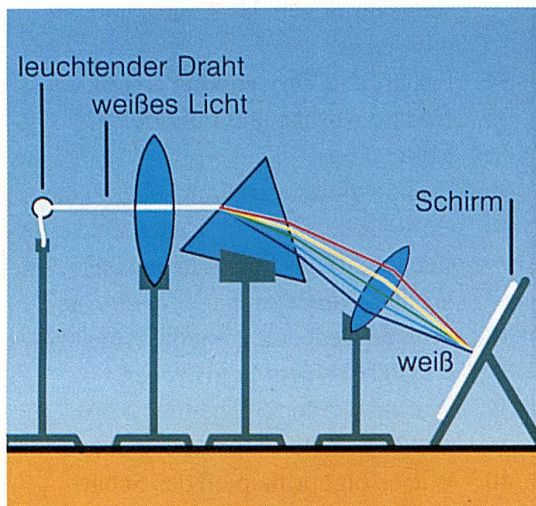




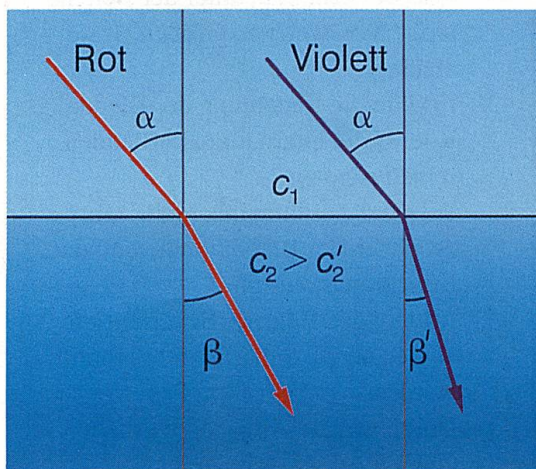
70.1 Ein Versuch zur Dispersion

| Farbe          | Wellenlänge (in nm) |
|----------------|---------------------|
| Violett        | 380 - 424           |
| Blau           | 424 - 486           |
| Blaugrün(Cyan) | 486 - 517           |
| Grün           | 517 - 527           |
| Gelbgrün       | 527 - 575           |
| Gelb           | 575 - 585           |
| Orange         | 585 - 647           |
| Rot            | 647 - 780           |

70.2 Farbige Licht und seine Wellenlänge



70.3 Die Spektralfarben werden zu Weiß "addiert".



70.4 Die Ausbreitungsgeschwindigkeit in Flintglas ist für violettes Licht kleiner als für rotes. Entsprechend dem Brechungsgesetz von Snellius wird daher violettes Licht stärker gebrochen.

## 13. Dispersion und Farbenlehre

### 13.1 Dispersion

#### Versuch

Man montiert ein Glasprisma in den Strahlengang eines Overheadprojektors und projiziert das Strahlenbündel auf eine weiße Leinwand. Als Bild erhält man kein weißes Licht, sondern ein leuchtendes Farbband (Abb. 70.1). Dieses wird als *Spektrum* bezeichnet. Es umfaßt die Farben Rot bis Violett (Abb 70.5).



70.5 Bei der Brechung des Lichtes am Prisma entsteht ein Spektrum. Dessen Farben reichen von Rot bis Violett.

Der Versuch zeigt, daß das Licht der Projektionslampe nicht einheitlich ist. Es besteht aus verschiedenen Bestandteilen. Mit Hilfe des Prismas wird das weiße Licht zerlegt. Man bezeichnet diesen Vorgang als *Dispersion*.

Wie bereits bekannt, ist Licht eine *elektromagnetische Welle*. Weißes Licht ist somit ein Gemisch verschiedener Wellen. Wir ordnen nun jedem Farbeindruck, den die Strahlung in unserem Auge hervorruft, eine Wellenlänge und somit eine Frequenz zu (Tab. 70.2).

Versucht man diese Teilwellen mit einem weiteren Prisma zu zerlegen, so gelingt dies nicht. Die Farben des Spektrums werden als *Spektralfarben* bezeichnet.

Dispersion ist die Zerlegung des Lichtes mit Hilfe eines Prismas. Die Folge der Spektralfarben wird als Spektrum bezeichnet.

Das Spektrum des weißen Lichtes wird als *kontinuierliches Spektrum* bezeichnet, denn die Farben bilden ein durchgehendes Band. Eine bestimmte Farbeempfindung wird durch die Strahlung eines Wellenlängenbereiches ausgelöst. Man bezeichnet eine solche Strahlung als *monochromatisch*. Die ideale Vorstellung von einer monochromatischen Strahlung ist eine Strahlung mit genau einer Wellenlänge. Wir wollen sie als *streng monochromatisch* bezeichnen. In Wirklichkeit erhält man stets einen Wellenlängenbereich, dem man eine Farbe zuordnet.

#### Versuch

Bringt man in den Strahlengang des durch ein Prisma aufgefächerten weißen Lichtes eine Sammellinse und in die Brennebene der Linse einen Schirm, dann erhält man als Bild einen weißen Streifen (Abb. 70.3). Die Spektralfarben haben sich wieder zu Weiß "addiert".

#### Wodurch kommt die Dispersion zustande?

Alle Farbanteile des weißen Lichtes besitzen im Vakuum dieselbe Ausbreitungsgeschwindigkeit. Für alle lichtdurchlässigen Medien, etwa das stark brechende Flintglas, gilt das nicht. Rot breitet sich nämlich dort am raschesten, Violett am langsamsten aus.

Dem Brechungsgesetz von Snellius -  $\sin \alpha / \sin \beta = c_1/c_2$  - kann man unmittelbar entnehmen: Je kleiner  $c_2$  ist, umso kleiner ist der Brechungswinkel  $\beta$  und umso stärker wird der Strahl gebrochen (Abb. 70.4). Besteht nun die durch das Prisma gehende Strahlung aus einem Gemisch von Farben, dann werden diese entsprechend ihrer Ausbreitungsgeschwindigkeit gebrochen: das kurzwellige violette stärker als das langwellige rote. Allgemein gilt:

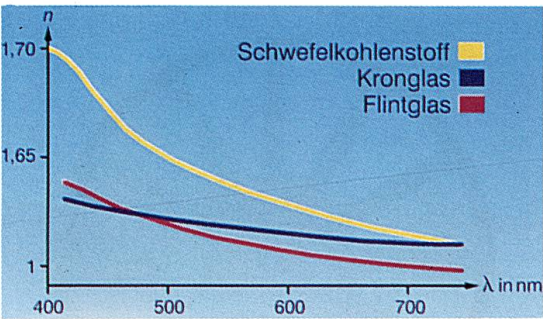
Je kleiner die Wellenlänge bzw. je größer die Frequenz ist, umso stärker ist die Brechung an der Grenzfläche zweier Medien.



Dies bedeutet: Die Brechzahl eines Mediums nimmt vom roten Teil des Spektrums zum violetten Teil hin zu.

### Dispersionskurven (Abb. 71.1)

Eine bestimmte Abhängigkeit der Brechzahl von der Wellenlänge des Lichtes ist kennzeichnend für unterschiedliche Glasarten. Die Gläser werden ihrer Brechzahl entsprechend in Gruppen eingeteilt. Glasarten mit hoher Dispersion werden als *Flintgläser* bezeichnet, die mit geringer Dispersion als *Kronglaser*.



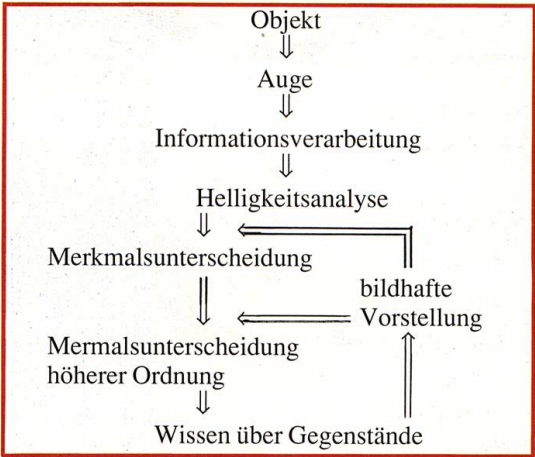
71.1 Einige Dispersionskurven. Sie beschreiben die Abhängigkeit der Brechzahl von der Wellenlänge des Lichtes.

## 13.2 Farbenlehre

### Das Helligkeitsempfinden

Trifft Licht im Frequenzbereich des sichtbaren Spektrums (380 nm - 780 nm) in unser Auge, so löst es eine Farbeempfindung aus. Der Mensch ist in der Lage, etwa 4000 verschiedene Farben zu unterscheiden. Sehen ist nicht nur eine bloße Aufnahme optischer Information, sondern auch deren Weiterverarbeitung. Abb. 71.2 stellt eine schematische Beschreibung des optischen Wahrnehmungsvorganges dar.

Zwei Lampen mit gleicher Leuchtdichte werden miteinander verglichen. Die eine gibt grünes, die andere oranges Licht ab. Einem Beobachter erscheint das grüne Licht heller als das orange. Durch Farbvergleiche kann eine *Empfindlichkeitskurve* festgelegt werden. Diese gibt an, wie das Helligkeitsempfinden des Auges bei jeweils gleicher Leuchtdichte von der Farbe abhängig ist (Abb. 71.3).

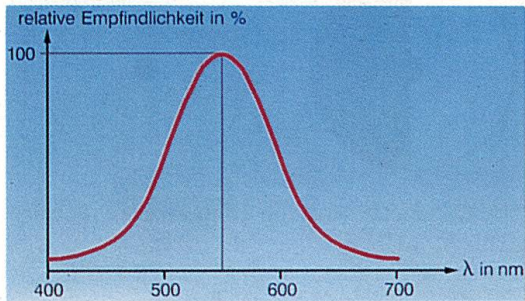


71.2 Schematische Darstellung optischer Wahrnehmungen

### Filter

Filter sind Materialien, welche beim Durchgang von Licht aus dessen Spektrum einen bestimmten Bereich *absorbieren*. Sie verändern daher das Spektrum. Als Filter verwendet man oft Farbgeläser, die durch Einlagerung von Oxiden ihre Filtereigenschaften erhalten.

Das Merkmal eines Filters ist sein *Transmissionsgrad*  $\tau$ . Dieser gibt das Verhältnis des durchgelassenen spektralen Strahlungsflusses zum auffallenden spektralen Strahlungsfluß an (Abb. 71.4).

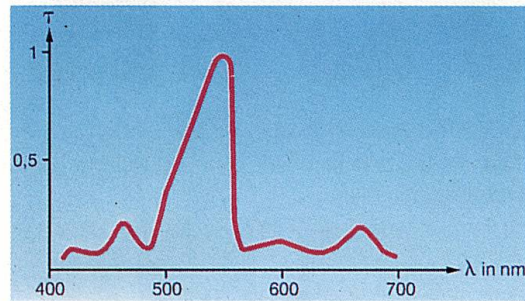


71.3 Abhängigkeit des Helligkeitsempfindens von der Wellenlänge (der Farbe) des Lichtes

### Additive Farbmischung

#### Versuch (Abb. 71.5)

Drei Projektoren gleicher Lichtstärke erzeugen auf einem Projektionsschirm drei sich überlappende Farbkreise in den Farben Rot, Grün und Blau. (Jedem Projektor ist ein entsprechendes Filter vorgesetzt.) Als Mischfarbe aller drei Farben erhält man Weiß. Die Farbeindrücke Rot, Grün und Blau "addieren" sich zu Weiß. Weiters ist zu erkennen: Rot und Grün ergibt Gelb, Grün und Blau ergibt Blaugrün (Cyan), Blau und Rot ergibt Purpur (Magenta).

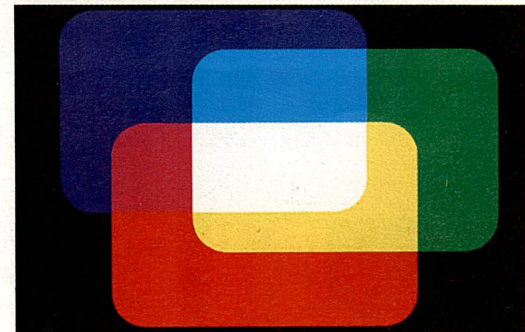


71.4 Ein Beispiel einer Transmissionskurve.  $\tau = 1$  bedeutet, daß die Leuchtdichte einer bestimmten Farbe durch das Filter nicht verändert wird,  $\tau = 0,5$  bedeutet, daß sie halbiert wird.

Man vereinbart: Die Farben Rot, Grün und Blau werden als *Primärfarben* bezeichnet. Mischt man Violett und Rot, die beiden Randfarben des Spektrums, dann erhält man die Mischfarbe Purpur. Schließt man nun das um die Farbe Purpur erweiterte Spektrum zu einem Kreis, erhält man den sogenannten *Farbenkreis* (Abb. 72.1).

#### Versuch

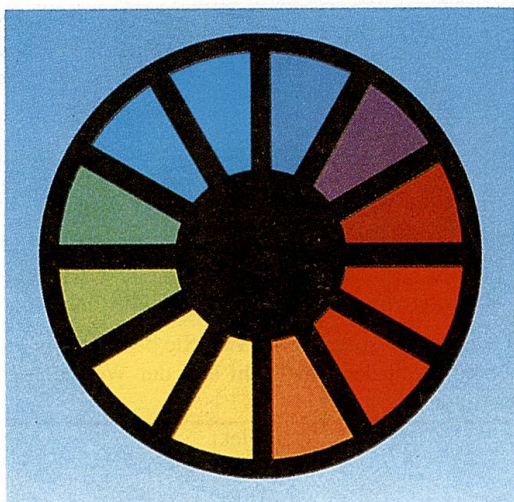
Man mischt nun auf gleiche Weise wie im Versuch zuvor zwei Farben, die auf dem Farbenkreis einander gegenüberliegen, z. B. Gelb und Blau oder Grün und Purpur. Das Ergebnis ist stets das gleiche: die beiden Farben addieren sich zu Weiß.



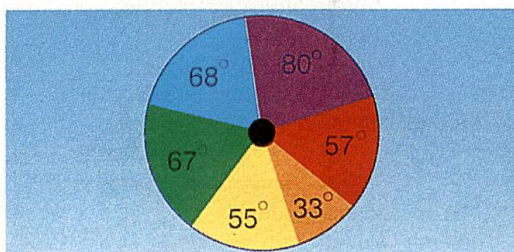
71.5 Additive Farbmischung der Primärfarben Rot, Grün und Blau

Zwei Farben, die sich zu Weiß ergänzen, werden als *Komplementärfarben* bezeichnet.

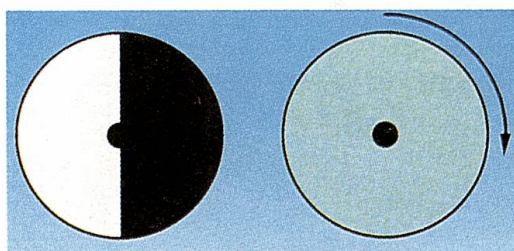




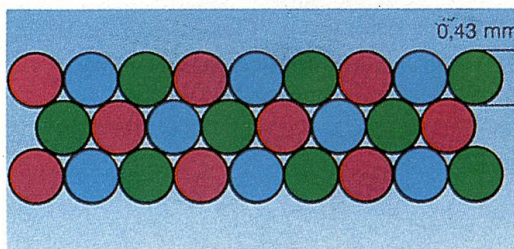
72.1 Der Farbenkreis



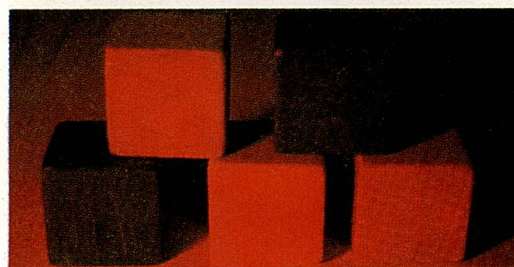
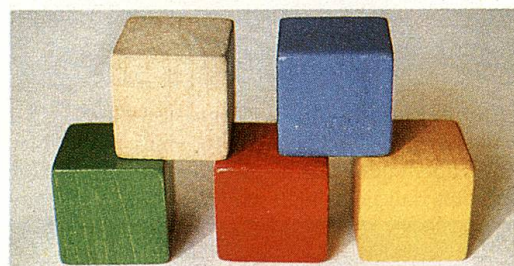
72.2 Bei rascher Rotation erscheint die Scheibe weiß.



72.3 Bei rascher Rotation erscheint diese Scheibe grünlich.



72.4 Farbscheibchen auf dem Bildschirm eines Farbfernsehgerätes



72.5 Bunte Bausteine bei natürlichem Licht (oben), im Licht einer roten Glühlampe (unten)

Verändert man nun bei der Projektion von Rot, Grün und Blau die relative Helligkeit, erreicht man fast jede gewünschte Farbe. Braun z. B. kann man aus kräftigem Grün mit hellem Rot und einem kleinen Blauanteil mischen.

## Versuche

Folgende Versuche stellen weitere Beispiele für eine additive Farbmischung dar. Man unterteilt eine Kreisscheibe in verschiedenfarbige Sektoren (Abb. 72.2). Die unterschiedlichen Winkel ergeben sich aus der unterschiedlichen Farbempfindlichkeit des Auges. Die Scheibe wird mit Hilfe eines Motors in Rotation versetzt. Bei genügend hoher Drehzahl können die einzelnen Farben nicht mehr unterschieden werden, die Scheibe erscheint weiß.

Beachte: Die additive Farbmischung bedeutet nicht, daß zwei Farben, etwa Wasserfarben, miteinander vermischt werden.

Versetzt man eine Kreisscheibe, die zur Hälfte weiß und zur Hälfte schwarz ist, in rasche Drehung, nimmt der Beobachter eine grünliche Farbe wahr (Abb. 72.3). Das von der weißen Hälfte reflektierte Licht besteht aus den Spektralfarben, die jedoch nur für kurze Zeit in unser Auge gelangen, weil auf die weiße Hälfte sofort die schwarze folgt. Da unser Auge für Grün am empfindlichsten ist, nimmt es von all den Spektralfarben vor allem diese wahr. Erklärung: Der durch das einfallende Licht zersetzte Sehfarbstoff bildet sich für Gelb und Grün am raschesten wieder neu.

## Farbfernsehen

Auf dem Bildschirm liegen Gruppen von roten, grünen und blauen Farbscheibchen nebeneinander (Abb. 72.4). Drei Elektronenstrahlen bringen die entsprechenden Flächen (z. B.: Phosphorscheibchen) zum Leuchten. Aufgrund der Kleinheit dieser Farbpunkte können sie vom Auge nicht mehr getrennt wahrgenommen werden, sie werden additiv gemischt.

## Körperfarben

### Versuch

Man bestrahlt in einem abgedunkelten Raum eine Tafel, auf welcher breite weiße, gelbe, rote und blaue Farbstreifen mit Ölfarben aufgebracht wurden, mit verschiedenen Lampen. Als erste Strahlungsquelle wird eine Natriumdampflampe verwendet, welche gelbes Licht in einem engen Frequenzbereich abgibt. Wirkung: Weiße und gelbe Streifen erscheinen gelb. Der rote und blaue Bereich hingegen wirkt grau bis schwarz. Nimmt man nun eine Quecksilberdampflampe, die blaues Licht abgibt, so erscheint der gelbe Streifen schwarz, der blaue und der weiße Streifen erscheinen blau. (Führt man den Versuch mit gefärbten Glühlampen durch, so treten die Effekte nicht mehr so deutlich hervor.)

Erklärung für die Versuchsergebnisse: Die Ölfarben sind selbst keine Lichtquellen; die Farbeindrücke, die sie hervorrufen, unterscheiden sich somit von den Spektralfarben. Der gelbe Streifen erscheint nur dann als solcher, wenn er mit einem Licht bestrahlt wird, das selbst gelbes Licht enthält. Farbpigmente reflektieren den Gelbanteil der einfallenden Strahlung, der Rest wird absorbiert. (Die Effekte bei den Glühlampen sind deshalb geringer, weil ihre Farbschichten für einen größeren Frequenzbereich durchlässig sind.)

Die Farben der nicht selbstleuchtenden Körper werden als Körperfarben bezeichnet.

Weiß und Schwarz nennt man *unbunte Farben*. Eine ideale weiße Fläche reflektiert 100 % der Strahlung, eine ideale schwarze Fläche absorbiert 100 % der auftreffenden Strahlung. Reale unbunte Flächen reflektieren über den ganzen Spektralbereich alle Wellenlängen im gleichen Ausmaß. Beleuchtet man in einem abgedunkelten Raum ein kleines schwarzgefärbtes Papierblatt mit einer hellen Lampe, sieht man eine weiße Fläche. Weiß unterscheidet sich dabei von



Schwarz nur durch das Reflexionsvermögen. Eine weiße Fläche reflektiert etwa 90 % des auffallenden Lichtes, eine schwarze etwa 6 %.

Die Farbe von Dingen hängt jedoch nicht nur vom reflektierten Licht ab, sondern vom Vergleich der Farbreize, die von den Objekten und ihrer Umgebung ausgehen. Dabei gibt es ein faszinierendes Phänomen, die Farbkonstanz bei natürlichem Licht: Von Sonnenaufgang bis Sonnenuntergang ordnet der Mensch den Stoffen weitgehend dieselbe Farbe zu.

## Subtraktive Farbmischung

### Versuch

Ein Gelb-, ein Purpur- und ein Cyanfarbfilter werden so auf einen Overheadprojektor gelegt, daß sie sich teilweise überlappen (Abb.73.1). Man erhält in der Mitte einen schwarzen Bereich. Erklärung: Die Filter absorbieren unterschiedliche Spektralbereiche. Schwarz bedeutet, daß die "hintereinandergeschalteten" Filter alle Wellenlängen absorbieren.

Bei Überlagerung zweier Filter erhält man jene Farbe, die beide durchlassen. Purpur und Cyan lassen nur Blau durch, Cyan und Gelb nur Grün (Abb. 73.2), Gelb und Purpur lassen nur Rot durch.

Purpur, Cyan und Gelb sind die Grundfarben für die subtraktive Farbmischung.

### Mischfarben

Vermischt man blaue Farbe mit einer gelben, so erhält man eine grüne Farbe. Die gelben Farbpigmente absorbieren fast alle Spektralfarben im blauen Bereich und lassen den roten bis grünen durch. Blaue Pigmente hingegen absorbieren den roten Bereich. Die Folge ist eine grüne Farbe. Die Mischfarbe Grün wirkt jedoch nie so kräftig wie eine Farbe mit grünen Pigmenten.

### Farbfotografie

Beim fotografischen Farbfilm werden eine rote, eine grüne und eine blaue Schicht aufgetragen. Der Film wird durch diese Schichten hindurch belichtet. Je nach Farbzusammensetzung wirkt das einfallende Licht auf die Silberbromidschichten ein. Das Farbnegativ ist dann ein Bild in Komplementärfarben. Belichtet man nun das dreischichtige Fotopapier durch das Negativ hindurch, erhält man das Bild.

### Farbdruck

Der Vierfarbendruck arbeitet mit den Grundfarben Gelb, Purpur, Cyan und Schwarz. Farbplatten aus diesen Farben werden übereinandergedruckt. Die schwarze Platte hat die Aufgabe, die Kontraste im Bild zu vertiefen. Die Herstellung der Platten erfolgt durch Ausfilterung der einzelnen Farbanteile mittels einer fotografischen Aufnahme.

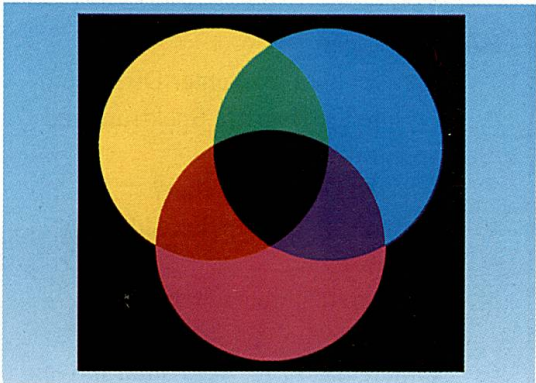
Dieses subtraktive Mischprinzip bedeutet jedoch eine gewisse Schwächung der ursprünglichen Farben. Soll die Wiedergabe eine sehr hohe Qualität aufweisen, muß die Zerlegung in mehr als vier Farben erfolgen.

### Farbmetrik

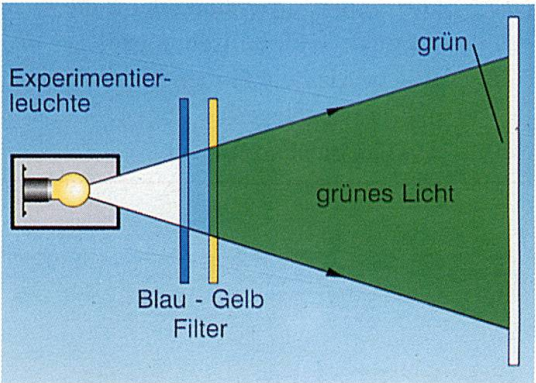
Die Farbmetrik beschreibt Farben mittels eindeutig definierter Begriffe. Diese sind *Helligkeit*, *Farbton* und *Sättigung* (Abb. 73.3).

Die *Helligkeit* ist abhängig von der Lichtstärke und dem Spektrum der Lichtquelle sowie der Lichtmenge, die eine Farboberfläche reflektiert. Der Mensch nimmt im allgemeinen nur relative Helligkeiten wahr.

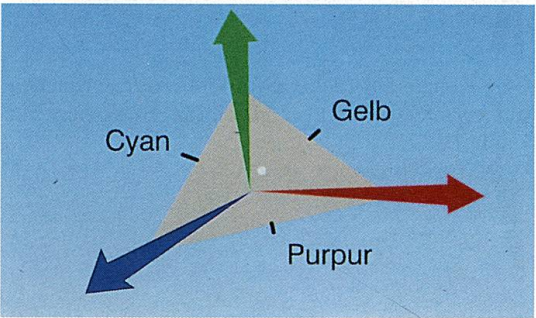
Der *Farbton* wird von der Wellenlänge bestimmt. Die *Sättigung* ist ein Maß für die Reinheit einer Farbe. Beleuchtet man etwa eine weiße Fläche mit einem Scheinwerfer, der rotes Licht abstrahlt, so erhält man ein intensives Rot. Bestrahlt man diese Fläche mit einem zweiten Scheinwerfer mit weißem Licht, so



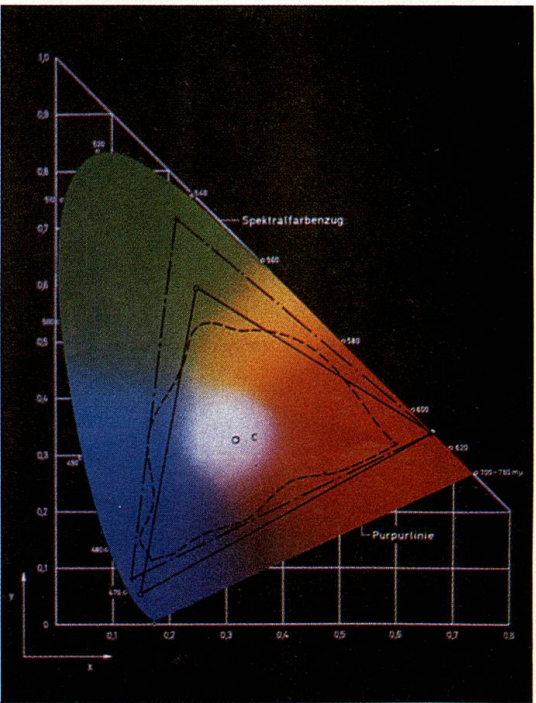
73.1 Subtraktive Farbmischung



73.2 Subtraktive Farbmischung: Cyan und Gelb lassen nur Grün durch.



73.3 Zur Darstellung der Sättigung: Die Primärfarben Rot, Grün und Blau können in einem dreidimensionalen Koordinatensystem angeordnet werden. Das Farbdreieck gibt alle Übergänge und Sättigungsgrade wieder.

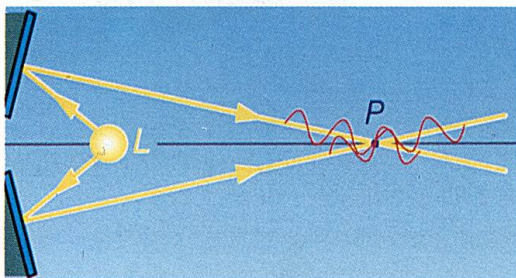


73.4 Das IBK-Farbdreieck.

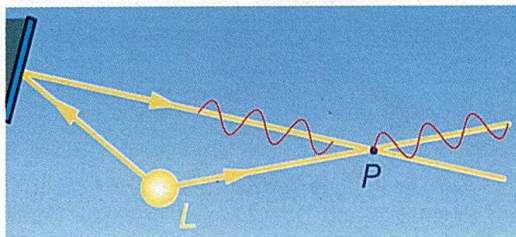


### Kontrollfragen

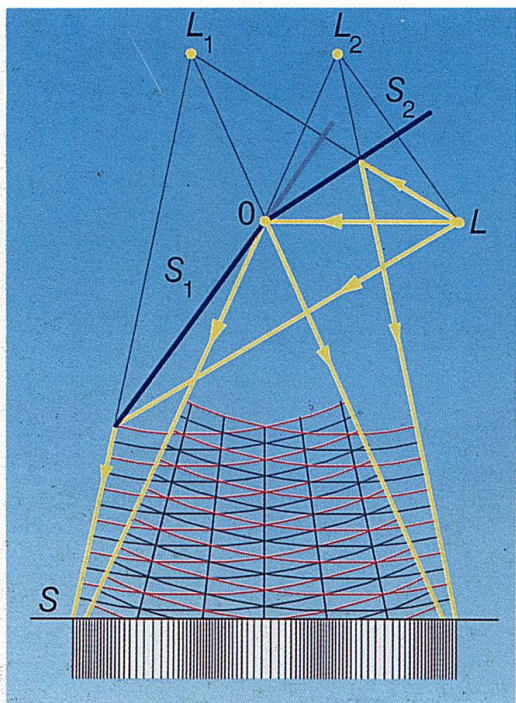
1. Was versteht man unter Dispersion?
2. Erkläre die Begriffe Spektrum und Spektralfarben.
3. Was sind optische Filter?
4. Erkläre das Prinzip der additiven Farbmischung!
5. Was versteht man unter Körperfarben?
6. Erkläre das Prinzip der subtraktiven Farbmischung!
7. Gib einige Anwendungen für die subtraktive Farbmischung an!
8. Wie werden die Farben in der Farbmimetrik festgelegt?
9. Erkläre das Farbdreieck!



74.1 Kohärentes Licht: Zwei Wellenzüge erreichen auf verschiedenen, aber gleich langen Wegen den Punkt P.



74.2 Die Wegdifferenz der beiden Wellenzüge ist größer als die Kohärenzlänge. Daher kann keine Interferenz auftreten.



74.3 Der Fresnelsche Spiegelversuch

nimmt die Intensität ab, der Sättigungsgrad sinkt. Reine Farben weisen eine Farbsättigung von 100 % auf. Reines Weiß hat die Farbsättigung Null.

Beim *Farbdreieck* (Abb. 73.3) sind Eckpunkte und Seiten des Dreiecks Orte für 100 % gesättigte Farben. Auf den Seiten liegen die jeweiligen Mischfarben, wobei die Seitenhalbierungspunkte die Komplementärfarben zu den gegenüberliegenden Eckpunkten sind. Die Sättigung nimmt zur Dreiecksmitte hin ab. Im Mittelpunkt liegt die unbunte Farbe Weiß. Jede Verbindungsgerade, die durch den sogenannten Weißpunkt geht, liefert Komplementärfarbenpaare. Von dieser Darstellungsform ausgehend wurde von der Internationalen Beleuchtungskommission (IBK) ein Farbdreieck (Abb. 73.4) definiert. Die 100 % gesättigten Farben liegen dabei auf einer geschlossenen Kurve im Inneren des Dreiecks. Das strichlierte Dreieck gibt die Farben an, die mit einer Fernsehbildröhre erreichbar sind.

Eine wichtige Anwendung findet die Farbmimetrik beim Farbfernsehen. Die Analyse einer Farbe, ihre Zerlegung in die Primärfarben und die Übertragung der Farbinformationen spielen in der Aufnahme- und Übertragungstechnik eine große Rolle.

## 14. Wellenoptik

In der Wellenoptik beschäftigen wir uns mit Erscheinungen des Lichtes, die durch das Wellenmodell erklärbar sind.

### 14.1 Interferenz

Die Erscheinung der Interferenz hat sich bereits bei mechanischen Wellen gezeigt. Wirft man etwa zwei Steine nebeneinander in ruhiges Wasser, kann Interferenz beobachtet werden. Es gibt dabei Verstärkungen und Auslöschungen. Interferieren Lichtwellen, erwartet man als Ergebnis helle und dunkle Gebiete.

Stellt man zwei Glühlampen nebeneinander, sind an der Wand keine typischen Interferenzerscheinungen - Helligkeit und Dunkelheit - zu beobachten.

Hat das Licht Wellencharakter, muß jedoch eine Überlagerung möglich sein. *Augustin Jean Fresnel* (1788-1815), der Begründer der Wellentheorie, führte den ersten Interferenzversuch mit Licht durch. Er erkannte, daß für beobachtbare Überlagerung eine wesentliche Voraussetzung erfüllt sein muß, die *Kohärenz*.

### Kohärenz

Eine ausgedehnte Lichtquelle, wie eine Glühlampe, besteht aus sehr vielen punktförmigen Strahlern. Dabei kommt es zu einer Fülle von Überlagerungen. Wohl interferieren die Wellenzüge jeweils zweier Strahler, doch Maxima und Minima treten völlig unregelmäßig auf. Auch sind die Interferenzbilder nur für eine Zeitspanne von  $10^{-8}$  s vorhanden (vgl. S. 48), daher für das Auge nicht wahrnehmbar. Man nimmt nur den Mittelwert aller Figuren wahr, es treten keine merklichen Helligkeitsunterschiede auf. Damit stellt sich die Frage, unter welchen Bedingungen zweifellos auftretende Interferenzen beobachtbar sind. Offenbar dann, wenn zwei in einem Punkt interferierende Wellenzüge in einer unveränderlichen Phasenbeziehung stehen, so daß sie einander z. B. auslöschten oder maximal verstärken. Wellen mit dieser Eigenschaft nennt man *kohärent* (cohaerere, lat.; zusammenhängen).

Wellen heißen kohärent, wenn sie in einer festen Phasenbeziehung zueinander stehen.

Die Wellen zweier verschiedener Lichtquellen sind *inkohärent*. Kohärentes Licht entsteht, wenn das zu einem bestimmten Zeitpunkt ausgesandte Licht derselben punktförmigen Lichtquelle auf verschiedenen Wegen den Punkt P erreicht (Abb. 74.1). Wie bereits erläutert, dauert der Akt der Lichtemission  $10^{-8}$  s. Dazwischen liegen vergleichsweise lange Pausen. Ist nun die Wegdiffe-



renz der beiden Wellenzüge so groß, daß ein "Lichtblitz" des einen Wellenzuges mit einer "Pause" des anderen zusammentrifft, kann es zu keiner Interferenz kommen (Abb. 74.2). Daher muß die Wegdifferenz kleiner sein als die Strecke, welche das Licht in  $10^{-8}$  s zurücklegt. Diese Wegdifferenz heißt *Kohärenzlänge*. Daraus ergibt sich für die maximale Kohärenzlänge:

$$s = c \cdot t = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 10^{-8} \text{ s} = 3 \text{ m}$$

Im Realfall liegt die Kohärenzlänge in einem Bereich von  $10^{-4}$  cm und 1 m. Beim *Laser* dauert die Erzeugung eines Wellenzuges  $10^{-3}$  s. Die Kohärenzlänge beträgt somit Hunderte Kilometer. Laserlicht wird daher als kohärentes Licht bezeichnet.

Kohärente Wellenzüge gelangen nur dann zu Interferenz, wenn deren Wegdifferenz die Kohärenzlänge nicht überschreitet.

### Der Fresnelsche Spiegelversuch (Abb. 74.3)

Die Grundüberlegung dabei ist, einen monochromatischen Lichtstrahl in zwei Strahlen zu teilen, welche dann zur Überlagerung gebracht werden. Die Orte der Maxima und Minima sind dann durch den *Gangunterschied* der Teilstrahlen bestimmt.

Das von einer Lichtquelle *L* kommende Licht wird von zwei ganz wenig gegeneinander geneigten Spiegeln *S*<sub>1</sub> und *S*<sub>2</sub> reflektiert. Durch die Spiegelung entstehen zwei virtuelle Bilder *L*<sub>1</sub> und *L*<sub>2</sub> der Quelle. Die davon ausgehenden Teilwellen haben an jedem Beobachtungsort des Schirmes *S* eine feste Phasendifferenz.

Beträgt die Differenz ein ungeradzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge, treten Minima auf, sind die Unterschiede gleich einem ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge, erhält man Maxima. Das Ergebnis dieses Versuchs ist ein System heller und dunkler Interferenzstreifen.

### Interferenzen an dünnen Schichten

#### Versuch

Taucht man einen Drahtrahmen in eine Seifenlösung, bildet sich eine Seifenhaut aus. Beleuchtet man den Rahmen mit dem monochromatischen Licht einer Natriumdampflampe, sieht man helle und dunkle Streifen. Wird die Beleuchtung mit weißem Licht durchgeführt, erhält man verschiedenfarbige Gebiete (Abb. 75.1).

#### Erklärung:

An der Seifenhaut tritt eine Teilung des einfallenden Lichtes in eine reflektierte und eine durchgehende Strahlung auf. Für unsere Überlegungen ist vorerst nur das reflektierte Licht von Bedeutung.

Das reflektiert Licht setzt sich zusammen aus dem Strahl 1, welcher an der Oberfläche reflektiert wird, und dem Strahl 2, der an der Rückseite der Schicht reflektiert wird (Abb. 75.2). Strahl 2 legt dabei eine größere Wegstrecke zurück. Da die Wegdifferenz im Inneren der Haut mit einer kleineren Geschwindigkeit zurückgelegt wird, ist nicht die geometrische, sondern die sogenannte *optische Wegdifferenz* heranzuziehen (Abb 75.3).

Die einfachsten Verhältnisse liegen für den senkrechten Lichteinfall vor. Diese Vereinfachung ziehen wir für unsere Berechnungen heran. Wählen wir *n*<sub>1</sub> = 1, *n*<sub>2</sub> = *n*, dann folgt daraus:  $\Delta s = 2 d \cdot n$ .

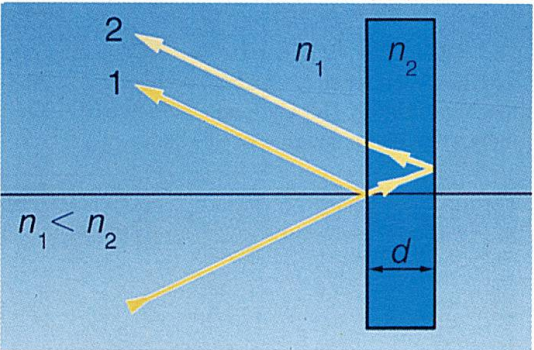
Weiters ist zu beachten, daß sich die Reflexion des Lichtstrahls an der optisch dichteren Schicht von der an der optisch dünneren unterscheidet (Abb. 75.4).

Der gesamte Gangunterschied zwischen Strahl 1 und Strahl 2 setzt sich nun aus dem Gangunterschied aufgrund der unterschiedlichen Reflexion und der optischen Wegdifferenz zusammen. Kurz:

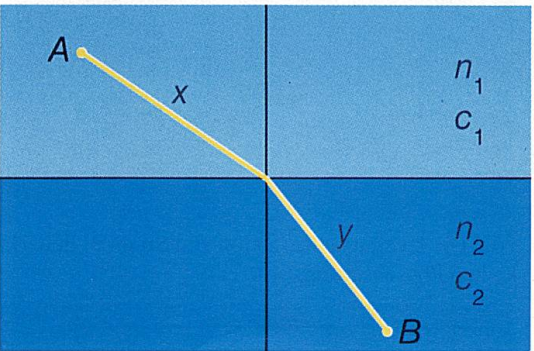
$$\text{Gangunterschied} = \lambda/2 + \Delta s_{\text{opt}}$$



75.1 Auf die Seifenhaut fällt Tageslicht. Durch Interferenz entstehen verschiedenfarbige Gebiete.

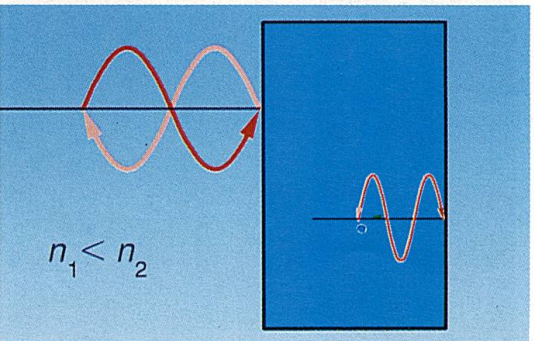


75.2 Strahl 1 und Strahl 2 werden an zwei verschiedenen Grenzflächen reflektiert. Sie sind kohärent und weisen einen festen Gangunterschied auf.



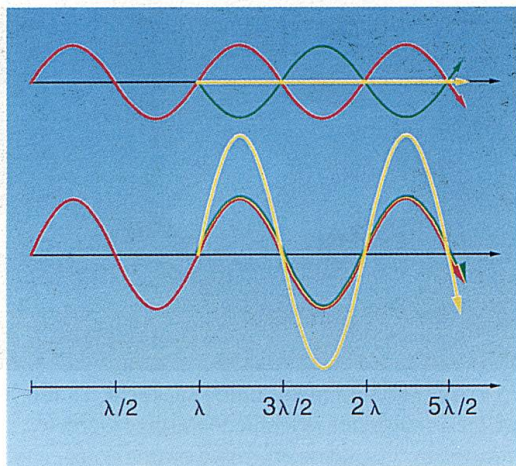
75.3 Zum Begriff *optische Weglänge*. Nach dem *Fermatschen Prinzip* muß die Zeit, die das Licht benötigt, um von A nach B zu gelangen, ein Minimum sein:

$x/c_1 + y/c_2 = t \Leftrightarrow x \cdot n_1 + y \cdot n_2 = c \cdot t = \Delta s_{\text{opt}}$   
Der Lichtweg ist somit nicht nur von den geometrischen Abmessungen, sondern auch von der Brechzahl des Mediums abhängig. Dieser Lichtweg wird als *optische Weglänge* bezeichnet. Für *n*=1 ist die geometrische Weglänge gleich der optischen Weglänge.

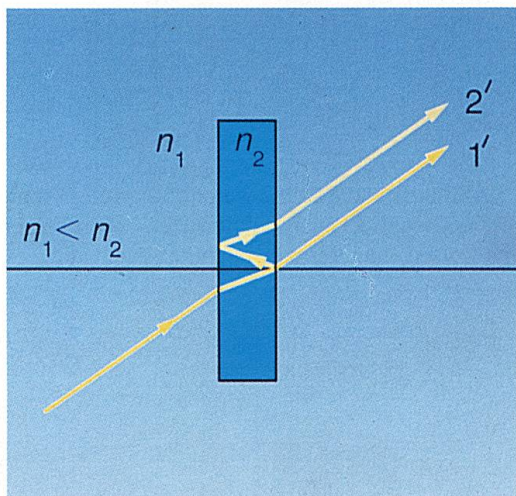


75.4 Die Grenzfläche vom optisch dünneren zum optisch dichteren Medium ist mit einem festen Ende vergleichbar: ein Wellenberg wird als Wellental reflektiert - Phasensprung  $\lambda/2$ . Entsprechend ist die Grenzfläche vom optisch dichteren zum optisch dünneren Medium mit einem freien Ende vergleichbar - kein Phasensprung.

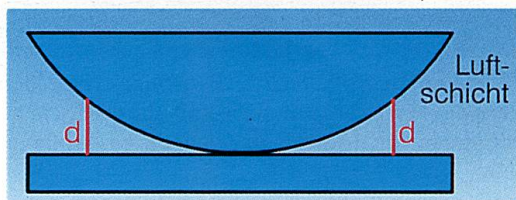




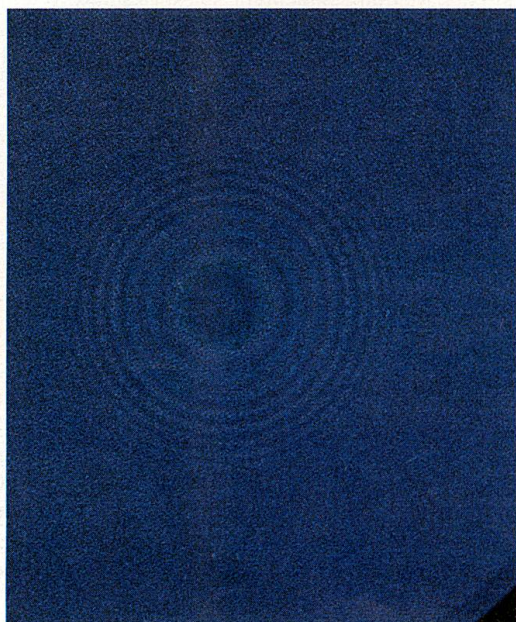
76.1 Oben: Der Gangunterschied ist ein ungeradzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge - Auslöschung. Unten: Der Gangunterschied ist ein Vielfaches der Wellenlänge - Verstärkung.



76.2 Die zweifache Reflexion von Strahl 2' bewirkt keinen Phasensprung.



76.3 Anordnung zur Erzeugung Newtonscher Ringe



76.4 Newtonsche Ringe im Tageslicht

## Auslöschung und Verstärkung

Strahl 1 und Strahl 2 löschen einander aus, wenn der Gangunterschied ein ungeradzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge beträgt, also  $(2k - 1) \cdot \lambda/2$ . Sie verstärken einander, wenn der Gangunterschied ein Vielfaches der Wellenlänge beträgt:  $2k \cdot \lambda/2 = k \lambda$  (Abb. 76.1).

Beim durchgehenden Licht erfahren die Strahlen 1' und 2' keinen Gangunterschied aufgrund der Reflexion, da 2' jeweils am dünneren Medium reflektiert wird (Abb. 76.2). Die Anordnung der Streifen hängt daher nur von der Schichtdicke ab, da diese die optische Wegdifferenz bestimmt.

Führt man den Versuch mit weißem Licht durch, kommt es infolge der Interferenz zu einer Auslöschung gewisser Wellenlängen; gewisse Farben werden verstärkt. Ändert man den Einfallswinkel, ändert sich auch die optische Wegdifferenz. Als Folge davon sieht man unterschiedliche Farbmuster, da immer andere Farben geschwächt werden.

### ► Beispiel A

Eine Seifenhaut ( $n = 1,38$ ) wird mit einer Natriumdampflampe ( $\lambda = 589 \text{ nm}$ ) bestrahlt. Berechne die kleinstmögliche Dicke  $d$  der Seifenhaut, bei welcher die beiden reflektierten Strahlen einander auslöschen!

Der kleinstmögliche Gangunterschied für Auslöschung wäre  $\lambda/2$ . Dieser kommt bereits durch den Phasensprung von Strahl 1 zustande. Dazu kommt aber noch die optische Wegdifferenz  $2nd$  von Strahl 2. Der nächst kleinste Gangunterschied für Auslöschung ist  $3\lambda/2$ :

$$3\lambda/2 = \lambda/2 + 2nd \Leftrightarrow 2nd = \lambda \Leftrightarrow d = \lambda/2n \quad d = 2,13 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Zusatz: Sieht man im durchgehenden Licht in diesem Bereich ebenfalls Dunkelheit?

Beim durchgehenden Licht tritt kein Phasensprung auf. Der Gangunterschied reduziert sich auf die optische Wegdifferenz  $2nd$ . Für den Gangunterschied  $\lambda$  tritt Verstärkung auf.

Der Zusammenhang  $\lambda = 2nd$  gibt in diesem Fall die kleinste Dicke an, bei der die beiden Strahlen ein Helligkeitsmaximum erzeugen.

### Beispiel B

Welche Wellenlängen des sichtbaren Spektrums (380 nm - 780 nm) werden bei Betrachtung einer Seifenhaut ( $d = 400 \text{ nm}$ ,  $n = 1,38$ ) im reflektierten Licht verstärkt?

$$k\lambda = \lambda/2 + 2nd \Leftrightarrow \lambda = \frac{4nd}{2k-1}$$

$$380 < \frac{4 \cdot 1,38 \cdot 400 \cdot 10^{-9}}{2k-1} < 780 \Rightarrow 1,9 < k < 3,4$$

$$k = 2, 3$$

$$\lambda_1 = \frac{4 \cdot 1,38 \cdot 400 \cdot 10^{-9}}{3} \text{ m} = 736 \text{ nm (Rot)}$$

$$\lambda_2 = \frac{4 \cdot 1,38 \cdot 400 \cdot 10^{-9}}{5} \text{ m} = 442 \text{ nm (Blau)}$$

## Newtonsche Ringe

Eine weitere Erscheinung bei den Interferenzen an dünnen Schichten sind die sogenannten *Newtonschen Ringe*. (Isaac Newton lieferte bedeutende Arbeiten, ohne die eine weitere Entwicklung der Optik nicht so rasch möglich gewesen wäre.)

### Versuch

Eine plankonvexe Linse mit einem großen Krümmungsradius wird so auf eine Glasplatte gelegt, daß sich zwischen Linse und Platte eine dünne Luftschicht befindet (Abb. 76.3). Bei Beleuchtung dieser Anordnung mit monochromati-



ischem Licht, treten kreisförmige Interferenzstreifen auf, welche als Newtonsche Ringe bezeichnet werden. Im reflektierten Licht erscheint die Mitte dunkel, die folgenden Ringe sind abwechselnd hell und dunkel. Bei weißem Licht erhält man farbige Ringe (Abb. 76.4).

Das auffallende Licht wird sowohl an der Grenzfläche Linse-Luft als auch an der Grenzfläche Luft-Glasplatte reflektiert, wodurch ein Gangunterschied entsteht. Die optische Wegdifferenz wächst mit dem Abstand von der Mitte an. Für den Luftspalt wird die Brechzahl  $n = 1$  angenommen.

Der erste der beiden interferierenden Strahlen wird am dünneren Medium Luft ohne Phasensprung, der zweite an der Glasplatte mit dem Phasensprung  $\lambda/2$  reflektiert (Abb. 77.3).

An welchen Stellen tritt nun Auslöschung, an welchen Verstärkung ein?

**Auslöschung:**

Für das Zentrum  $d = 0$  erhält man den 0. Ring:

$$\lambda/2 = \lambda/2 + 2 \cdot 0$$

Die Dicke der Luftschicht für den nächsten dunklen Ring errechnet sich somit als:

$$3\lambda/2 = \lambda/2 + 2d \Leftrightarrow d = \lambda/2$$

Allgemein gilt: Ist die Dicke der Luftschicht  $0, \lambda/2, \lambda, 3\lambda/2, 2\lambda, \dots$ , tritt Auslöschung ein.

**Verstärkung:**

$$\text{Für den ersten hellen Ring gilt: } \lambda = \lambda/2 + 2d \Leftrightarrow d = \lambda/4$$

$$\text{Für den nächsten hellen Ring gilt: } 2\lambda = \lambda/2 + 2d \Leftrightarrow d = 3\lambda/4$$

Allgemein gilt: Ist die Dicke der Luftschicht  $\lambda/4, 3\lambda/4, 5\lambda/4, 7\lambda/4, \dots$ , tritt Verstärkung ein.

Führt man den Versuch mit weißem Licht durch, werden bestimmte Frequenzen geschwächt, wodurch die Mischfarbe des Spektrums sichtbar wird. Diese Farbenringe können bei Diabildern auftreten, wenn sich zwischen den Glasplättchen und dem Dia eine Luftschicht gebildet hat.

### Beispiel C

Ein Newtonsches Farbenglas wird mit Natriumlicht beleuchtet. Der Krümmungsradius der plankonvexen Linse beträgt 12 m.

a) Welche Wellenlänge besitzt das Licht, wenn der Radius des 5. dunklen Ringes im reflektierten Licht 5,95 mm beträgt?

$$(1) \quad d = \frac{r^2}{2R} \quad (2) \quad d = \frac{5\lambda}{2}$$

$$(1), (2) \quad \frac{5\lambda}{2} = \frac{r^2}{2R} \Leftrightarrow \lambda = \frac{r^2}{5R}$$

$$\lambda = \frac{(5,95 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2}{5 \cdot 12 \text{ m}} = 590 \text{ nm}$$

b) Wie ändert sich dieser Radius, wenn der Spalt zwischen Linse und Platte mit Wasser ( $n = 1,34$ ) gefüllt wird?

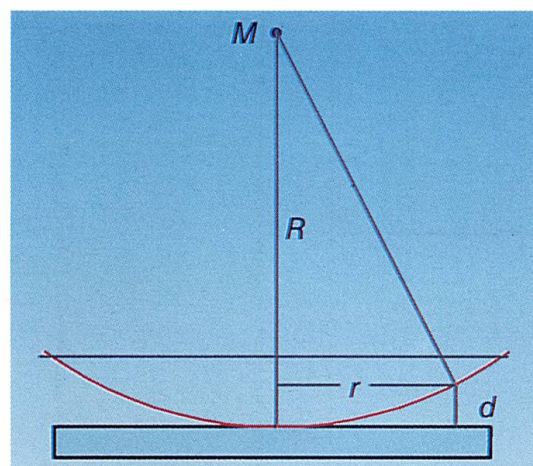
$$(1) \quad d = \frac{r^2}{2R} \quad (2) \quad d = \frac{5\lambda}{2n}$$

$$(1), (2) \quad \frac{r^2}{2R} = \frac{5\lambda}{2n} \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{5R\lambda}{n}}$$

$$r = \sqrt{\frac{5 \cdot 12 \text{ m} \cdot 590 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{1,34}} = 5,14 \text{ mm}$$

### Beispiel D

Linsensysteme optischer Instrumente weisen eine reflexionsmindernde Schicht vor allem aus Magnesiumfluorid ( $n = 1,38$ ) auf, welches im Hochvakuum aufgedampft wird. Durch Mehrfachreflexionen würden sonst störende Kontrastminderungen auftreten (Abb 78.1).

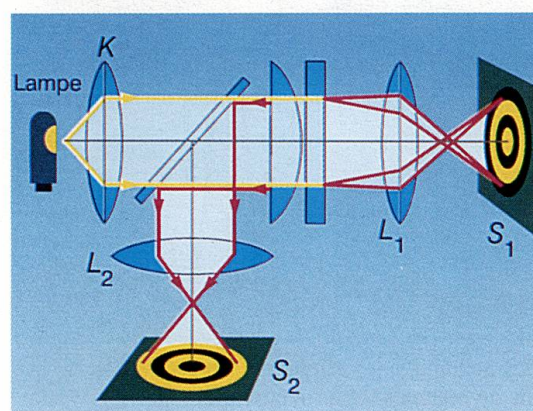


77.1 Zusammenhang zwischen dem Krümmungsradius  $R$  der plankonvexen Linse, dem Radius  $r$  des  $i$ -ten Ringes und der Dicke  $d$  der Luftschicht. Nach dem Höhensatz gilt:

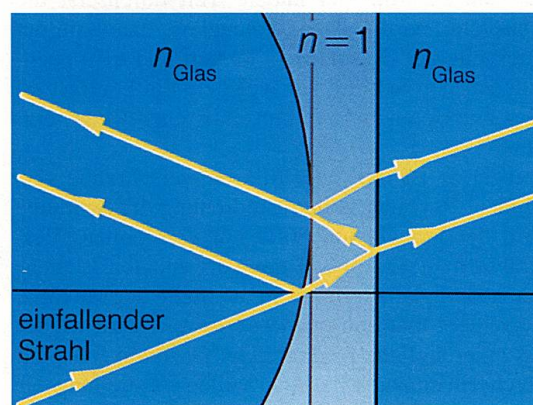
$$r^2 = d \cdot (2R - d) = 2Rd - d^2$$

Da  $R \gg d$ , kann  $d^2$  vernachlässigt werden:

$$r^2 = 2dR \Leftrightarrow d = r^2/2R$$



77.2 Abbildung Newtonscher Ringe im reflektierten und im durchgehenden Licht

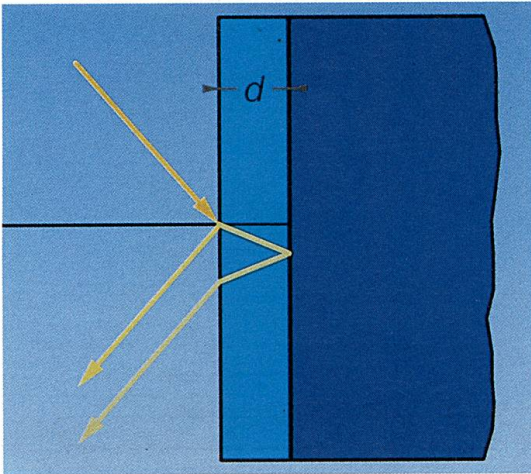


77.3 Zum Gangunterschied der reflektierten Strahlen am Newtonschen Farbenglas

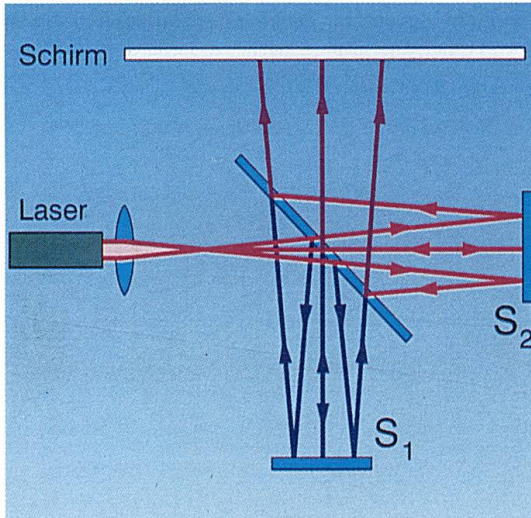


77.4 Newtonsche Ringe in langwelligem roten und in kurzwelligem blauen Licht





78.1 Abbildung zu Beispiel D



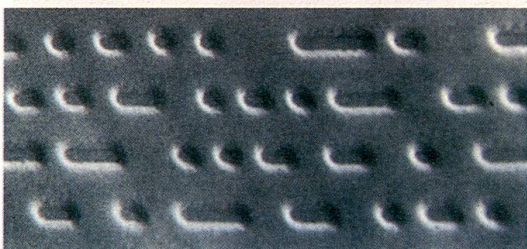
78.2 Schema eines *Michelson-Interferometers*

Ein divergentes Laserlichtbündel trifft im Winkel von  $45^\circ$  auf eine Glasplatte. Ein Teil des Lichtes wird reflektiert, trifft auf Spiegel  $S_1$  und von dort auf den Schirm. Der andere Teil durchsetzt die Glasplatte, wird erst von Spiegel  $S_2$ , dann von der Rückseite der Glasplatte reflektiert und trifft ebenfalls auf den Schirm, auf welchem ein kontrastreiches Interferenzmuster konzentrischer Ringe entsteht.

Spiegel  $S_2$  ist mit einer Mikrometerschraube verbunden. Bei einer vollen Umdrehung der Schraube wird der Spiegel um  $5000\text{ nm}$  verschoben. Verschiebt man  $S_2$  um  $\lambda/4$  des verwendeten Lichtes, treten Helligkeitsminima an die Stelle der Maxima. Verschiebt man um ein weiteres  $\lambda/4$ , wird wieder das ursprüngliche Bild erreicht. Dazu ein Beispiel: Wechseln einander bei einer vollen Umdrehung der Mikrometerschraube Maxima und Minima 16mal ab, so bedeutet dies:

$$16 \lambda/2 = 5000\text{ nm} \Leftrightarrow \lambda = 625\text{ nm}.$$

Befestigt man Spiegel  $S_2$  beispielsweise an einem Metallstab, kann man dessen Längenänderung bei Änderung der Temperatur mit einer Präzision bestimmen, die im Bereich von einigen zehntausendstel mm liegt.



78.3 Rasterelektronenmikroskopaufnahme eines Ausschnitts mit Spursignalen einer CD

Berechne die Dicke eines solchen Antireflexbelages bei einer Wellenlänge von  $600\text{ nm}$ !

Der erste Strahl erfährt bei der Reflexion am Belag (optisch dichteres Medium) einen Phasensprung. Ebenso der zweite Strahl, der an der Linse reflektiert wird. Für den Gangunterschied  $3\lambda/2$  gilt nun:

$$3\lambda/2 = \lambda + 2nd \Leftrightarrow d = \lambda/4n$$

$$d = \frac{600 \cdot 10^{-9}\text{ m}}{4 \cdot 1,38} = 1,1 \cdot 10^{-7}\text{ m} = 110\text{ nm}$$

Die Auslöschung des reflektierten Lichtes durch Interferenz bedeutet aber auch eine Verstärkung des durchgehenden Lichtes.

Dieser Antireflexbelag wird auch als  $\lambda/4$ -Schicht bezeichnet. Die Berechnung zeigt, daß eine optimale Reflexionsminderung nur für eine bestimmte Wellenlänge wirksam ist. Man trägt daher mehrere Schichten unterschiedlicher Brechzahl und unterschiedlicher Dicke auf.

## Interferenzgeräte

Mit Hilfe von Interferenzen können Wellenlängen, Brechzahlen und Oberflächenformen bestimmt werden. Bilden etwa zwei Oberflächen einen unregelmäßigen Luftzwischenraum, so entstehen Interferenzkurven, welche die Oberflächenfehler sichtbar werden lassen.

Man nennt optische Geräte, mit denen unter Ausnutzung von Interferenzerscheinungen des Lichtes beispielsweise äußerst genaue Längenmessungen durchgeführt werden können, *Interferometer* (Abb. 78.2).

## Der CD-Plattenspieler

Das CD-System (Compact Disc) brachte eine wesentliche Neuerung im Bereich der Unterhaltungselektronik. Bei dieser Aufnahmetechnik werden die Töne im Gegensatz zur Schallplatte *digital* gespeichert. Daraus ergeben sich wesentliche Verbesserungen im Bereich der Tonqualität. Die CD besitzt die digitalisierte Signalinformation auf einer von innen nach außen spiralförmigen Spur, welche mikroskopisch kleine Vertiefungen besitzt.

Nach der Pressung wird auf diese Informationsspur im Vakuum ein metallischer Niederschlag aufgedampft. Diese reflektierende Metallschicht wird durch eine etwa  $1,2\text{ mm}$  dicke Lackschicht geschützt. Beim Abspielen der CD durchdringt ein Laserstrahl die transparente Oberfläche der Platte und wird auf der Schicht dahinter fokussiert. Kratzer und Staubteilchen liegen nicht in der Brennebene des Laserstrahles und üben daher keinen Einfluß auf die Informationsverarbeitung auf.

Der mittels zweier Linsen fokussierte Lichtstrahl hat auf der CD einen Durchmesser von etwa  $1\text{ }\mu\text{m}$ . Fällt der Strahl auf einen Steg bzw. eine Vertiefung, wird das Licht fast vollständig reflektiert. Trifft er auf einen Übergang - die Differenz zwischen Steg und Vertiefung beträgt etwa  $\lambda/4$  - wird infolge von Interferenz weniger Licht reflektiert. Die unterschiedlichen Strahlstärken werden in digitale Signale und diese dann in Schallwellen umgewandelt.

## Aufgaben

**161.** Der Radius des dritten dunklen Ringes beträgt bei Beleuchtung eines Newtonschen Farbglases im reflektierten Licht  $2\text{ mm}$ . Berechne die Wellenlänge des monochromatischen Lichtes, wenn der Krümmungsradius der Linse  $2\text{ m}$  beträgt.

**162.** Welche Wellenlänge des sichtbaren Spektrums wird bei Betrachtung einer Seifenhaut ( $d = 400\text{ nm}$ ,  $n = 1,38$ ) im durchgehenden Licht verstärkt?

**163.** Zwei ebene Glasplatten werden so zusammengelegt, daß sie einen Keil bilden. Bei Bestrahlung mit monochromatischem Licht ( $\lambda = 620\text{ nm}$ ) sind 14 dunkle Streifen bis zum Ende im reflektierten Licht sichtbar. Wie groß ist der Abstand der Platten am offenen Ende?



### Kontrollfragen

1. Was versteht man unter Kohärenz und Kohärenzlänge?
2. Beschreibe den Fresnelschen Versuch.
3. Wie lautet die Kohärenzbedingung für eine ausgedehnte Lichtquelle?
4. Was versteht man unter der optischen Wegdifferenz?
5. Erkläre die Reflexion am optisch dichteren und am optisch dünneren Medium.
6. Wie kommen die Newtonschen Ringe zustande?
7. Was versteht man unter dem Antireflexbelag?
8. Beschreibe die Funktionsweise einer CD!

## 14.2 Beugung

### Beugung am Einzelspalt

#### Versuch

Ein Spalt mit veränderbarer Breite wird mit Laserlicht bestrahlt; bei geringer Spaltbreite entstehen auf dem Schirm helle und dunkle Streifen (Abb. 79.1 und 79.2).

Das Licht verhält sich ebenso wie z. B. eine Wasserwelle: Es breitet sich in den geometrischen Schattenraum aus. Es wird *gebeugt*.

Ist der Spalt größer als etwa 1 mm, erhält man ein Bild auf dem Schirm, welches den Gesetzmäßigkeiten der geometrischen Optik gehorcht. Es tritt keine Beugung mehr auf, da die Kohärenzbedingungen nicht mehr erfüllt sind (Abb. 79.3).

#### Erklärung:

Nach dem Huygensschen Prinzip sind alle Punkte des Spaltes Ausgangspunkte von Elementarwellen, die bei ihrer Ausbreitung interferieren.

Der Interferenzstreifen in der Mitte des symmetrischen Beugungsbildes ist der hellste. Er wird als *Hauptmaximum* bezeichnet. Die Nebenmaxima links und rechts davon besitzen eine geringere Beleuchtungsstärke.

Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Abständen der Interferenzstreifen und der Spaltbreite  $d_s$ ? Wir fragen zunächst: Wie groß ist der Winkel  $\alpha_1$  für das erste Minimum (Abb. 79.4)? Auslöschung tritt ein, wenn der Gangunterschied der beiden Randstrahlen  $\lambda$  beträgt. Um dies einzusehen, denkt man sich den Spalt in zwei Hälften unterteilt. Der Gangunterschied der Strahlenpaare (1,1'), (2,2'), ... beträgt jeweils  $\lambda/2$ . Damit löschen sie einander aus.

Somit folgt für das erste Minimum:

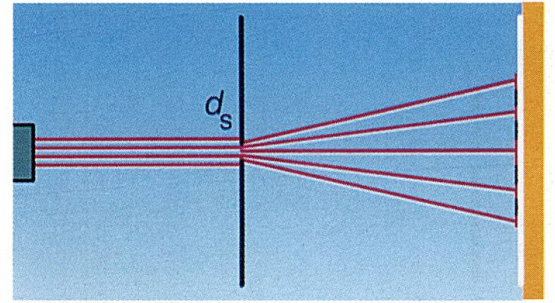
$$\sin \alpha_1 = \frac{\lambda}{d_s}$$

Eine analoge Überlegung kann für das erste Nebenmaximum angestellt werden (Abb. 79.5): Beträgt der Gangunterschied der Randstrahlen  $3/2 \lambda$ , tritt Verstärkung auf.

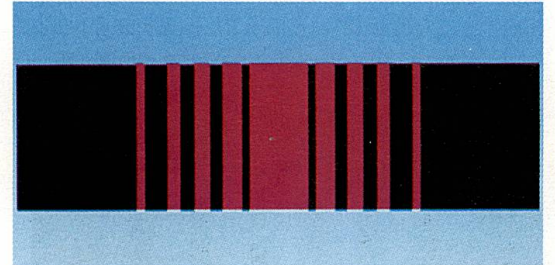
$$\sin \alpha_1 = \frac{3 \lambda}{2 d_s}$$

Das Experiment zeigt, daß bei geringerer Spaltbreite die Interferenzstreifen weiter auseinanderrücken. Die Beleuchtungsstärke der Maxima nimmt mit steigender Ordnungszahl ab (Abb. 79.6).

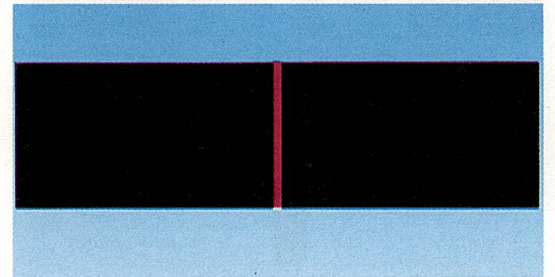
Ein einfacher Beugungsversuch: Bilde mit den beiden Daumen einen Spalt und blicke durch diesen in eine Kerzenflamme; Interferenzstreifen werden dann sichtbar.



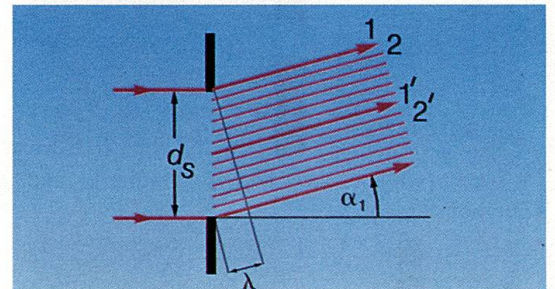
79.1 Laserlicht wird an einem Spalt gebeugt.



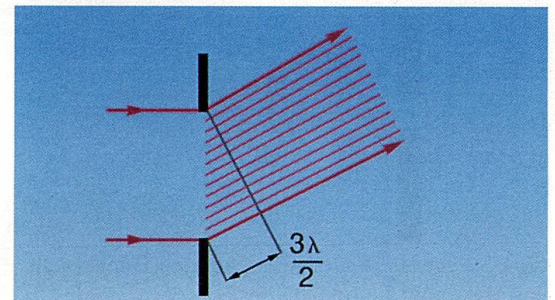
79.2 Dabei entsteht ein Beugungsbild mit streifenförmigen Helligkeitsmaxima und -minima.



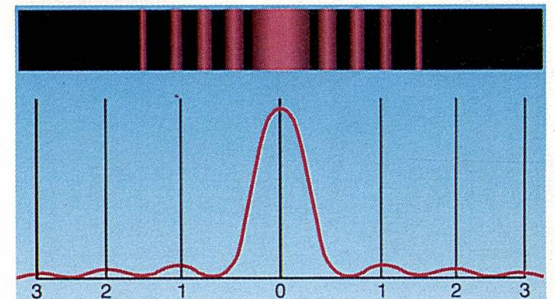
79.3 Hier ist der Spalt breiter als 1 mm. Die Beugungsbilder sind verschwunden.



79.4 Bestimmung des Winkels  $\alpha_1$  für das erste Minimum

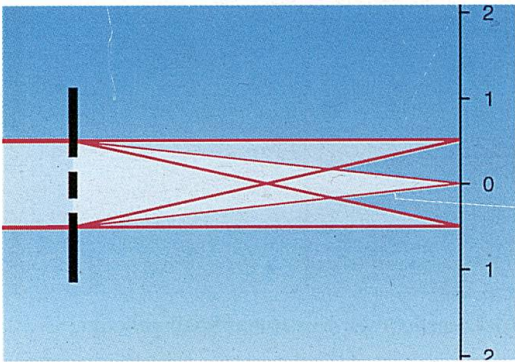


79.5 Bestimmung des Winkels  $\alpha_1$  für das erste Nebenmaximum

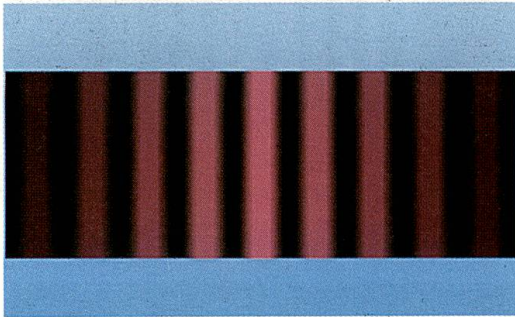


79.6 Die Beleuchtungsstärke nimmt mit steigender Ordnungszahl ab.

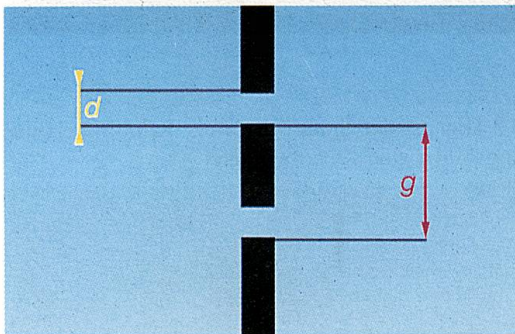




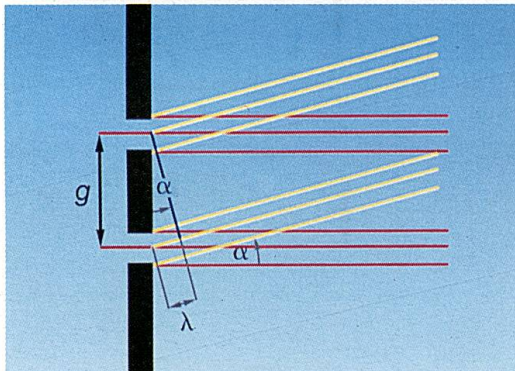
80.1 Laserlicht wird an einem Doppelspalt gebeugt. Praktisch sind die im spitzen Winkel einfallenden Strahlen parallel.



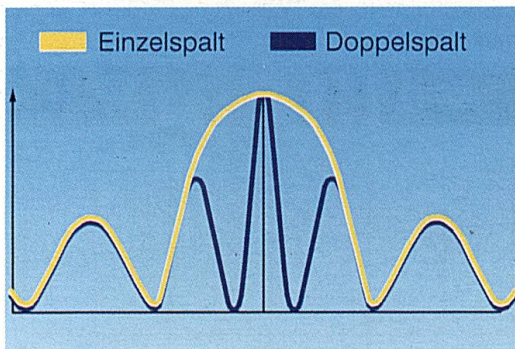
80.2 Dabei entsteht ein feineres Beugungsbild als bei der Beugung am Spalt.



80.3 Unterscheide zwischen Spaltbreite  $d$  und Gitterkonstante  $g$ .



80.4 So entsteht bei der Beugung am Doppelspalt das Maximum 1. Ordnung.



80.5 Verteilung der Beleuchtungsstärke - Einzelspalt und Doppelspalt im Vergleich

### Beugung an einem Hindernis

Wird der Spalt durch einen feinen Draht ersetzt, entsteht das gleiche Interferenzmuster: Es werden am Draht Elementarwellen erzeugt, die in den Schattenraum eindringen und interferieren.

Spalt und Draht verhalten sich wie ein Positiv und dessen Negativ. Legt man sie übereinander und beleuchtet sie, bleibt der Schirm dunkel.

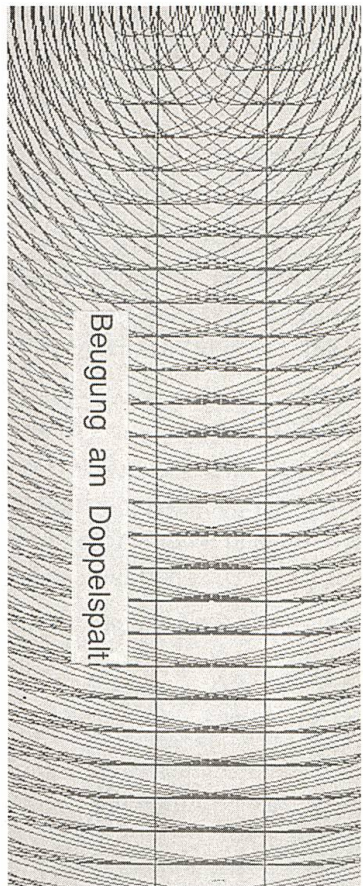
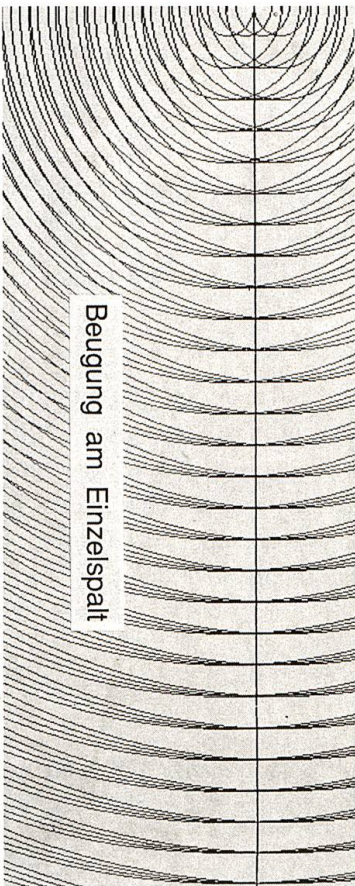
Daraus kann gefolgert werden, daß sich die Bilder doch in einem Punkt unterscheiden müssen, und zwar in der Phase. Schwingen die beiden Bilder nämlich gegenphasig, so ergeben sie bei Überlagerung ebenfalls Dunkelheit.

### Beugung am Doppelspalt

#### Versuch

Montiert man in den Strahlengang eines Laserlichtes einen Doppelspalt, erhält man ebenfalls ein Interferenzmuster (Abb. 80.1). Dieses ist jedoch feiner als jenes, welches durch einen Einzelspalt entsteht. Dargestellt sind das Hauptmaximum und die beiden ersten Nebenminima.

Es gilt zwischen Gitterkonstante und Spaltbreite zu unterscheiden (Abb. 80.3). Beträgt der Gangunterschied der beiden Strahlen  $0, \lambda, 2\lambda, \dots$ , erhält man ein Maximum. Beträgt er  $\lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2, \dots$ , entsteht ein Minimum (Abb. 80.4).



80.6 Die Beugung am Einzelspalt und am Doppelspalt kann mit Hilfe eines Programmes simuliert werden. Die Wellenflächen werden durch Halbkreise dargestellt, deren Mittelpunkte in den jeweiligen Spalten liegen. Jede Wellenfläche stellt einen Wellenberg dar. Die eingezeichnete Linie bei der Einzelspaltsimulation gibt die Richtung des Hauptmaximums an. Bei der Doppelspaltsimulation wird die Verschiebung des Hauptmaximums zwischen die beiden Spalte deutlich. Die beiden Linien geben die Orte der Einzelspaltmaxima an.



## Beugung am Gitter

### Versuch

Beugt man einen Laserstrahl an einer Vogelfeder, erhält man am Schirm ein Beugungsbild mit Interferenzstreifen. Die Haare der Feder bilden zahlreiche nebeneinanderliegende Spalte. Die Beugungsbilder der Einzelspalte überlagern einander und erzeugen das Beugungsbild.

Eine Anordnung mehrerer Spalte wird als *optisches Gitter* bezeichnet. (Der Doppelspalt ist ein Spezialfall eines optischen Gitters.) Diese können durch Ritzen einer Glasplatte mit einer Diamantspitze erzeugt werden. Bis zu 2000 parallele Striche pro Millimeter sind möglich. Von einem derart aufwendig hergestellten Originalgitter können durch Kunststoffabdruck weitere Gitter erzeugt werden.

Führt man den Versuch mit einem Gitter durch, treten ähnlich wie beim Doppelspalt Interferenzstreifen auf. Je größer die Anzahl der Spalte ist, umso schärfer sind die Maxima ausgebildet (Abb. 81.1).

### Beugung an Doppelspalt und Gitter

Für Maxima gilt:  $\sin \alpha_k = \frac{k \lambda}{g} \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots)$

Für Minima gilt:  $\sin \alpha_k = \frac{2k+1}{2} \cdot \frac{\lambda}{g} \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots)$

### Beispiel A

Ein Gitter mit der Gitterkonstanten 0,8 mm wird mit monochromatischem Licht beleuchtet. Auf einem 1 m vom Gitter entfernten Schirm entsteht ein Beugungsbild, wobei der Abstand zwischen dem Maximum 3. und 4. Ordnung 0,5 mm beträgt. Berechne die Wellenlänge des Lichtes!

(1)  $\sin \alpha_3 = \frac{3 \lambda}{g}, \quad \sin \alpha_4 = \frac{4 \lambda}{g}$

(2)  $\tan \alpha_3 = \frac{d_3}{s}, \quad \tan \alpha_4 = \frac{d_4}{s}$

(3) Für kleine Winkel gilt:  $\sin \alpha \approx \tan \alpha$

(1), (2), (3)  $\frac{3 \lambda}{g} = \frac{d_3}{s} \Leftrightarrow d_3 = s \frac{3 \lambda}{g}$

$\frac{4 \lambda}{g} = \frac{d_4}{s} \Leftrightarrow d_4 = s \frac{4 \lambda}{g}$

$\Delta d = d_4 - d_3 = \frac{s \lambda}{g} \Leftrightarrow \lambda = \frac{\Delta d \cdot g}{s}$

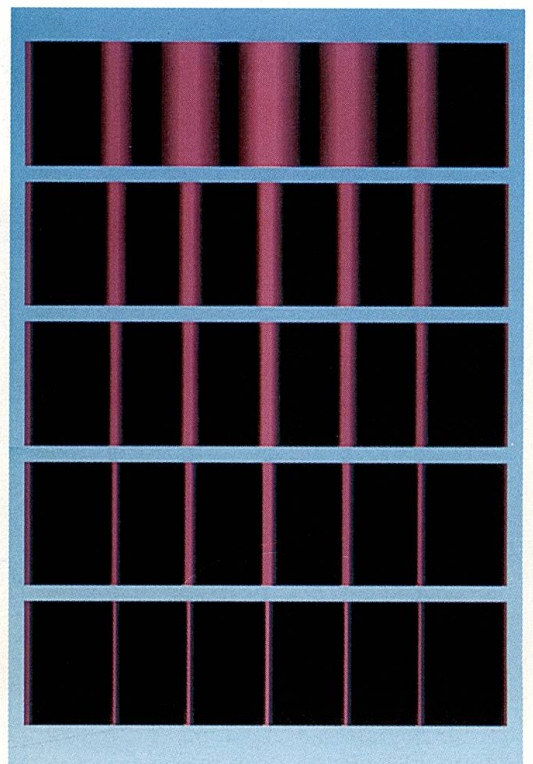
$\lambda = \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{1 \text{ m}} = 400 \text{ nm}$

## Farbzerlegung durch Beugung

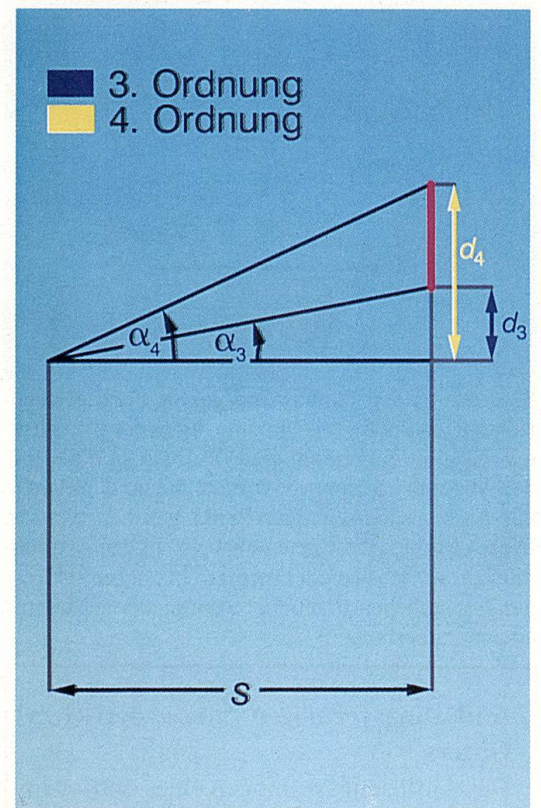
Läßt man weißes Licht durch ein Gitter fallen, erhält man am Schirm ein Spektrum. Es wird als *Gitterspektrum* bezeichnet. Es unterscheidet sich vom Prismenspektrum dadurch, daß Rot die stärkste und Violett die geringste Ablenkung erfährt. Dies erklärt sich aus der Abhängigkeit der Beugung von der Wellenlänge. Eine größere Wellenlänge bedeutet auch eine größere Ablenkung:

$$\sin \alpha_k = \frac{k \lambda}{g}$$

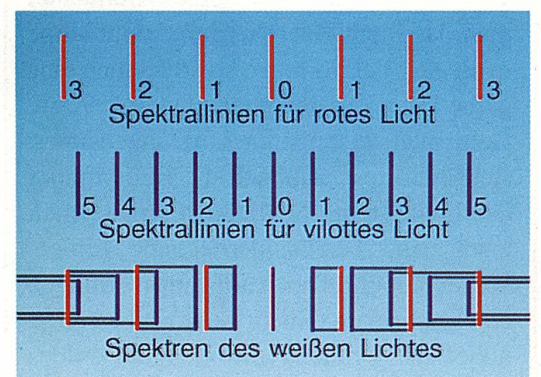
Jedes Beugungsmaximum - ausgenommen das Hauptmaximum - besteht aus einem Spektrum. Dabei nimmt die Breite der Einzelspektren mit steigendem  $k$  zu (Abb 82.3). Die Folge ist, daß es dabei zu einer teilweisen Überlappung der Spektren kommt (Abb. 81.3).



81.1 Stets die gleiche Gitterkonstante, aber von oben nach unten zunehmende Spaltenanzahl

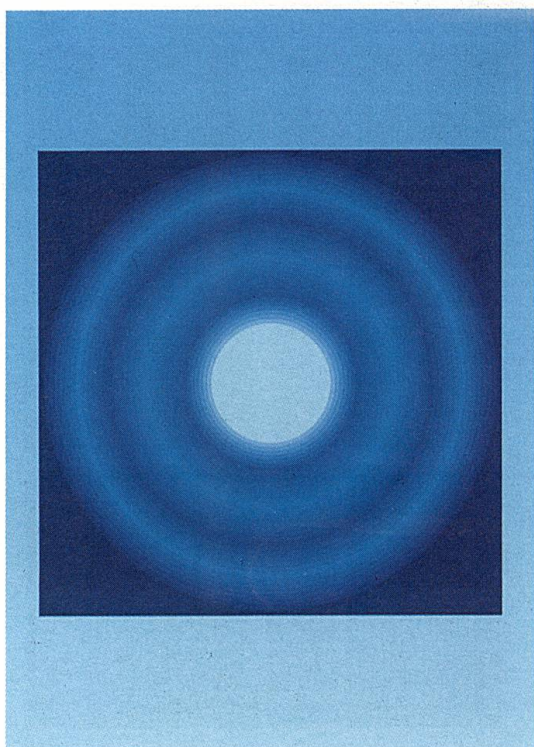


81.2 Abbildung zu Beispiel A

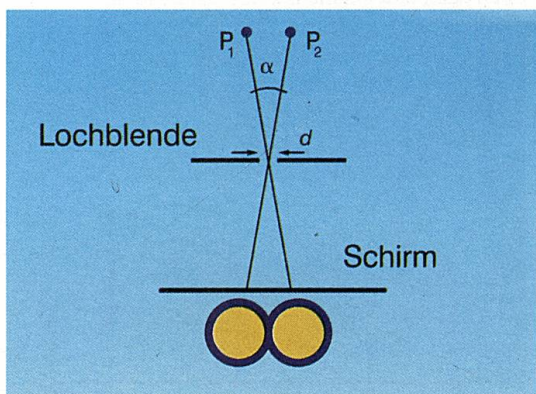


81.3 Die Gitterspektren des sichtbaren Lichtes überlappen sich von der 2. Ordnung an.





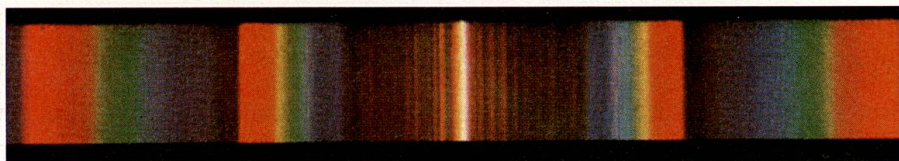
82.1 Beugungsbild eines Punktes an einer Kreisblende



82.2 Die beiden Punkte sind gerade noch getrennt sichtbar, da die beiden Maxima durch ein gemeinsames Minimum getrennt sind. Würden sich die beiden Maxima überlappen, würden die beiden Punkte nur noch als ein einziger Punkt gesehen werden. Dieses Problem tritt beispielsweise in der Astronomie auf, wenn zwei oder mehrere Fixsterne als Beugungsscheibchen abgebildet werden, deren Maxima einander überlappen.

### Auflösungsvermögen eines optischen Gitters

Das Auflösungsvermögen eines optischen Gitters nimmt mit der Ordnung des Beugungsbildes zu. Ein Beispiel: Betrachtet man das Licht einer Natriumdampflampe in einem Spektrometer, so erhält man eine gelbe Linie mit der Wellenlänge 589 nm. Geht man zu höheren Ordnungen über, stellt man fest, daß sich die Linie immer deutlicher teilt. Schließlich erhält man zwei nahe beieinanderliegende Linien. Allgemein gilt: Das Auflösungsvermögen eines optischen Gitters ist umso besser, je höher die Ordnung des Beugungsbildes und je größer die Anzahl der Gitterspalte ist.



82.3 Gitterspektrum des weißen Lichtes

### Beispiel B

Zeige, daß sich in einem Gitterspektrum von weißem Licht Rot ( $\lambda = 710 \text{ nm}$ ) im Maximum 2. Ordnung und Blau ( $\lambda = 460 \text{ nm}$ ) im Maximum 3. Ordnung überlappen!

$$\sin \alpha_{2,r} = \frac{2 \lambda_r}{g}$$

$$\sin \alpha_{3,b} = \frac{3 \lambda_b}{g}$$

$$\sin \alpha_{2,r} = \frac{1,42 \cdot 10^{-6}}{g}$$

$$\sin \alpha_{3,b} = \frac{1,38 \cdot 10^{-6}}{g}$$

Aus  $\sin \alpha_{2,r} > \sin \alpha_{3,b}$  folgt, daß auch  $\alpha_{2,r} > \alpha_{3,b}$ . Somit ist das Maximum 2. Ordnung für Rot weiter von der Bildmitte entfernt als das Maximum 3. Ordnung für Blau.

## Auflösungsvermögen

### Versuch

Eine Glasplatte wird mit feingemahlenem Pfeffer dünn bestreut. Dann betrachtet man eine ungefähr 3 m entfernte Kerzenflamme durch diese Platte hindurch. Es erscheinen zumindest zwei farbige Kreise.

Die nebeneinanderliegenden Körner bilden viele Spalte, also ein optisches Gitter. Somit sind die Ringe eine Interferenzerscheinung. Die kreisförmige Anordnung der Interferenzstreifen erklärt sich daraus, daß nach allen Seiten hin Körnchen und somit auch Spalte vorhanden sind.

Trifft eine von einem Objektpunkt ausgehende Kugelwelle auf eine Blende, kommt es zu einer Beugung; es treten helle und dunkle Interferenzringe auf (Abb. 82.1). Die Folge davon ist, daß ein Punkt nicht mehr als Punkt, sondern als *Beugungsscheibchen* abgebildet wird. Zwei nebeneinanderliegende Punkte erzeugen somit zwei Interferenzfiguren, die sich überlappen. Die Punkte sind nur dann getrennt wahrnehmbar, wenn das erste Minimum des einen Systems nur so weit in das Zentrum des anderen fällt, daß ein gemeinsames Minimum zwischen den Hauptmaxima erhalten bleibt (Abb. 82.2). Der erste dunkle Ring wird daher als Radius des Beugungsscheibchens bezeichnet.

Zwei Punkte mit dem Winkelabstand  $\alpha$  werden durch eine Öffnung mit dem Durchmesser  $d$  gerade noch getrennt gesehen, wenn gilt:

$$\sin \alpha \approx \frac{\lambda}{d}$$

Je kleiner die Wellenlänge und je größer der Durchmesser der Öffnung sind, umso kleiner ist der Winkelabstand der noch getrennt sichtbaren Punkte.

### Beispiel C

Berechne den kleinsten Schwinkel des Auges für eine Wellenlänge von 640 nm, wenn der Durchmesser der Pupille mit 3 mm angenommen wird.

$$\sin \alpha \approx \frac{\lambda}{d}$$

$$\sin \alpha \approx \frac{640 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{3 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \Rightarrow \alpha \approx 0,73' \approx 1'$$

Der kleinste Schwinkel beträgt ungefähr 1'. Diese Auflösungsgrenze erhält man auch aus dem Aufbau der Netzhaut aus Stäbchen und Zäpfchen.



Das Auflösungsvermögen eines Mikroskops

Das Auflösungsvermögen eines Mikroskops ist Maß seiner Güte. Es ist nicht entscheidend, wie groß ein Gegenstand mit Hilfe eines Mikroskops erscheint, sondern welche Einzelheiten des Objektes noch aufgelöst werden können. Oberhalb einer bestimmten Vergrößerung bleibt nämlich die Information über den betrachteten Gegenstand gleich. Wir betrachten nun die Abbildung eines Strichgitters durch ein Mikroskop.

Gelangt Licht durch das Gitter auf das Objektiv, dann tritt Beugung auf. Sieht man nur das Maximum 0. Ordnung, erhält man keine Information über das Gitter. Es müssen zumindest zwei getrennt erkennbare Beugungsmaxima auf das Objektiv treffen.

Für das Maximum 1. Ordnung gilt:  $\sin \alpha_1 = \frac{\lambda}{g} \Leftrightarrow g = \frac{\lambda}{\sin \alpha_1}$

$g$  ist der kleinste auflösbare Abstand. Der Winkel  $2 \alpha$  wird als Öffnungswinkel bezeichnet (Abb. 83.1). Dieser Wert kann durch einige Veränderungen wesentlich verbessert werden. Bei schrägem Lichteinfall ist es möglich, den kleinsten auflösbaren Abstand auf die Hälfte zu verkleinern. (In diesem Fall wird die Gitterkonstante kleiner, der Abstand der Maxima größer - siehe Abb. 83.2!)

Weiters kann man den Raum zwischen Deckglas und Objektiv mit einer Flüssigkeit, der Immersionsflüssigkeit (z. B. Zedernöl), füllen. Dadurch verringert sich die Wellenlänge um einen Faktor  $1/n$ .

Somit erhält man für das Auflösungsvermögen folgende Näherungsformel:

$$g = \frac{\lambda}{2 n \sin \alpha}$$

$n \cdot \sin \alpha$  wird als *numerische Apertur* bezeichnet.

Beispiel D

Berechne das Auflösungsvermögen eines Mikroskops bei einem Öffnungswinkel von  $140^\circ$  und der Immersionsflüssigkeit Zedernöl ( $n = 1,515$ ).

$$g = \frac{\lambda}{2 n \sin \alpha} = \frac{\lambda}{2 \cdot 1,515 \cdot \sin 70^\circ} = 0,35 \lambda$$

Der Regenbogen

Ein Regenbogen entsteht, wenn die hinter dem Beobachter stehende Sonne eine Regenwolke oder Regenwand bescheint.

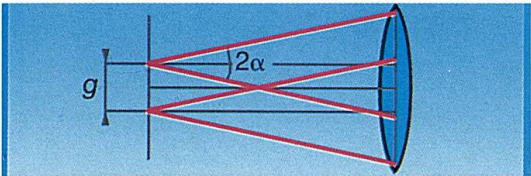
Den äußeren Rand des *Hauptregenbogens* sieht der Beobachter unter einem Höhenwinkel von  $42,5^\circ$  (Abb. 83.4). Die Farbfolge geht von Rot bis Violett. An den Hauptregenbogen schließen noch mehrere Farbfolgen an. Unter einem Winkel von  $51^\circ$  erscheint der *Nebenregenbogen* (Abb. 83.5), der eine Farbfolge von Violett bis Rot aufweist.

Die Erklärung des Regenbogens ist bis heute noch nicht ganz gelungen. Die Erscheinung des Regenbogens läßt sich prinzipiell aus einem Zusammenwirken von Beugung und Brechung erklären.

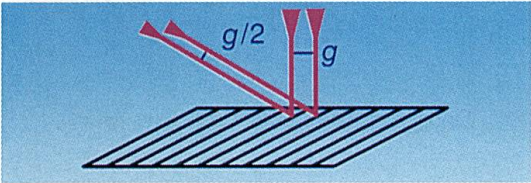
Der Regenbogen kann keine reine Dispersionerscheinung sein, da dies nur eine Farbfolge bedeuten würde. Es muß auch die Streuung an den Wassertöpfchen beachtet werden.

Aufgaben

- 164. Die Gitterkonstante eines Gitters beträgt 0,012 mm. Das Maximum 1. Ordnung ist vom Maximum 0. Ordnung 12 cm entfernt. Berechne die Wellenlänge des verwendeten Lichtes, wenn der Schirm 2,5 m vom Gitter entfernt ist!
- 165. Ein Einzelspalt ( $d_s = 0,08$  mm) wird mit monochromatischem Licht ( $\lambda = 700$  nm) beleuchtet. Der Schirm ist 1 m vom Spalt entfernt. Berechne die Entfernung des zweiten dunklen Streifens vom Hauptmaximum!

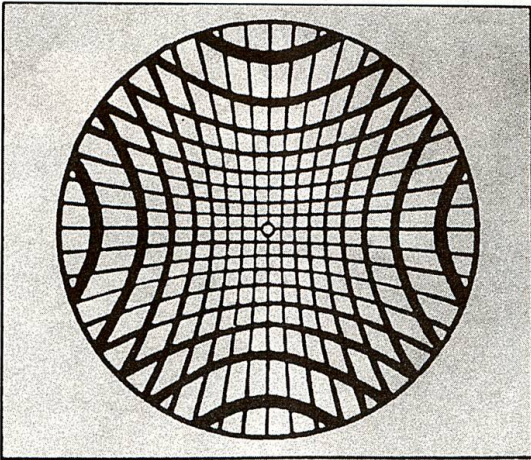


83.1 Ist  $g$  der kleinste auflösbare Abstand, dann bezeichnet man  $2 \alpha$  als Öffnungswinkel.

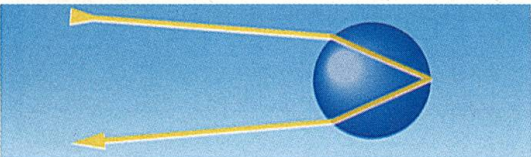


83.2 Bei schrägem Lichteinfall wird der kleinste auflösbare Abstand auf etwa die Hälfte verkleinert.

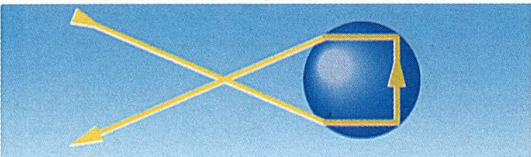
Der deutsche Physiker *Ernst Abbe* (1840 - 1905) entwickelte eine Theorie über das Auflösungsvermögen optischer Systeme. Seine Theorie der mikroskopischen Abbildung geht davon aus, daß in einem Mikroskop die Bildentstehung und das Auflösungsvermögen nicht nur durch die Güte seiner optischen Teile begrenzt sind, sondern auch durch die Wellennatur des Lichtes. Die Zusammenarbeit Abbes mit dem Unternehmer *Carl Zeiss* brachte dank der wissenschaftlichen Berechnungen Abbes bedeutende Qualitätsverbesserungen bei optischen Präzisionsgeräten, vor allem bei Mikroskopen.



83.3 Abbesche Testfigur zur Prüfung von Mikroskopobjektiven

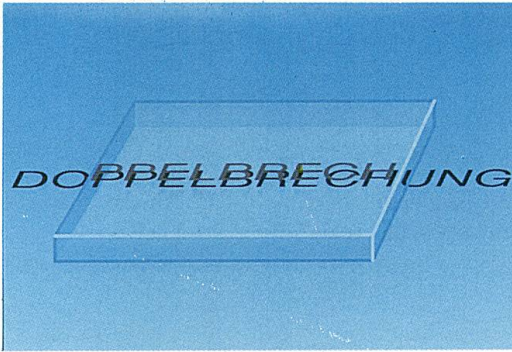


83.4 Hauptregenbogen: Der einfallende Lichtstrahl wird zweimal gebrochen und einmal reflektiert.

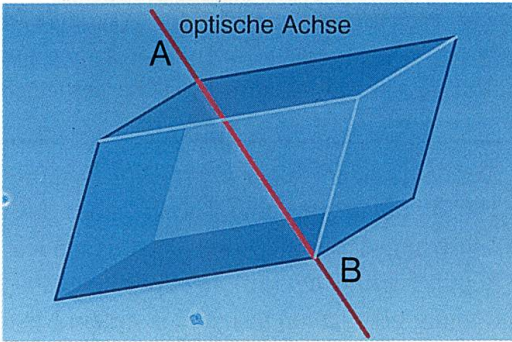


83.5 Nebenregenbogen: Der einfallende Lichtstrahl wird zweimal gebrochen und zweimal reflektiert.

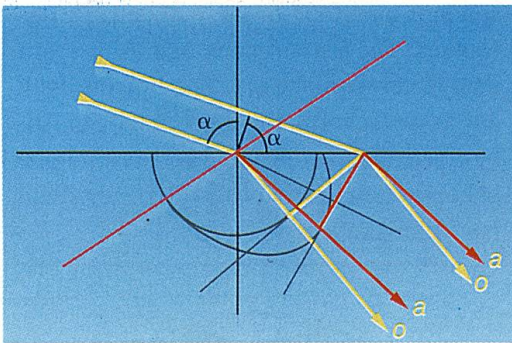




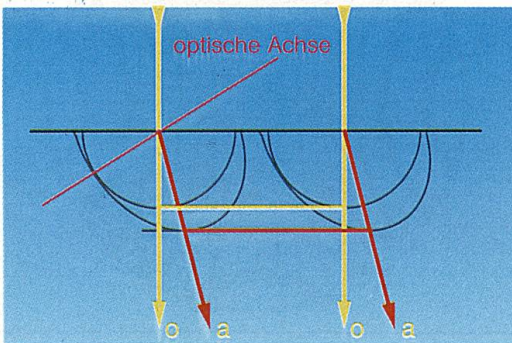
84.1 Doppelbrechung an einem Kalkspatkristall



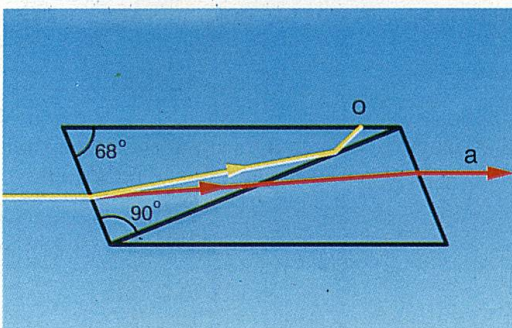
84.2 Der Kalkspatkristall hat eine Rhomboedergestalt. Die Achse von A nach B wird als *optische Achse* bezeichnet.



84.3 Erklärung der Doppelbrechung mittels des Huygensschen Prinzips



84.4 Senkrechter Lichteinfall auf die Kalkspatfläche. Der außerordentliche Strahl schwingt in der Hauptebene, der ordentliche senkrecht zu dieser.



84.5 Nicol'sches Prisma: Der ordentliche Strahl wird absorbiert, der außerordentliche Strahl kann hindurchtreten.

**166.** Man bestrahlt ein Gitter mit 150 Strichen pro mm mit blauem Licht ( $\lambda = 400 \text{ nm}$ ). Bis zu welcher Ordnung gibt es Maxima?

**167.** Berechne das maximale Auflösungsvermögen eines Lichtmikroskops, wenn keine Immersionsflüssigkeit vorhanden ist.

#### Kontrollfragen

1. Erkläre die Beugung am Einzelspalt!
2. Wie lauten die Bedingungen für Maxima und Minima beim Doppelspalt?
3. Was versteht man unter einem optischen Gitter?
4. Welcher Unterschied besteht zwischen einem Gitterspektrum und einem Prismenspektrum?
5. Was ist unter dem Auflösungsvermögen zu verstehen?
6. Durch welchen Zusammenhang kann das Auflösungsvermögen des Mikroskops beschrieben werden?
7. Wie kommt ein Regenbogen zustande?

### 14.3 Polarisation

Die Interferenzerscheinungen haben gezeigt, daß Licht ein Wellenvorgang sein muß. Da "gewöhnliches" Licht nun durch sehr viele ungeordnet schwingende Atome erzeugt wird, besitzt es keine ausgezeichneten Schwingungsrichtungen. Es besteht aus vielen transversalen Wellenzügen. Mit entsprechenden Vorrichtungen ist es möglich, daraus Licht mit nur einer Schwingungsebene zu erzeugen. Man spricht dann von polarisiertem Licht. Den Vorgang nennt man *Polarisation*.

### Doppelbrechung und Polarisation

#### Versuch

Legt man einen Kalkspat auf ein Stück beschriebenes Papier, sieht man die Schrift doppelt (Abb. 84.1). Bei Drehung des Kristalls nach verschiedenen Richtungen sieht man, daß in einer Richtung das Bild nicht verdoppelt wird.

Wenn zwei Bilder entstehen, darf geschlossen werden, daß sich ein Lichtstrahl beim Durchgang durch den Kristall in zwei Teile aufteilt, die verschieden stark gebrochen werden. Es erfolgt eine sogenannte *Doppelbrechung*. Dies ist jedoch nur dann möglich, wenn die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes nach verschiedenen Richtungen des Kristalls unterschiedlich ist.

Stoffe mit der Eigenschaft der Doppelbrechung heißen *anisotrop*. Die Richtung, in der keine Doppelbrechung auftritt, wird als *optische Achse* bezeichnet (Abb. 84.2). Jede Ebene, die parallel zur Richtung der optischen Achse liegt, heißt *Hauptschnitt* oder *Hauptebene*.

Die auffallenden Lichtstrahlen werden gebrochen. Nach dem Huygensschen Prinzip bilden sich Elementarwellen aus. Jener Strahl, der sich so verhält wie bei der Brechung in einem isotropen Medium wird als *ordentlicher Strahl* bezeichnet, der andere als *außerordentlicher Strahl*. Die *ordentliche* Elementarwellenfläche ist eine Kugelfläche. Der außerordentliche Strahl wird weniger stark gebrochen, da seine Ausbreitungsgeschwindigkeit größer als die des ordentlichen Strahles ist. Die *außerordentliche* Wellenfläche ist eine Ellipsoidfläche (Abb. 84.3 und 84.4). Sowohl der ordentliche als auch der außerordentliche Strahl sind polarisiert.

#### Nicol'sches Prisma

Ein Kalkspat wird längs der Diagonale auseinandergeschnitten und mit Kanadabalsam wieder zusammengeklebt. Dieser hat eine Brechzahl, die kleiner ist als die des Kalkspats. An dieser Schicht tritt dann bei Lichtdurchgang eine Totalreflexion des ordentlichen Strahles ein (Abb. 84.5).



## Dichroismus

Bestimmte doppelbrechende Substanzen absorbieren vorwiegend einen der beiden entstehenden Strahlen, während der andere hindurchgelassen wird. Diese Eigenschaft wird als *Dichroismus* bezeichnet.

Der Dichroismus wird bei *Polarisationsfiltern* ausgenutzt. Sie bestehen meist aus Kunststoffolien, deren Makromoleküle durch mechanische Streckung parallel orientiert wurden.

## Licht ist eine Transversalwelle

Bis zur Entdeckung und Erklärung von Doppelbrechung und Polarisation am Beginn des 19. Jh. war es nicht klar, ob sich Licht als Transversal- oder als Longitudinalwelle ausbreitet. Eine Klärung dieser Frage bringt der folgende Versuch:

### Versuch

Zwei Polarisationsfilter werden in den Strahlengang einer Lichtquelle montiert, das Licht auf einem Schirm aufgefangen. Das zweite Filter wird so lange verdreht, bis bei einer bestimmten Position maximale Helligkeit am Schirm auftritt. Bei weiterer Verdrehung nimmt die Helligkeit stetig ab, bis schließlich bei einem Drehwinkel von  $90^\circ$  kein Licht mehr hindurchtritt.

**Erklärung:** Aus dem ersten Filter tritt offenbar eine Lichtwelle aus, die eine bestimmte Schwingungsebene aufweist. Dieses Licht kann das zweite Filter nur dann ungehindert passieren, wenn es sich in gleicher Stellung befindet wie das erste (Abb. 85.1). Ist es jedoch um  $90^\circ$  verdreht, sperrt es das ankommende Licht (Abb. 85.2).

Aus der Auslöschung des polarisierten Lichtes kann geschlossen werden, daß Licht eine "Seitlichkeit" aufweist, also eine Transversalwelle ist. Bei einer Longitudinalwelle, bei der Schwingungsrichtung und Ausbreitungsrichtung zusammenfallen, ist eine solche Auslöschung nicht möglich.

Sind die Polarisationsfilter in gekreuzter Stellung, tritt Dunkelheit ein, in paralleler Stellung erhält man größte Helligkeit.

Das erste Filter wird als *Polarisator* bezeichnet. Das zweite heißt *Analysator*, da man mit ihm den Polarisationszustand des Lichtes nachweisen kann. Die Schwingungsebene des Lichtes wird nun als *Polarisationsebene* bezeichnet.

Der Lichtstrahl, der vom obigen Polarisator erzeugt wird, heißt *linear polarisiert*.

Der Begriff "Polarisation" läßt sich verallgemeinern:

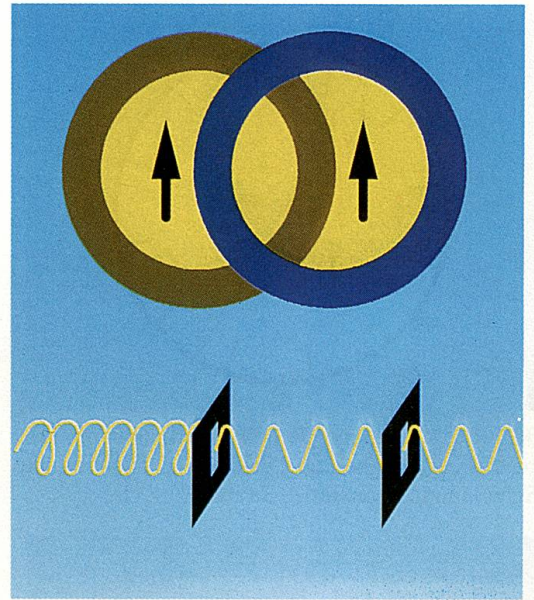
Ein Lichtstrahl heißt *vollkommen polarisiert*, wenn sich seine Schwingung in zwei zueinander normale Komponenten zerlegen läßt, die eine feste Phasenbeziehung besitzen.

Man unterscheidet verschiedene Arten von polarisiertem Licht:

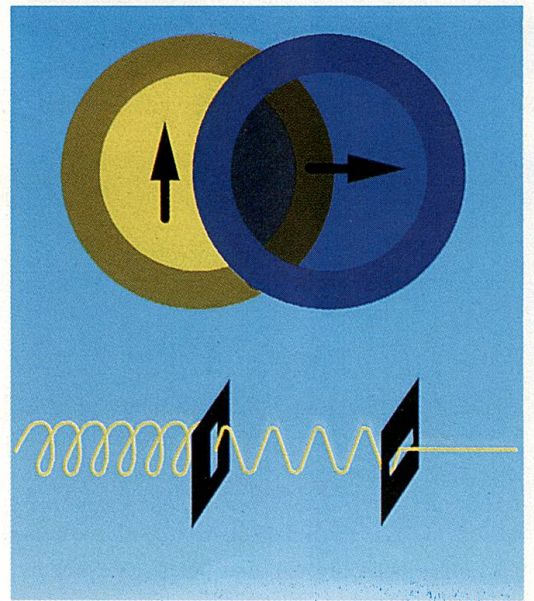
- a) *linear polarisiert*: Der Phasenunterschied ist Null. Die Komponenten lassen sich zu einer Schwingung konstanter Richtung und Amplitude zusammensetzen (Abb. 85.3).
- b) *zirkular polarisiert*: Der Phasenunterschied beträgt  $\pi/2$ , und die Komponenten sind gleich lang. Die Spitze der Resultierenden beschreibt eine Kreisbahn (Abb. 85.4).
- c) *elliptisch polarisiert*: Phasenunterschied und Größe der Komponenten sind beliebig (Abb. 85.5).

## Reflexion und Polarisation

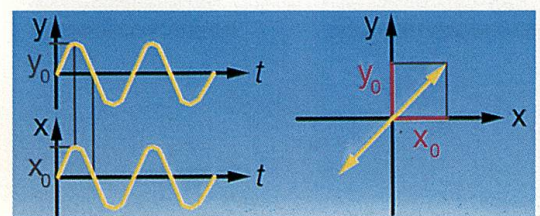
*Etienne Louis Malus* (1775-1812), ein französischer Physiker, entdeckte, daß Licht auch durch Reflexion polarisiert werden kann.



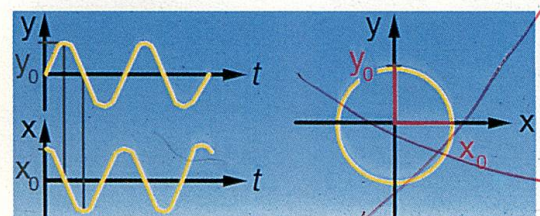
85.1 Polarisator und Analysator sind in paralleler Position.



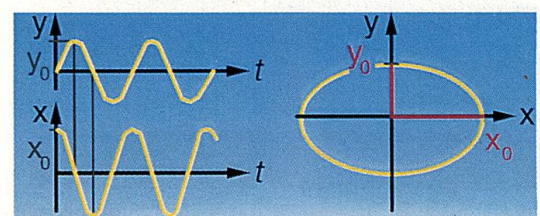
85.2 Der Analysator ist gegenüber dem Polarisator um  $90^\circ$  verdreht.



85.3 Linear polarisiertes Licht

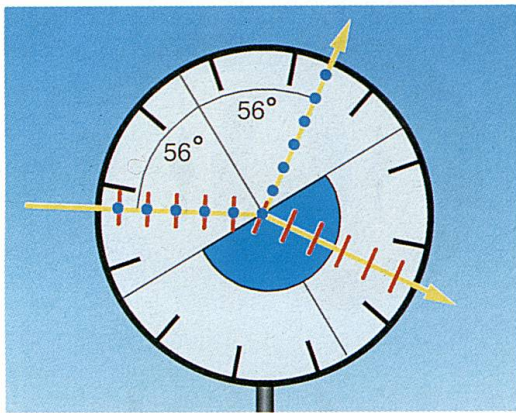


85.4 Zirkular polarisiertes Licht

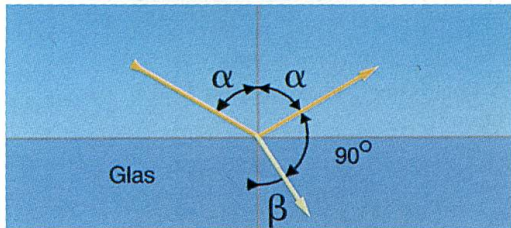


85.5 Elliptisch polarisiertes Licht

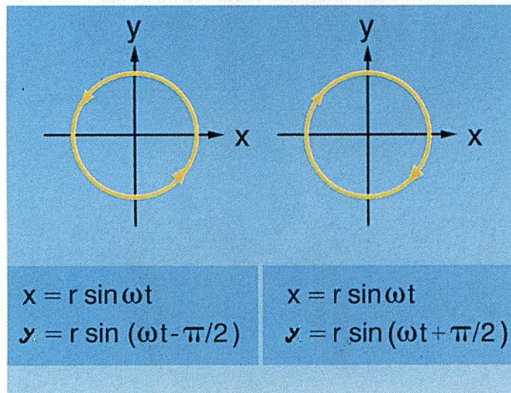




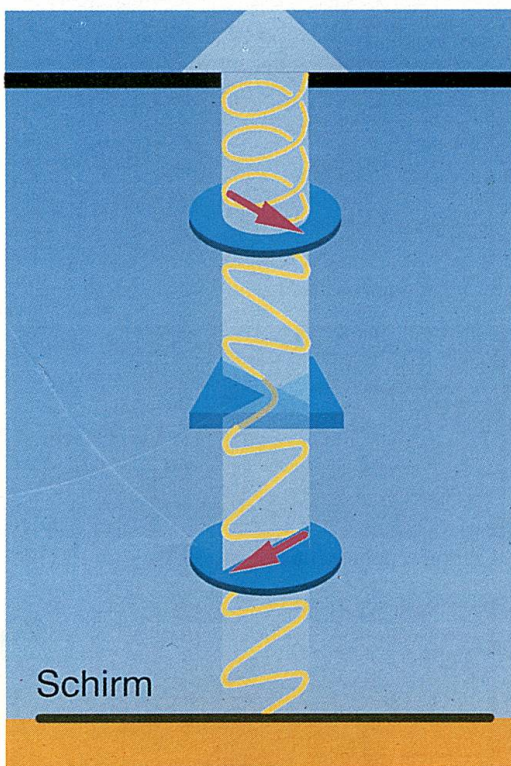
86.1 Die reflektierte Welle ist vollkommen linear polarisiert. Striche und Punkte symbolisieren die Schwingungsebenen der Strahlen.



86.2 Zur Herleitung des Brewsterschen Gesetzes



86.3 Linkes Bild: linkszirkular polarisiert; rechtes Bild: rechtszirkular polarisiert



86.4 Die Quarzplatte dreht die Schwingungsebene des polarisierten Lichtes.

## Versuch

Man läßt einen Lichtstrahl auf einen Glaskörper fallen, der sich auf einer optischen Scheibe befindet (Abb. 86.1). Der reflektierte Strahl wird mittels eines Analysators untersucht. Man stellt fest, daß das Licht linear polarisiert ist. Es tritt allerdings nur dann völlige Dunkelheit ein, wenn reflektierter und gebrochener Strahl einen Winkel von  $90^\circ$  einschließen. Nur in diesem Fall ist der reflektierte Strahl vollkommen linear polarisiert. Der Einfallswinkel beträgt dann  $56^\circ$ . Aus dem Brechungsgesetz folgt (Abb. 86.2):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{und} \quad \beta = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin (90^\circ - \alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{n_2}{n_1}$$

### Brewstersches Gesetz

Schließen reflektierter und gebrochener Strahl einen Winkel von  $90^\circ$  ein, erfolgt vollständige lineare Polarisation. Dies ist der Fall, wenn

$$\tan \alpha = \frac{n_2}{n_1}$$

$\alpha$  heißt *Brewster- oder Polarisationswinkel*.

Die Voraussetzung für diese Art der Polarisation ist die Existenz eines gebrochenen Strahles. Bei Reflexion durch Metallspiegel wird das Licht deshalb nicht linear polarisiert.

Versucht man durch eine Glasscheibe zu fotografieren, erhält man störendes Reflexionslicht, welches zum Teil linear polarisiert ist. Setzt man vor das Objektiv der Kamera ein drehbares Polarisationsfilter, kann man durch Verdrehen die Reflexionen schwächen.

### $\lambda/4$ -Plättchen

Darunter versteht man ein dünnes, doppelbrechendes Glimmerplättchen, welches zur Herstellung von zirkular polarisiertem Licht aus linear polarisiertem dient. Für ein solches Plättchen ergeben sich in zwei zueinander senkrecht stehenden Vorzugsrichtungen unterschiedliche Brechzahlen.

### Beispiel A

Für rotes Licht ( $\lambda = 650 \text{ nm}$ ) etwa betragen die Brechzahlen  $n_1 = 1,5908$  und  $n_2 = 1,5950$ . Wie dick muß ein Glimmerplättchen sein, damit der Gangunterschied der beiden Komponenten  $\lambda/4$  beträgt?

$$\frac{\lambda}{4} = d(n_2 - n_1) \Leftrightarrow d = \frac{\lambda}{4(n_2 - n_1)}$$

$$d = 0,0387 \text{ mm.}$$

Die Dicke des Plättchens muß  $0,0387 \text{ mm}$  betragen.

Bei zirkular polarisiertem Licht sind zwei Fälle zu unterscheiden: *linkszirkular polarisiert* und *rechtszirkular polarisiert*.

## Drehung der Polarisationssebene

### Versuch

Zwei Polarisationsfilter befinden sich in gekreuzter Stellung. Gibt man zwischen sie eine Quarzplatte, tritt am Schirm Helligkeit auf (Abb. 86.4). Durch Verdrehen des Analysators erhält man wieder Dunkelheit. Dies bedeutet, daß der Quarz in der Lage ist, die Schwingungsebene des Lichtes zu verdrehen.

Stoffe, die die Polarisationsebene des Lichtes verdrehen können, heißen *optisch aktiv*.

Es zeigt sich, daß eine Verdrehung nach links und nach rechts möglich ist, daher gibt es die Bezeichnungen *Linksquarz* und *Rechtsquarz*.



Die Drehung der Polarisationssebene hat *Fresnel* folgendermaßen erklärt:  
 Der linear polarisierte Strahl wird in zwei entgegengesetzt zirkular polarisierte Strahlen zerlegt, die in der drehenden Substanz eine unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeit besitzen. Beim Austritt in Luft setzen sie sich wieder zu einem linear polarisierten Strahl veränderter Schwingungsrichtung zusammen. Doppelbrechende Substanzen können somit die Polarisationssebene verdrehen. Optische Aktivität zeigen nicht nur Festkörper sondern auch Flüssigkeiten, wie der folgende Versuch zeigt.

**Versuch**

In einen Strahl polarisierten Lichtes wird ein Glasröhrchen mit Zuckerlösung gegeben. Folge: Die Polarisationssebene wird gedreht (Abb. 87.1).

In Flüssigkeiten kommt die Drehung durch die Schraubenstruktur der Moleküle selbst zustande. Deshalb kann aus der Größe der Drehung und der Länge des Röhrchens auf die Konzentration der Lösung geschlossen werden.

Geräte, mit denen die Drehung der Polarisationssebene gemessen wird, heißen *Polarimeter*. Ein Polarimeter, welches die Bestimmung der Zuckerkonzentration ermöglicht, bezeichnet man als *Saccharimeter*.

Enthält ein Stoff gleich viele rechts- wie linksdrehende Teilchen, ändert sich der Polarisationszustand des Lichtes nicht. Ein Gemisch der rechtsdrehenden und linksdrehenden Form eines optisch aktiven Stoffes heißt *Razemat*.

Optisch aktive Stoffe können bei gleicher chemischer Zusammensetzung in drei Formen auftreten: rechtsdrehend, linksdrehend und als Razemat.

Biologisch wichtige Stoffe wie Hormone, Vitamine und Fermente sind durchwegs optisch aktiv. Die entgegengesetzt drehenden Formen optisch aktiver Stoffe haben oft unterschiedliche biologische Wirkungen.

*Der Faraday-Effekt*

Da Licht eine elektromagnetische Welle ist, läßt es sich bei Ausbreitung in Materie auch durch elektrische und magnetische Felder beeinflussen.

**Versuch**

Man bringt zwischen die durchbohrten Polschuhe eines Elektromagneten einen Glasstab, der an beiden Enden geschliffen und poliert ist. Der Elektromagnet wird zwischen zwei gekreuzte Polarisationsfilter gestellt. Läßt man Licht durch diese Anordnung fallen, herrscht Dunkelheit am Schirm. Bei Stromfluß tritt Helligkeit ein; das bedeutet, daß durch das Magnetfeld die Polarisationssebene des linear polarisierten Lichtes verdreht wurde (Abb. 87.2).

*Kerr-Effekt*

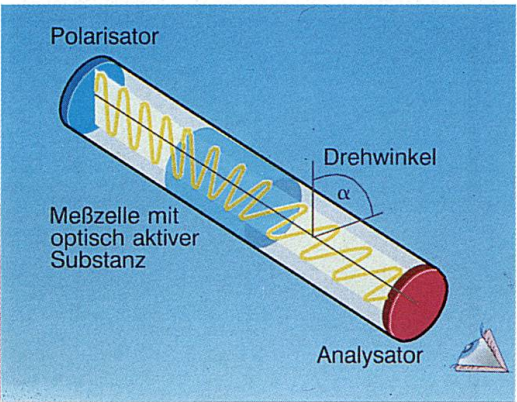
**Versuch**

Ein Kondensator wird mit Nitrobenzol gefüllt. Schickt man linear polarisiertes Licht durch die Anordnung, bleibt der Polarisationszustand erhalten. Legt man eine Spannung an den Kondensator, wird die Flüssigkeit unter dem Einfluß des elektrischen Feldes doppelbrechend. Ein im feldlosen Zustand auf Dunkelheit eingestellter Analysator läßt das Licht nach Anlegen des Feldes passieren (Abb. 87.3). Der gefüllte Kondensator wird als *Kerrzelle* bezeichnet.

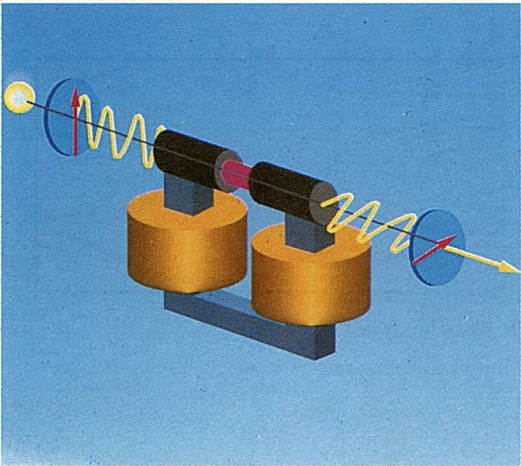
**Streuung**

**Versuch**

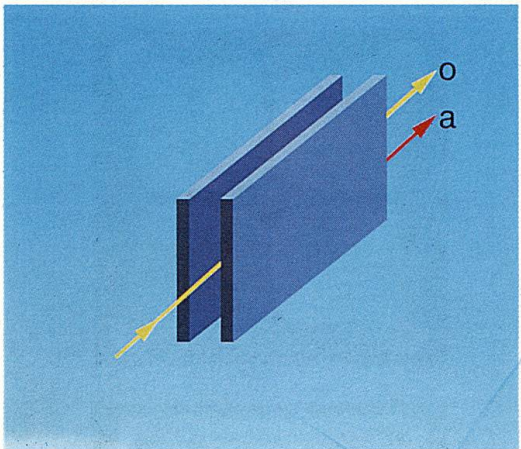
Man schickt einen Lichtstrahl durch ein mit Wasser gefülltes Glasgefäß, in welches etwas Milch gegeben wird. Das Licht wird an den Milchteilchen gestreut. Das gestreute Licht erscheint in blauer Farbe, da das kurzwellige blaue Licht stärker gebeugt wird als die anderen Farben. Blickt man nun durch ein Polarisationsfilter genau senkrecht zum Strahl, auf das Streulicht, erkennt man,



87.1 Die optisch aktive Substanz dreht die Polarisationssebene

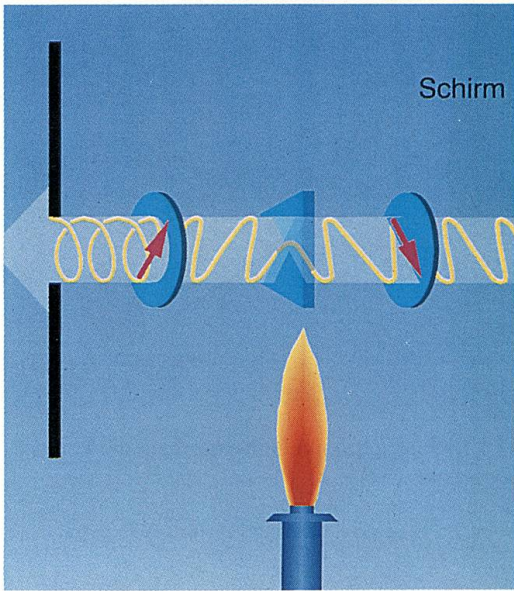


87.2 Der Faraday-Effekt

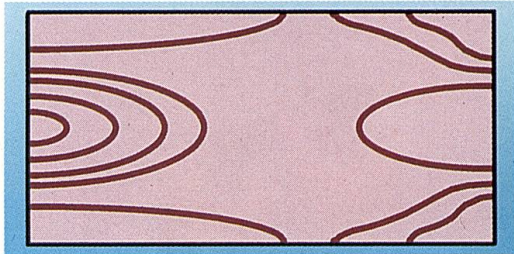


87.3 Der Kerr-Effekt

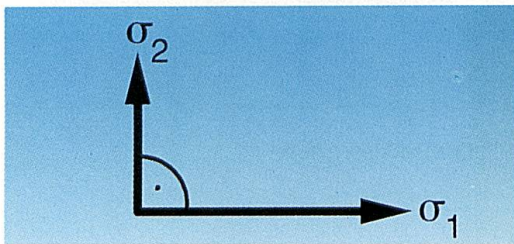




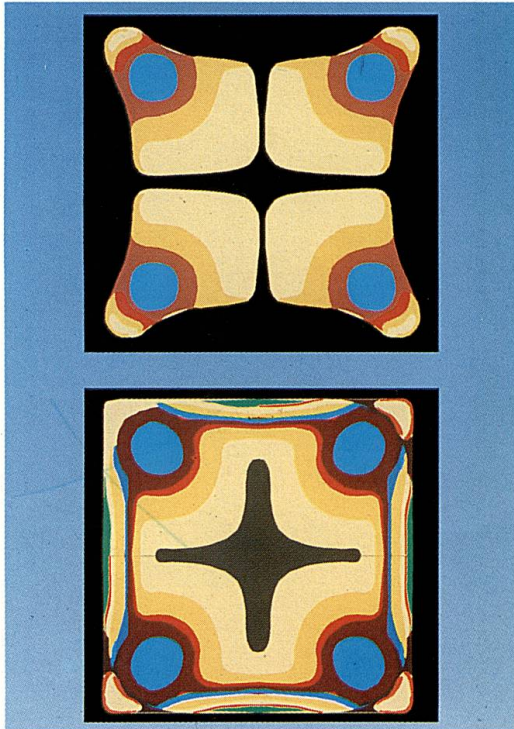
88.1 Isotropes Glas wird durch Erwärmen anisotrop.



88.2 Isochromaten



88.3 Die Hauptspannungen eines ebenen Spannungszustandes



88.4 Bilder eines rasch abgekühlten Glases zwischen zwei Polarisatoren. Oben wurde linear polarisiertes Licht, unten zirkular polarisiertes Licht verwendet.

Die Strahlstärke des gestreuten Lichtes hängt dabei sehr stark von dessen Wellenlänge ab.

### Himmelsfarbe

Die blaue Farbe des Himmels kann nun damit erklärt werden, daß das Sonnenlicht an Luftmolekülen gestreut wird. Die kurzwellige Strahlung wird stärker gebeugt und gestreut als die langwellige, der Himmel erscheint in blauer Farbe. Weiters ist dieses Licht linear polarisiert. Diese Tatsache wird bei guten Sonnenbrillen ausgenutzt, deren Gläser Polarisationsfilter sind. Das in das Auge gelangende Licht wird dadurch stark geschwächt.

Bei tiefem Sonnenstand, also am Morgen und am Abend, muß das Licht einen langen Weg durch die Atmosphäre zurücklegen. Infolge der Beugung und Streuung wird der blaue Anteil des Lichtes ausgeschieden, der rote Anteil kann beobachtet werden (Morgenrot und Abendrot).

Polarisiertes Licht spielt auch im Tierreich eine große Rolle. Bienen können polarisiertes Licht von unpolarisiertem unterscheiden. Sie können sich daher am polarisierten Licht orientieren. Der österreichische Zoologe *Karl von Frisch* erhielt für diese Entdeckung 1973 den Nobelpreis für Physiologie und Medizin.

### 14.4 Spannungsoptik

#### Versuch

Stellt man eine Glasplatte zwischen zwei gekreuzte Polarisatoren, bleibt der Schirm dunkel. Das Glas ist isotrop. Erwärmt man nun eine Stelle der Scheibe kurzzeitig mit einem Lötkegel, erhellt sich der Schirm. Dies läßt sich daraus erklären, daß das Glas durch die Erwärmung anisotrop, also doppelbrechend geworden ist (Abb. 88.1).

#### Versuch

Eine Platte aus Polyesterharz wird zwischen zwei gekreuzte Polarisatoren in monochromatisches Licht gebracht. Belastet man die Platte nicht, bleibt am Schirm Dunkelheit. Bei Verformung erhält man ein Bild am Schirm, der Körper ist anisotrop geworden. Dieses Bild (Abb. 88.2) besteht aus einem System heller und dunkler Streifen, die durch Verspannungen zustande kommen. Je nach Größe der Spannungen kommt es zu verschiedenen starken Aufhellungen.

Ein ebener Spannungszustand kann bezüglich jedes Punktes in zwei Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  zerlegt werden (Abb. 88.3). Die dunklen Linien, bei denen die Hauptspannungsdifferenzen gleich sind, heißen *Isochromaten*.

Gibt man die Platte in weißes, linear polarisiertes Licht, sieht man ein farbiges Bild des Körpers. Es wird an den Stellen der Isochromaten eine Wellenlänge ausgelöscht. Die Isochromate erscheint somit in der Komplementärfarbe der ausgelöschten Farbe (Abb. 88.4).

#### Anwendung

In der Festigkeitslehre spielt die Spannungsoptik eine große Rolle. Die zu untersuchenden Körper werden aus Polyesterharz nachgebildet und verformt. Aus der Isochromatenverteilung kann auf Stellen größter und kleinster Belastung geschlossen werden.

Eine weitere Anwendung ist eine Qualitätskontrolle von Glasteilen. Mittels der Doppelbrechung können Spannungen im Glas nachgewiesen werden. Mit Hilfe dieses Verfahrens werden zum Beispiel Fernsehrohren geprüft.

**Kontrollfragen**

1. Was versteht man unter Doppelbrechung?
2. Wie kann die Doppelbrechung erklärt werden?
3. Was versteht man unter einem Polarisator?
4. Welche Arten polarisierten Lichtes gibt es?



5. Erkläre den Begriff Dichroismus!
6. Welche Möglichkeiten gibt es, um polarisiertes Licht zu erzeugen?
7. Was sagt das Brewstersche Gesetz aus?
8. Welche Eigenschaften haben  $\lambda/4$ -Plättchen?
9. Erkläre, was man unter optischer Aktivität versteht!
10. Was sind Polarimeter?
11. Warum ist der Himmel blau?
12. Was sind Isochromaten?
13. Wie unterscheiden sich in der Spannungsoptik die Bilder, wenn man zuerst weißes, dann monochromatisches Licht verwendet?
14. Gib zwei Anwendungen für die Spannungsoptik an!
15. Welche Auswirkungen haben elektrische und magnetische Felder auf polarisiertes Licht?

## 14.5 Holographie

Wenn wir ein Objekt sehen, das nicht selbst leuchtet, dann registrieren wir das Licht, das von jedem Objektpunkt gestreut wird. Sieht man von der Frequenz ab, dann ist eine vom Objekt gestreute Lichtwelle durch Amplitude und Phase gekennzeichnet. Die von den einzelnen Objektpunkten ausgehenden Lichtwellen unterscheiden sich durch Amplitude und Phase. Durch die Phasenunterschiede zwischen den Wellen wird die Information über die räumliche Struktur des Objektes übermittelt.

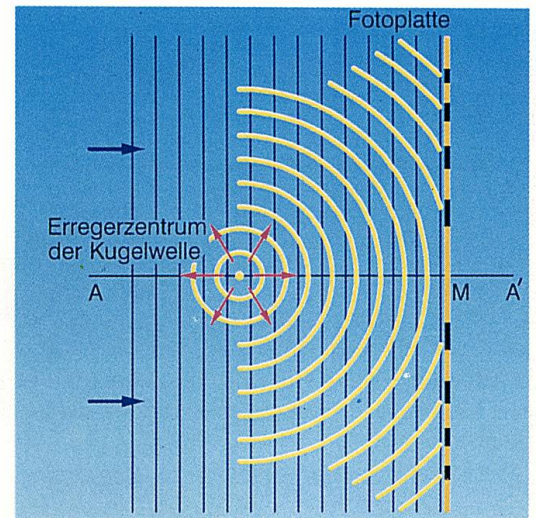
Fallen Lichtwellen auf eine bestimmte Stelle einer Fotoschicht, dann addieren sich ihre Intensitäten. Die Schwärzung einer Fotoschicht ist von der Lichtintensität abhängig. Die Lichtintensität ist proportional zur Amplitude der Lichtwelle. Die Phase wird von der Fotoschicht nicht registriert. Jeder Objektpunkt wird auf dem Film wieder als Punkt abgebildet. Von einem dreidimensionalen Objekt wird eine zweidimensionale Helligkeitsverteilung erzeugt. Die räumlichen Informationen, die in dem vom Objekt ausgehenden Wellenfeld enthalten sind, gehen auf diese Art verloren. Als Kennzeichen für ein dreidimensionales Bild gilt: Verändert man die Blickrichtung, so ändert sich das Aussehen des Objekts.

### Das Prinzip der Holographie

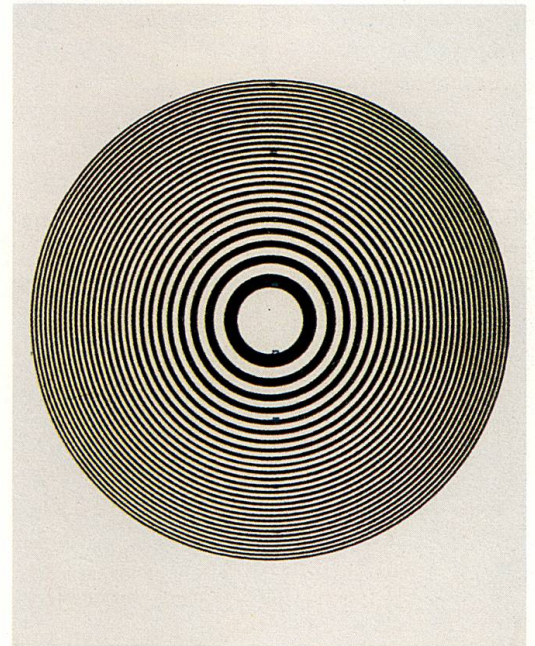
Wie kann nun die Phase einer Welle registriert werden, wenn die Fotoschicht nur auf die Amplitude anspricht? Die Lösung bringt die Interferenz von Wellen. Denn die Amplitude der resultierenden Welle hängt nicht nur von den Einzelamplituden, sondern auch von ihrer Phasendifferenz ab. Das auf das Objekt auffallende Licht wird an den einzelnen Objektpunkten in Form von Kugelwellen gestreut. Wir untersuchen nun die Interferenz einer Kugelwelle mit einer ebenen Welle (Abb. 89.1). Eine Voraussetzung für die Interferenz ist wie immer die Kohärenz der Wellen. Lässt man Kugelwelle und ebene Welle auf eine Fotoplate oder einen Film auffallen, dann wird das Interferenzmuster gespeichert.

Im Bild stellen die Wellenfronten jeweils Wellenberge dar. An allen Schnittpunkten zweier Wellenfronten in der Filmebene kommen Wellenberge zusammen. Somit entsteht eine konstruktive Interferenz. An diesen Stellen wird der Film am stärksten geschwärzt. Dazwischen liegen unbelichtete Stellen.

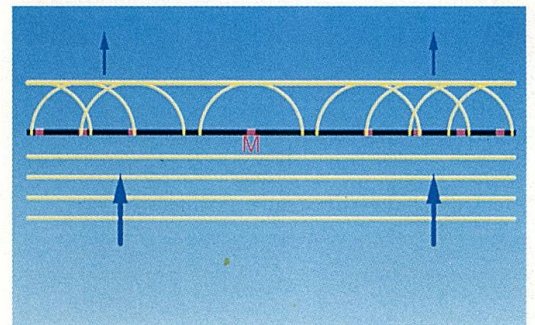
Im Bild ist natürlich nur die Interferenz einer geraden Welle mit einer Kreiswelle dargestellt. Wenn wir jedoch das Bild um die Achse  $AA'$  rotieren lassen, dann erhalten wir die Interferenz einer ebenen Welle mit einer Kugelwelle, deren Erregerzentrum im Punkt  $P$  liegt. Das Interferenzmuster auf der Fotoplate besteht aus konzentrischen Kreisen, deren Abstände nach außen hin abnehmen. Dieses Kreissystem wird als *Fresnelsches Zonensystem* oder *Fresnelsche Zonenplatte* bezeichnet (Abb. 89.2).



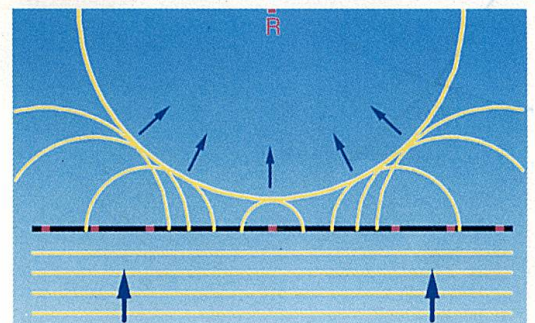
89.1 Interferenz einer Kugelwelle mit einer ebenen Welle



89.2 Fresnelsches Zonensystem

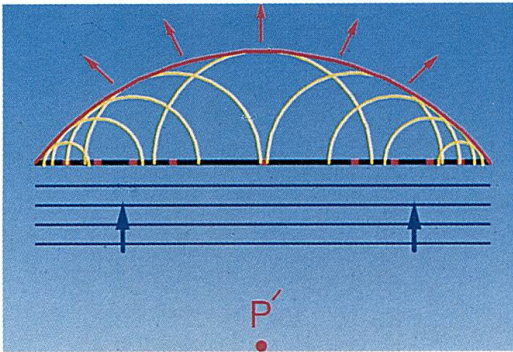


89.3 Eine ebene Welle trifft auf eine Fresnelsche Zonenplatte - Beugungsbild 0. Ordnung.

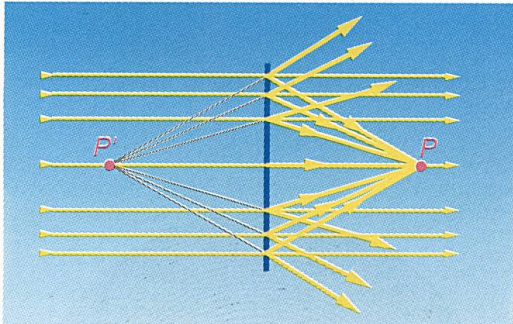


89.4 Eine ebene Welle trifft auf eine Fresnelsche Zonenplatte - Beugungsbild 1. Ordnung. Die Einhüllende ist eine Kreiswelle, deren Erregerzentrum hinter der Zonenplatte liegt.

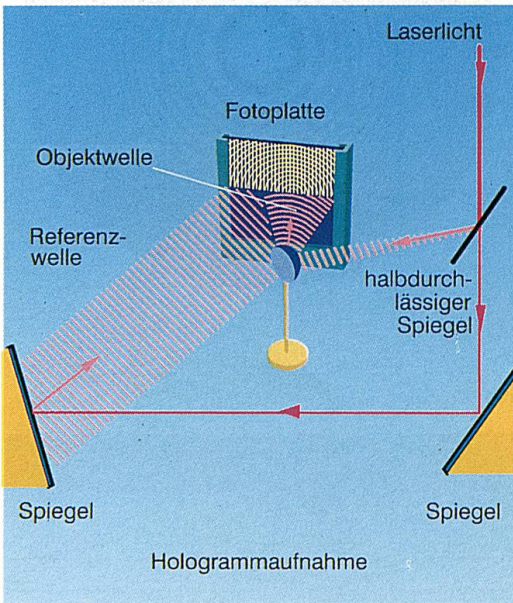




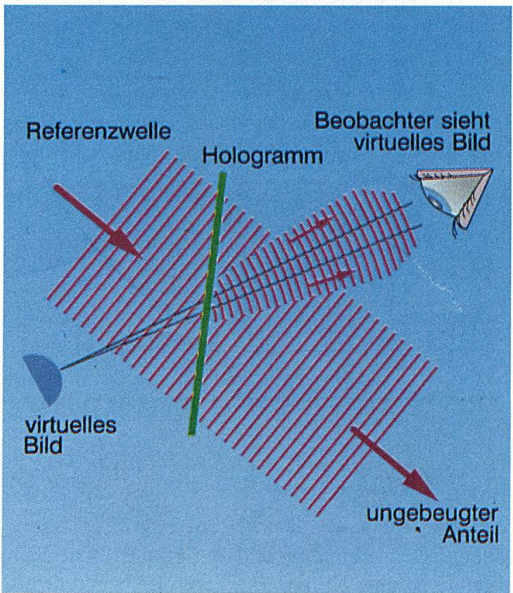
90.1 Beugungsbild 1. Ordnung: Die Einhüllende ist eine Kreiswelle, deren Erregerzentrum vor der Zonenplatte liegt.



90.2 Virtuelles Bild  $P$  und reelles Bild  $P'$  des Erregerzentrums



90.3 Durchlicht- oder Transmissionshologramm



90.4 Rekonstruktion der Objektwelle

Nun bestrahlen wir diese Fresnelsche Zonenplatte mit der gleichen ebenen Welle, die für ihre Herstellung benutzt wurde. Die belichteten und unbelichteten Stellen der Fresnelschen Zonenplatte (des Interferenzmusters) wirken als Beugungsgitter. Im Bild ist natürlich nur ein lineares Gitter dargestellt, das von einer geraden Welle bestrahlt wird. Die einzelnen Spalte des Gitters sind Erregerzentren für Elementarwellen. Betrachtet man alle Elementarwellen mit dem Gangunterschied Null, dann erhält man das Beugungsbild 0. Ordnung (Abb. 89.3). Die Einhüllende dieser Elementarwellen ist eine gerade (ebene) Wellenfront. Es ist der ungebeugte Anteil der Welle.

Das Beugungsbild 1. Ordnung ergibt sich, wenn alle benachbarten Elementarwellen einen Gangunterschied von einer Wellenlänge haben. Dafür gibt es zwei Möglichkeiten. Nehmen die Radien der Elementarwellen vom Zentrum nach außen hin zu, dann ergibt sich als Einhüllende ein Kreis mit dem Mittelpunkt hinter der Zonenplatte (Abb. 89.4). Breiten sich die Elementarwellen aus, dann ziehen sich ihre Einhüllenden (die Kreiswellen) auf einen Punkt, den Kreismittelpunkt, zusammen. Dieser Kreismittelpunkt (Kugelmittelpunkt im Raum) ist das reelle Bild des Erregerzentrums, von dem bei der Herstellung der Fresnelschen Zonenplatte die Kugelwelle ausgegangen ist.

Betrachtet man nun Elementarwellen, deren Radien nach außen hin abnehmen, erhält man als Einhüllende wieder eine Kreiswelle, deren Mittelpunkt aber vor der Zonenplatte liegt (Abb. 90.1). Nehmen die Radien der Elementarwellen zu, dann entfernen sich die Kreiswellen von ihrem Mittelpunkt. Das heißt, dieser Mittelpunkt ist das virtuelle Bild jenes Punktes, der bei der Aufnahme der Zonenplatte Erregerzentrum war. Beleuchtet man eine Fresnelsche Zonenplatte mit einem Parallelstrahlenbündel, dann sieht man einen leuchtenden Punkt, das *virtuelle Bild*, genau an der Stelle, an der sich bei der Aufnahme das Erregerzentrum befand. In gleicher Entfernung hinter der Zonenplatte sieht man einen zweiten leuchtenden Punkt, das *reelle Bild* (Abb. 90.2).

Wird eine Fresnelsche Zonenplatte mit parallelem Licht beleuchtet, dann werden die bei der Aufnahme der Zonenplatte vom Erregerzentrum ausgehenden Kugelwellen wieder *rekonstruiert*.

Das Auge kann zwischen den von der Zonenplatte rekonstruierten Wellen und den Wellen, die vom Erregerzentrum wirklich ausgehen, nicht unterscheiden. Damit haben wir das Prinzip der *Holographie* kennengelernt.

Läßt man eine von einem Objektpunkt ausgehende Kugelwelle, die *Objektwelle*, mit einer ebenen Welle, der *Referenzwelle*, interferieren, so enthält das Interferenzmuster alle Informationen über die vom Objektpunkt kommenden Wellen. Das auf einer Fotoplate festgehaltene Interferenzmuster wird als *Hologramm* bezeichnet. Wird das Hologramm mit einer gleichen Referenzwelle aus der gleichen Richtung beleuchtet, dann erhält man ein reelles und ein virtuelles Bild des Objektpunktes. Man nennt dies *Hologrammwiedergabe* oder *Rekonstruktion*.

Es wird wieder die gleiche Welle rekonstruiert, die ursprünglich vom Objektpunkt ausgegangen ist. Das Hologramm eines Punktes ist ein Fresnelsches Zonensystem. Das bedeutet, daß die Information über einen einzigen Objektpunkt über das ganze Hologramm verteilt ist. Daher ist auch bei teilweiser Beschädigung des Hologramms noch eine Wiedergabe möglich.

### Durchlicht- oder Transmissionshologramm

Die Holographie wurde von *Dennis Gábor* im Jahr 1948 entwickelt. Aber erst nach der Erfindung des Lasers, der kohärentes Licht mit ausreichender Intensität liefert, konnten brauchbare Hologramme hergestellt werden. Die Bezeichnung "Holographie" leitet sich vom griechischen Wort "holos" (ganz) ab.

Bei der Aufnahme eines *Durchlicht-* oder *Transmissionshologramms* fallen Referenz- und Objektwelle von derselben Seite auf die Fotoplate (Abb. 90.3). Zu diesem Zweck wird Laserlicht in zwei Bündel aufgeteilt. Das eine Licht-



bündel für die Referenzwelle fällt direkt auf die Fotoplatte. Mit dem zweiten Bündel wird das Objekt beleuchtet. Von jedem Objektpunkt geht eine Kugelwelle, die Objektwelle, aus. Jeder Objektpunkt erzeugt durch Interferenz seiner Objektwelle mit der Referenzwelle auf der Fotoplatte sein eigenes Fresnel'sches Zonensystem. Die Zonensysteme aller Objektpunkte zusammen bilden das Hologramm des Objektes. Läßt man den Referenzstrahl schräg auf die Fotoplatte auffallen, dann liegen das reelle und das virtuelle Bild nicht auf einer Achse und stören sich gegenseitig nicht.

Bei der *Wiedergabe* oder *Rekonstruktion* der Objektwellen wird das Hologramm mit dem Referenzlicht aus der gleichen Richtung wie bei der Aufnahme beleuchtet (Abb. 90.4). Neben dem ungebeugten Lichtbündel entstehen ein reelles und ein virtuelles Bild. Beide sind *dreidimensional*, denn das Auge erhält bei der Rekonstruktion vom Hologramm genau die gleichen Wellen wie vom Objekt selbst.

Blickt man unter dem richtigen Winkel auf das Hologramm, so glaubt man das Objekt an seiner früheren Stelle zu erblicken (virtuelles Bild). Durch Bewegen des Kopfes kann man sich von der Räumlichkeit überzeugen.

Das reelle Bild vor dem Hologramm kann auf einem Schirm aufgefangen werden. Da es sich um ein räumliches Bild handelt, sind auf dem Schirm natürlich nur die Teile scharf, die in der Schirmebene liegen. Betrachtet man die Hologrammplatte mit freiem Auge, so kann man natürlich vom Objekt nichts erkennen. Alle Informationen sind ja als Interferenzmuster gespeichert, also in verschlüsselter Form vorhanden.

### Reflexions- oder Weißlichthologramm

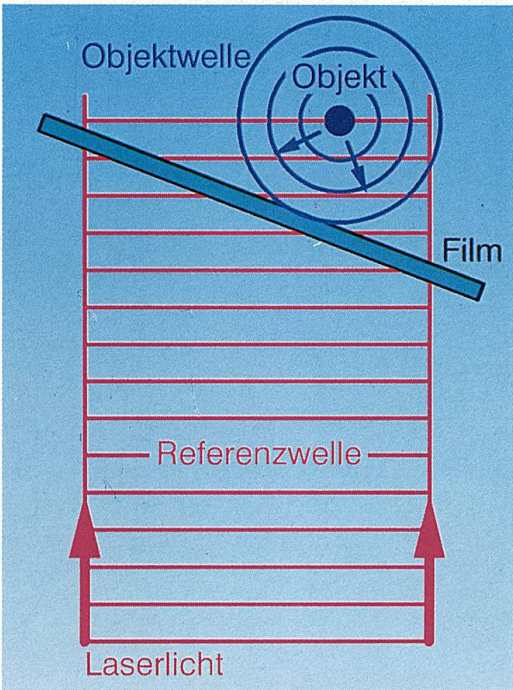
Bei der Aufnahme eines *Reflexionshologramms* fallen Referenz- und Objektwelle aus entgegengesetzten Richtungen auf den Film und durchsetzen ihn gegenläufig. Im einfachsten Fall wird das Objekt hinter dem Film angeordnet (Abb. 91.1). Das Laserlicht durchdringt den Film und wird am Objekt zum Film zurückgestreut. Diese Objektwelle bildet mit der vom Laser direkt kommenden, gegeläufigen Referenzwelle in der Fotoschicht stehende Wellen (Abb. 91.2).

An den Stellen der Wellenbäuche, im Abstand  $\lambda/2$ , wird die Fotoschicht belichtet. Nach der Entwicklung enthält der Film eine Reihe von geschwärtzten, parallelen Schichten. Jede Schicht ist ein eigenes Hologramm. Die Wiedergabe erfolgt mit weißem Licht in Reflexion. Daher ist auch die Bezeichnung *Weißlichthologramm* üblich.

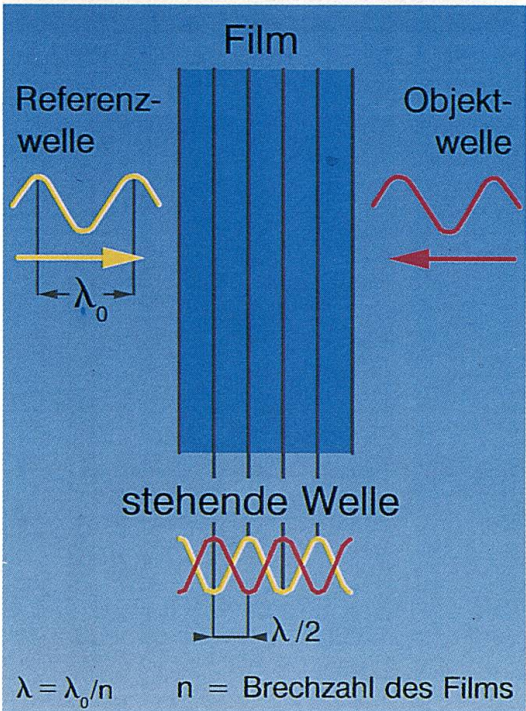
Da die Informationen über das ganze Volumen der Filmschicht verteilt sind, spricht man auch von einem *Volumen-Weißlicht-Hologramm*. Bei der Wiedergabe werden die Lichtwellen an den einzelnen Schichten des Hologramms reflektiert und interferieren miteinander. Aber nur für eine bestimmte Wellenlänge (nämlich die des Aufnahmelichtes) tritt konstruktive Interferenz auf. Wird das Hologramm mit weißem Licht beleuchtet, so wird die Farbe des Aufnahmelichtes besonders stark reflektiert. Ändert sich die Richtung des einfallenden Lichtes, so kommt es innerhalb gewisser Grenzen zu einer Farbänderung des rekonstruierten Bildes. Weißlichthologramme werden im künstlerischen Bereich, für Modeschmuck, Spielzeuge und auch bei Scheckkarten verwendet.

### Prägehologramme

Eine andere Art von Weißlichthologrammen sind die *Regenbogenhologramme*. Betrachtet man ein derartiges Hologramm im Weißlicht und bewegt dabei den Kopf in vertikaler Richtung, so erscheint das Bild nacheinander in den Regenbogenfarben, von Rot (oben) bis Violett (unten). Allerdings ist nur in horizontaler Richtung ein räumlicher Eindruck vorhanden. Die Informationen sind im Gegensatz zum Volumen-Weißlicht-Hologramm nur an der Oberfläche des Filmes gespeichert. Daher kann vom Interferenzmuster durch geeignete Verfahren ein Prägestempel hergestellt werden. Mit diesem lassen sich sogenannte *Prägehologramme* herstellen.



91.1 Aufnahme eines Reflexionshologramms

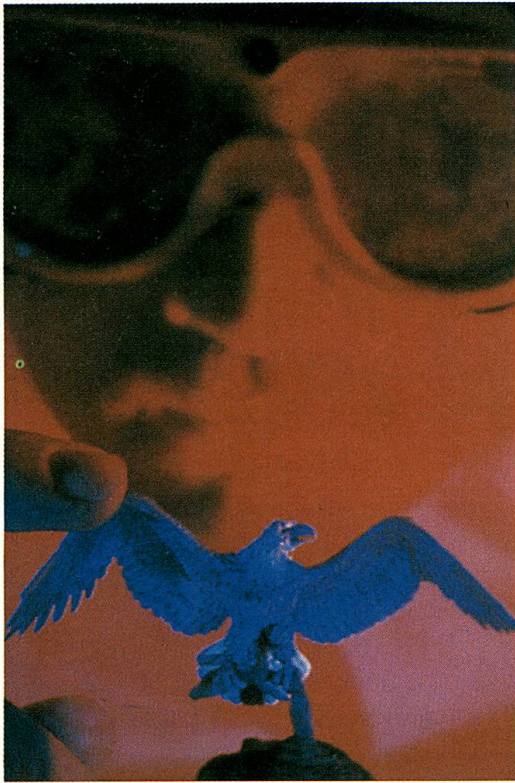


91.2 Volumen-Weißlicht-Hologramm: Referenz- und Objektwelle interferieren in der Fotoschicht des Films zu einer stehenden Welle.

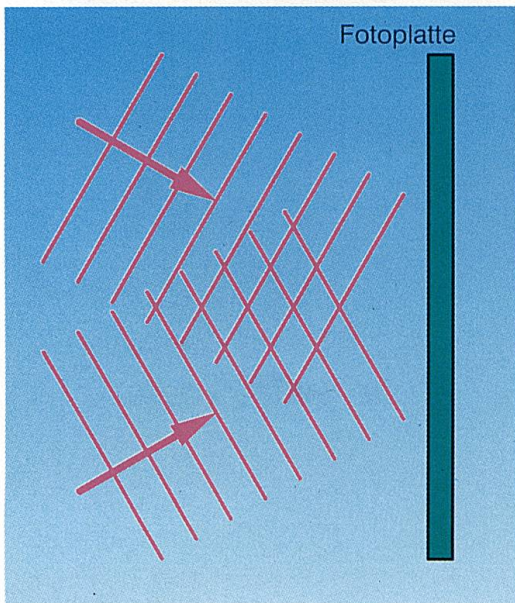


91.3 Ein Weißlichthologramm auf einer Scheckkarte

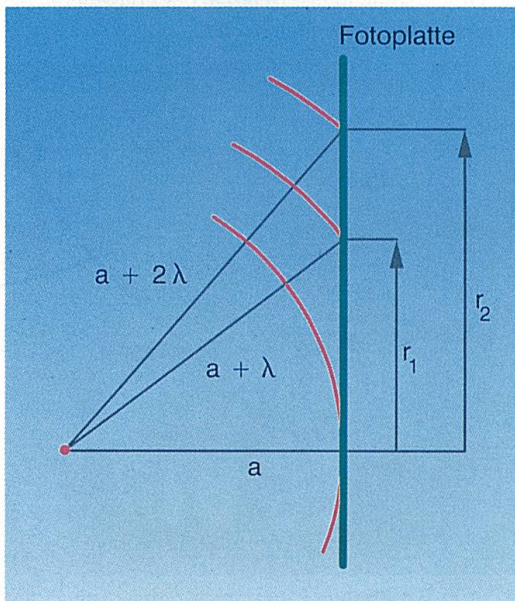




92.1 Nur der Mann im Hintergrund ist echt. Der Adler im Vordergrund hingegen ist ein Hologramm.



92.2 Aufgabe 168



92.3 Aufgabe 170

## Interferometrie zur Werkstoffprüfung

Eine wichtige Anwendung ist die *holographische Interferometrie* zur zerstörungsfreien Werkstoffprüfung. Bei der normalen optischen Interferometrie werden aus dem Licht einer Lichtquelle zwei Wellenbündel erzeugt und schließlich zur Interferenz gebracht. Natürlich müssen die interferierenden Wellen zur gleichen Zeit vorhanden sein. Mit Hilfe der Holographie können aber auch Interferenzen von Wellen erzeugt werden, die nicht zur gleichen Zeit auftreten. Interferenzhologramme können auf verschiedene Arten erzeugt werden. Beim *Doppelbelichtungsverfahren* werden nacheinander zwei Hologramme auf derselben Fotoplate aufgenommen. Das erste Hologramm stammt vom Werkstück im unbelasteten Zustand und das zweite vom Werkstück im belasteten Zustand. Bei der Wiedergabe werden beide Zustände des Werkstückes gleichzeitig rekonstruiert. Deformationen machen sich als Interferenzstreifen bemerkbar.

Eine andere Methode ist die *Real-Time- oder Echt-Zeit-Interferometrie*. Vom unbelasteten Werkstück wird zuerst ein Hologramm angefertigt. Dann werden Werkstück und Hologramm exakt gleich wie bei der Aufnahme angeordnet. Blickt man durch das Hologramm, sieht man das Werkstück und das rekonstruierte, virtuelle Bild an derselben Stelle. Wird nun das Werkstück verformt, interferieren die vom Werkstück ausgehenden Lichtwellen mit denen des virtuellen Bildes. Die Verformungen werden als Interferenzstreifen sichtbar.

### Aufgaben

**168.** Zwei gerade Wellen überlagern sich (Abb. 92.2).

a) Welches Interferenzmuster entsteht auf einer Fotoplate?

b) Welche Beugungsbilder entstehen, wenn diese Fotoplate mit einer geraden Welle bestrahlt wird?

**169.** Was ist auf einer Fotoplate zu sehen, wenn bei der Hologrammaufnahme Referenz- und Objektlicht nicht kohärent sind?

**170.** Berechne die ersten drei Radian eines Fresnelschen Zonensystems, wenn sich das Erregerzentrum in 20 cm Entfernung von der Fotoplate befindet und Licht mit einer Wellenlänge von  $0,5 \mu\text{m}$  verwendet wird (Abb. 92.3).

**171.** Die lichtempfindliche Schicht eines Filmes hat eine Dicke von  $6 \mu\text{m}$  und die Brechzahl 1,5.

Wie viele Schichten bilden sich bei der Aufnahme eines Reflexionshologrammes mit rotem Licht ( $\lambda = 600 \text{ nm}$ )?

### Kontrollfragen

1. Erkläre das Prinzip der Holographie anhand des Punkthologramms!
2. Warum benötigt man bei der Aufnahme eines Hologramms kohärentes Licht?
3. Warum enthält auch ein kleiner Ausschnitt eines Hologrammes Informationen über das ganze Objekt?
4. Warum ist eine Fresnelsche Zonenplatte gleichzeitig Sammellinse und Zerstreuungslinse?
5. Erkläre den Unterschied zwischen einem Transmissionshologramm und einem Reflexionshologramm!
6. Auf welche Arten können Werkstückverformungen mittels Holographie beobachtet werden?



# 15. Temperaturstrahlung

Temperaturstrahlung ist jene elektromagnetische Strahlung, die jeder Körper infolge seiner Temperatur emittiert (aussendet). Bei einem Temperaturstrahler führt die zugeführte Energie zuerst zu einer Erwärmung des Körpers. Die damit verbundene erhöhte Wärmebewegung der Atome bewirkt die Strahlungsemission. Beispiele für Temperaturstrahler: Sonne, Glühlampe, Kerze, Ofen ... Die Strahlung eines Ofens oder eines Heizkörpers ist unsichtbar. Sie macht sich beim Auftreffen auf einen Körper nur durch ihre "Wärmewirkung" bemerkbar. Deshalb wird diese unsichtbare Strahlung auch als *Wärmestrahlung* bezeichnet. Sie liegt im *Infrarotbereich* (IR) oder *Ultrarotbereich* (UR) des elektromagnetischen Spektrums (vgl. Kap. 16).

Im Gegensatz zum Temperaturstrahler wird bei einem *Lumineszenzstrahler* ohne den "Umweg" über den Wärmeinhalt des Körpers Strahlung emittiert. Beispiele für Lumineszenzstrahler: Leuchtstoffröhre, Leuchtdiode ...

## 15.1 Reflexion, Absorption und Transmission von Strahlung

Trifft Strahlung auf einen Körper, so kann sie reflektiert, absorbiert oder durchgelassen werden. Ist  $E_R$  die reflektierte,  $E_A$  die absorbierte,  $E_D$  die durchgelassene und  $E$  die auftreffende Gesamtenergie, dann gilt aufgrund des Energieerhaltungssatzes:

$$E_R + E_A + E_D = E \quad \Leftrightarrow \quad E_R/E + E_A/E + E_D/E = 1$$

$\rho = E_R/E \dots \text{Reflexionsgrad}, \quad \alpha = E_A/E \dots \text{Absorptionsgrad},$   
 $\tau = E_D/E \dots \text{Transmissionsgrad}$   
$$\rho + \alpha + \tau = 1$$

Eine Fensterglasscheibe läßt 80 - 90 % des Sonnenlichtes durch ( $\tau = 0,8 - 0,9$ ). Der Rest wird reflektiert und absorbiert. Die meisten festen Körper sind für Temperaturstrahlung undurchlässig. Es gilt dann:  $\tau = 0, \alpha + \rho = 1$  Absorptionsgrad  $\alpha$  und Reflexionsgrad  $\rho$  sind von der Materialart, der Oberflächenbeschaffenheit und von der Wellenlänge der Strahlung abhängig.

### Versuch

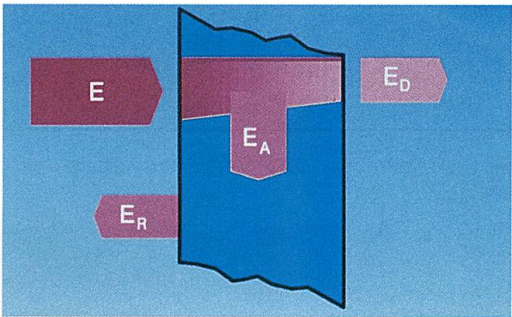
Zwei gleichartige Thermometer werden im gleichen Abstand von einer Strahlungsquelle angeordnet. Der Vorratsbehälter des einen Thermometers wird mit Ruß geschwärzt. Das berußte Thermometer zeigt die höhere Temperatur an (Abb. 93.2).

### Versuch

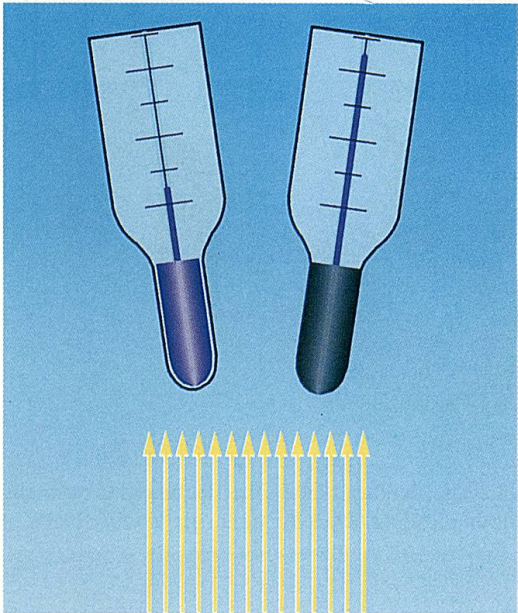
Stellt man eine "Lichtmühle" (ein Radiometer) in die Sonne (es genügt aber auch die Strahlung einer Glühlampe), gerät das Flügelrad in Rotation. Die Strahlung erwärmt die schwarze Seite der Flügel stärker als die blanke. Durch Wärmeaustausch besitzen die Luftmoleküle in der Nähe der schwarzen Seite größere Geschwindigkeiten als Moleküle in der Nähe der blanken Seite. Daher ist auch der Rückstoß der Moleküle gegen die schwarze Seite größer als gegen die blanke Seite (Abb. 93.3).

Dunkle, rauhe Oberflächen absorbieren mehr Strahlungsenergie als helle und glatte Oberflächen. Ein Körper, der die gesamte einfallende Strahlung absorbiert und in Wärme umwandelt, heißt *Schwarzer Körper*.

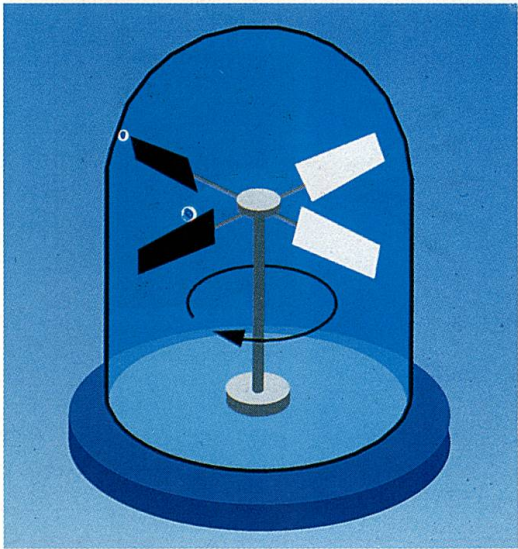
Der Schwarze Körper mit dem Absorptionsgrad  $\alpha = 1$  ist allerdings ein Idealfall. Er läßt sich jedoch durch einen geschwärzten Hohlraum mit einer kleinen Öffnung sehr gut realisieren. Die einfallende Strahlung wird im Inneren sehr oft reflektiert. Nach jeder Reflexion ist nur noch ein Bruchteil der vor der Reflexion vorhandenen Strahlung übrig. Es tritt nur noch ein äußerst geringer Teil der einfallenden Strahlung wieder aus. Die Öffnung dieses Hohlraumes stellt mit guter Näherung einen Schwarzen Körper dar (Abb. 93.4).



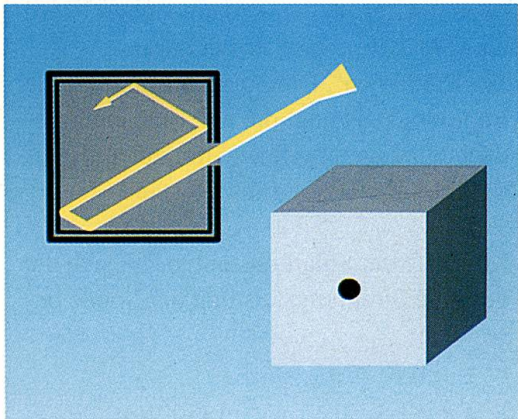
93.1  $E = E_R + E_A + E_D$



93.2 Das berußte Thermometer zeigt eine höhere Temperatur an.



93.3 Eine "Lichtmühle"

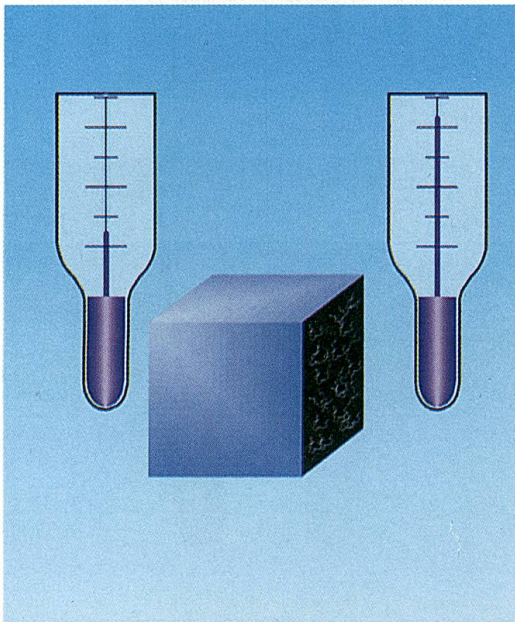


93.4 Die Öffnung dieses Hohlraumes ist mit guter Näherung ein Schwarzer Körper.

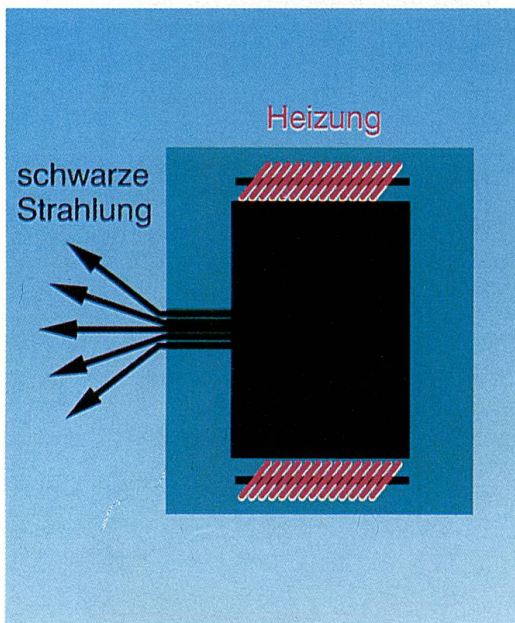


|                  | $\alpha$ | $\rho$ |
|------------------|----------|--------|
| sichtbares Licht | 0,2      | 0,8    |
| IR-Strahlung     | 0,9      | 0,1    |

94.1 Absorptions- und Reflexionsverhalten von Weißlack



94.2 Die dunkle, raue Oberfläche emittiert mehr Strahlungsenergie als die helle, glatte Oberfläche.



94.3 Ein Hohlraumstrahler

Die Intensität der Sonnenstrahlung an der oberen Grenze der Erdatmosphäre wird als *Solarkonstante*  $S$  bezeichnet:

$S = 1350 \text{ W/m}^2$ . Die Solarkonstante ist die Strahlungsleistung, die auf  $1 \text{ m}^2$  einer gedachten Kugeloberfläche mit einem Radius von  $1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$  fällt (Abstand Sonne - Erde).

Mit Hilfe der Solarkonstanten läßt sich die gesamte Strahlungsleistung der Sonne berechnen:

$$\begin{aligned}
 P &= 4 \pi R^2 S = \\
 &= 4 \pi \cdot (1,5 \cdot 10^{11} \text{ m})^2 \cdot 1350 \text{ Wm}^{-2} = \\
 &= 3,8 \cdot 10^{26} \text{ W}
 \end{aligned}$$

## Versuch

Ein Würfel aus schwarzem Papier erhält auf einer Seitenfläche ein kleines Loch. Dieses Loch hebt sich tiefschwarz gegenüber dem Papier ab. Es stellt einen Schwarzen Körper dar.

Diese "Hohlraumwirkung" kann im Alltag oft beobachtet werden. So erscheint etwa ein Raum mit geöffneten Fenstern aus größerer Entfernung schwarz. Ein weißer Körper reflektiert die gesamte auftreffende Strahlung. Die Bezeichnungen "schwarz" und "weiß" kommen aus unserer täglichen Erfahrung mit dem sichtbaren Licht. Im IR-Bereich muß ein schwarzer Körper nicht unbedingt schwarz aussehen und ein weißer Körper nicht unbedingt weiß sein. "Schwarz" und "weiß" beziehen sich in diesem Zusammenhang nicht auf den optischen Eindruck durch unsere Augen, sondern auf das Absorptions- und Reflexionsverhalten des Körpers. So ist etwa Weißlack für IR-Strahlung fast schwarz (Tab. 94.1).

Ein *grauer* Körper absorbiert von allen Wellenlängen denselben Bruchteil.

## 15.2 Emission von Strahlung

### Versuch

Ein Blechwürfel mit einer glänzend polierten und einer rauhen, geschwärzten Seitenfläche wird mit möglichst heißem Wasser gefüllt. Ein Thermometer, das sich gegenüber der rauhen, geschwärzten Fläche befindet, zeigt eine höhere Temperatur als jenes gegenüber der glänzenden Fläche (Abb. 94.2).

Schwarze, raue Oberflächen emittieren mehr Strahlungsenergie als helle, glatte Oberflächen.

Vergleicht man die Versuchsergebnisse der Emission mit jenen der Absorption, so erkennt man: Oberflächen, die viel Strahlung absorbieren, emittieren auch viel Strahlung. Allgemein gilt:

Jeder Körper emittiert Strahlung jeder Wellenlänge umso besser, je besser er diese Wellenlänge auch absorbiert.

Da der Schwarze Körper den größten Absorptionsgrad ( $\alpha = 1$ ) besitzt, muß er auch am meisten Strahlungsenergie emittieren.

Der Schwarze Körper absorbiert und emittiert mehr Strahlung als jeder andere Körper.

Die Strahlung, die aus der Öffnung eines Hohlraumes austritt, wird als *Schwarze Strahlung* oder *Hohlraumstrahlung* bezeichnet. Ein heizbarer, gut wärmeisolierter Hohlraum stellt einen Schwarzen Strahler oder Hohlraumstrahler dar (Abb. 94.3).

Um die Strahlungen verschiedener Körper miteinander vergleichen zu können, müssen sie sich auf den gleichen Zeitabschnitt beziehen. Wir vergleichen die Strahlungsenergie pro Zeit, die *Strahlungsleistung*  $P$ :

$$P = E / t$$

Beziehen wir die Strahlungsleistung auf die Flächeneinheit, erhalten wir die *Strahlungsintensität*  $I$ :

$$I = P / A$$

Die gesamte Strahlungsintensität eines Schwarzen Körpers (einer Schwarzen Fläche) ist proportional zur vierten Potenz der absoluten Temperatur.

*Stefan-Boltzmannsches Gesetz*

$$I = \sigma \cdot T^4$$

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$  Strahlungskonstante des Schwarzen Körpers.



Jeder Körper emittiert bei jeder Temperatur über 0 K Strahlung.

**Beispiel A**

Die Temperatur eines Strahlers wird von 150 °C auf 300 °C erhöht. Um wieviel Prozent nimmt die Strahlungsleistung zu?

$$T_1 = (150 + 273) \text{ K} = 423 \text{ K} \quad T_2 = (300 + 273) \text{ K} = 573 \text{ K}$$
$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\sigma A T_2^4}{\sigma A T_1^4} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 = \left(\frac{573}{423}\right)^4 = 3,37$$
$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = \frac{3,37 P_1 - P_1}{P_1} = 2,37$$

Die Strahlungsleistung nimmt um 237 % zu.

**Aufgaben**

172. Welche Temperatur müßte ein Schwarzer Körper haben, damit er pro m<sup>2</sup> eine Strahlungsleistung von 1000 W emittiert?
173. Berechne die gesamte auf die Erdatmosphäre auftreffende Strahlungsleistung der Sonne!
174. Berechne mit Hilfe der gesamten Strahlungsleistung der Sonne und ihrer Oberflächentemperatur (5800 K) den Sonnendurchmesser. Die Sonne ist als Schwarzer Strahler anzusehen.
175. Wie ändert sich die Strahlungsleistung eines Strahlers, wenn seine Temperatur (in K) verdoppelt wird?
176. Der Glaskolben einer Glühlampe ist schwarz angestrichen und hat im Betrieb eine Temperatur von 158 °C. Die Lampe stellt näherungsweise einen Schwarzen Kugelstrahler mit einem Durchmesser von 70 mm dar.
- a) Berechne die Strahlungsleistung!
- b) Wie groß ist die Strahlungsintensität in 1 m Entfernung?

15.3 Wärmeübertragung durch Strahlung

Jeder Körper emittiert unabhängig von seiner Umgebung Strahlung. Stehen einander zwei Körper mit verschiedenen Temperaturen gegenüber, so findet durch Strahlungsaustausch eine Energieübertragung statt. Die Strahlungsintensität des wärmeren Körpers ist größer als die des kälteren - siehe Beispiel B in der Randspalte!

In der Praxis ist die Berechnung der übertragenen Strahlungsleistung sehr kompliziert. Die wirklichen Oberflächen sind keine Schwarzen Flächen. Sie emittieren weniger Strahlung als diese und reflektieren einen Teil der auffallenden Strahlung. Die Rechnung in Beispiel B stimmt auch nur dann, wenn man sich die beiden Platten "unendlich" groß denkt. Die Berücksichtigung der Anordnung und der Formen der einander gegenüberstehenden Flächen führt zu komplizierten Geometriefaktoren. Die Nettostrahlungsleistung ist dann kleiner als für Schwarze Strahler mit "unendlich" großen Flächen.

Der Strahlungsaustausch zwischen Mensch und Umgebung spielt beim Heizen eine wichtige Rolle. Infolge des Temperaturunterschiedes zwischen seiner Körperoberfläche und Wandfläche strahlt der Mensch ständig Energie ab. Ist die Oberflächentemperatur der Wand zu niedrig, dann muß dies durch eine höhere Lufttemperatur ausgeglichen werden.

**Aufgaben**

177. Zwei große Schwarze Flächen stehen einander gegenüber. Welche Energie wird stündlich pro m<sup>2</sup> durch Strahlung übertragen, wenn die wärmere Fläche eine Temperatur von 200 °C hat und eine konstante Temperaturdifferenz von 100 °C herrscht?
178. Ein Schmelzofen hat eine Innentemperatur von 1400 °C. Die Außentemperatur beträgt 25 °C. Wie groß ist der stündliche Energieverlust durch Strahlung höchstens, wenn die Ofenöffnung 400 cm<sup>2</sup> beträgt?

**Beispiel B**

*Übertragung von Strahlungsleistung*

Zwei ebene, parallele Platten gleicher Fläche mit den Temperaturen 100 °C und 20 °C stehen einander gegenüber. Welche Strahlungsleistung wird bei der gegebenen Temperaturdifferenz pro m<sup>2</sup> übertragen, wenn es sich um Schwarze Strahler handelt?

Die Strahlungsleistung  $P_1 = \sigma \cdot T_1^4 \cdot A$  wird von der Fläche 1 emittiert und von der Fläche 2 absorbiert.

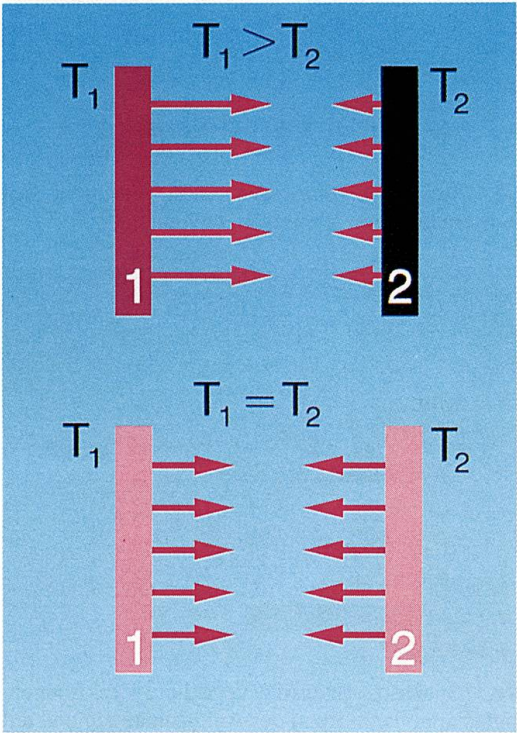
Die Strahlungsleistung  $P_2 = \sigma \cdot T_2^4 \cdot A$  wird von der Fläche 2 emittiert und von der Fläche 1 absorbiert.

Die Differenz dieser Strahlungsleistungen ist die zwischen den beiden Flächen übertragene Nettostrahlungsleistung.

$$P_{1,2} = P_1 - P_2 = \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4) \cdot A = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4} (373^4 - 293^4) \text{ K}^4 \cdot 1 \text{ m}^2 = 680 \text{ W}$$

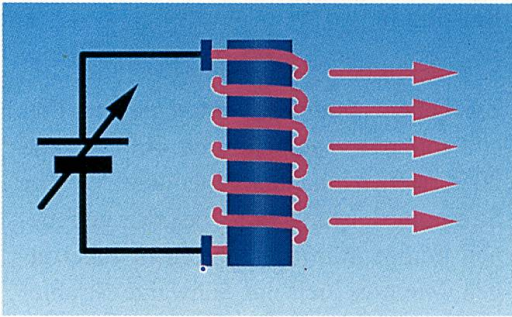
Das ist die bei der gegebenen Temperatur von der Fläche 1 zur Fläche 2 tatsächlich übertragene Strahlungsleistung.

Wird den beiden Platten auf keine andere Art Energie zugeführt oder entzogen, dann sinkt die Temperatur der wärmeren Platte 1, während die Temperatur der kälteren Platte 2 ansteigt. Schließlich haben beide Platten die gleiche Temperatur. Mit Erreichen des Temperaturgleichgewichtes hört aber die Strahlung nicht auf. Beide Körper emittieren jetzt die gleiche Strahlungsleistung. Die Nettostrahlungsleistung ist dann Null.

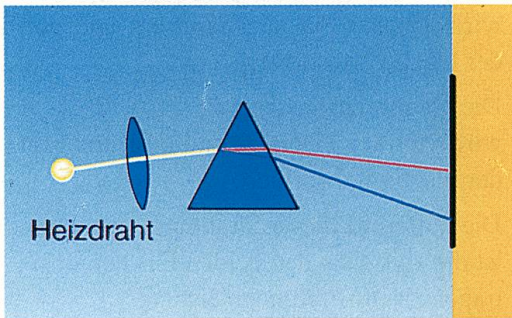


95.1 Abbildung zu Beispiel B

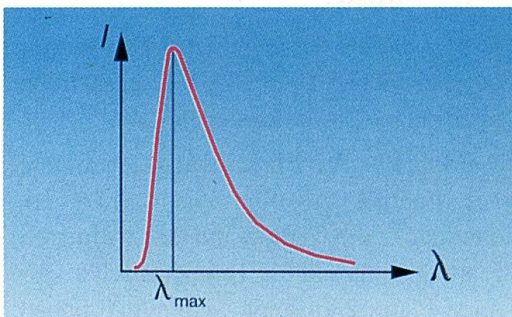




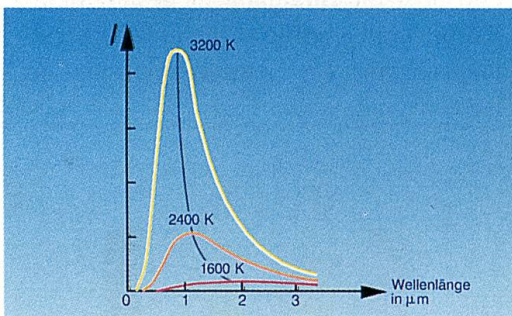
96.1 Heizdraht mit regelbarer Spannungsquelle



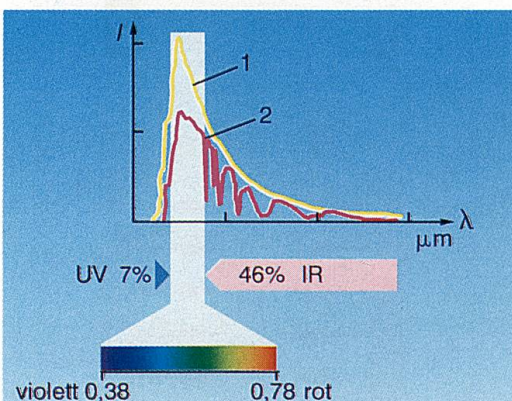
96.2 Die Temperaturstrahlung eines weißglühenden Heizdrahtes



96.3 Das Strahlungsmaximum wird bei einer bestimmten Wellenlänge  $\lambda_{\max}$  erreicht.



96.4 Steigt die Temperatur, dann verschiebt sich  $\lambda_{\max}$  zu kürzeren Wellenlängen hin.



96.5 Spektrale Intensitätsverteilung des Sonnenlichts am oberen Rand der Atmosphäre (1) und auf Meereshöhe (2)

## 15.4 Die spektrale Verteilung der Temperaturstrahlung

### Versuch

Ein Heizdraht wird an eine Spannungsquelle mit veränderbarer Spannung angeschlossen (Abb. 96.1). Durch Erhöhen der Spannung steigen Temperatur und innere Energie des Heizdrahtes. Anfangs gibt der Heizdraht unsichtbare Strahlung ab. Sie liegt im IR-Bereich. Diese Strahlung kann durch ihre Wärmewirkung registriert werden. Bei etwa  $500^\circ\text{C}$  beginnt der Draht rot zu glühen, er gibt also auch sichtbare Strahlung ab. Bei weiterer Temperaturerhöhung geht die Rotglut in Gelbglut und schließlich in Weißglut über.

### Versuch

Der weißglühende Heizdraht wird mit einer Sammellinse auf einem Schirm abgebildet. Wird ein Prisma in den Strahlengang gebracht, erhält man ein Spektrum ähnlich wie bei der Zerlegung des Sonnenlichtes. Die Temperaturstrahlung des weißglühenden Heizdrahtes enthält alle Wellenlängen des sichtbaren Lichtes (Abb. 96.2).

Das Stefan-Boltzmannsche Gesetz gibt die Gesamtstrahlungsintensität des Glühdrahtes an. Es macht aber keine Aussagen darüber, welche Wellenlängen die Strahlung enthält und mit welcher Intensität die einzelnen Wellenlängen emittiert werden. Der deutsche Physiker *Max Planck* hat im Jahr 1900 ein Gesetz aufgestellt, das das Spektrum des Schwarzen Strahlers mit großer Genauigkeit beschreibt. Er hat damit die moderne Quantenphysik eingeleitet. Das Plancksche Strahlungsgesetz beschreibt die Verteilung der Strahlungsintensität auf die einzelnen Wellenlängen für eine bestimmte Temperatur des Schwarzen Strahlers. Ein Temperaturstrahler emittiert Strahlung über einen großen Wellenlängenbereich. Die Strahlungsintensität ist für die einzelnen Wellenlängen verschieden groß und von der Temperatur abhängig. Die Temperaturstrahlung (Schwarze Strahlung) besitzt bei jeder Temperatur eine ganz bestimmte spektrale Verteilung (Spektrum).

Betrachtet man die spektrale Verteilung, so erkennt man, daß bei einer ganz bestimmten Wellenlänge das Maximum der Strahlungsintensität liegt (Abb. 96.3). Die Lage dieses *Strahlungsmaximums* - die Wellenlänge, die zum Strahlungsmaximum gehört - ist nur von der Temperatur abhängig (Abb. 96.4). Betrachtet man die spektralen Verteilungen für verschiedene Temperaturen, so erkennt man:

Mit zunehmender Temperatur verschiebt sich das Strahlungsmaximum zu kürzeren Wellenlängen hin.

Dieser Zusammenhang zwischen Wellenlänge des Strahlungsmaximums und Temperatur wird durch das *Wiensche Verschiebungsgesetz* beschrieben.

*Wiensches Verschiebungsgesetz*

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ mK}$$

### Das Sonnenspektrum

Kurve 1 in Abb. 96.5 zeigt die spektrale Intensitätsverteilung der Sonnenstrahlung am oberen Rand der Atmosphäre. Das Strahlungsmaximum liegt bei einer Wellenlänge von ca.  $0,5 \mu\text{m}$  (Grün).

#### ► Beispiel A

Unter der Annahme, daß die Sonne ein Schwarzer Strahler ist, kann mit Hilfe des Wienschen Verschiebungsgesetzes aus der Lage des Strahlungsmaximums ( $\lambda_{\max} = 0,5 \mu\text{m}$ ) die Oberflächentemperatur der Sonne berechnet werden.

$$0,5 \mu\text{m} \cdot T = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ mK} \quad \Leftrightarrow \quad T = \frac{2,9 \cdot 10^{-3} \text{ mK}}{0,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 5800 \text{ K}$$



Das Sonnenspektrum entspricht in guter Näherung dem Spektrum eines schwarzen Strahlers mit einer Temperatur von 5800 K.

Kurve 2 zeigt die spektrale Intensitätsverteilung der Sonnenstrahlung in Meereshöhe. Die Kurve zeigt deutlich, daß der Absorptionsgrad in der Atmosphäre auch von der Wellenlänge abhängig ist. Schickt man Sonnenlicht durch ein Prisma, dann wird es spektral zerlegt. Mit einem Thermometer kann man die Wärmewirkung des sichtbaren Lichtes nachweisen. Aber auch *jenseits* des "roten" Endes des sichtbaren Spektrums tritt eine Wärmewirkung auf, die sogar stärker ist als die des sichtbaren Lichtes. Sie stammt von der unsichtbaren IR-Strahlung (Abb. 97.1). Auf diese Art hat der englische Astronom *William Herschel* im Jahr 1800 die IR-Strahlung entdeckt.

### Das Strahlungsspektrum einer Glühlampe

Die normale Glühlampe hat einen sehr schlechten Wirkungsgrad, da nur ca. 5 % ihrer Strahlung im sichtbaren Bereich liegt.

Je niedriger die Temperatur eines Strahlers ist, desto längerwellig ist die emittierte Strahlung und desto größer ist der IR-Anteil (Wiensches Verschiebungsgesetz). Je niedriger die Temperatur ist, desto geringer ist auch die Gesamtstrahlungsintensität (Stefan-Boltzmannsches Gesetz).

#### Aufgabe

**179.** Bei welcher Wellenlänge liegt das Strahlungsmaximum a) einer Glühlampe (2800 K), b) der Erdoberfläche (15 °C) unter der Annahme, daß es sich um Schwarze Strahler handelt?

## 15.5 Der Treibhauseffekt

### Der Treibhauseffekt der Atmosphäre

Die Erde absorbiert Sonnenstrahlung und emittiert selbst entsprechend ihrer Oberflächentemperatur Strahlung. Im Strahlungsgleichgewicht ist die auf die Erde auftreffende Strahlungsleistung gleich der von der Erde abgestrahlten Leistung (Abb. 97.3). Unter der Annahme, daß Sonne und Erde Schwarze Strahler sind, gilt:

auf die Erde auftreffende Leistung = von der Erde abgestrahlte Leistung

$$\pi R^2 S = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

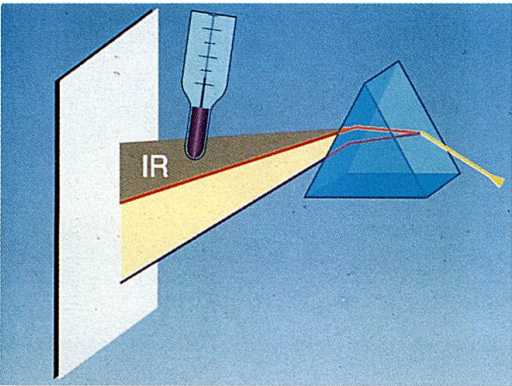
Aus diesem Strahlungsgleichgewicht läßt sich die Oberflächentemperatur *T* der Erde abschätzen.

$$T = \sqrt[4]{\frac{S}{4\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{1350 \text{ W m}^{-2}}{4 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}}} \approx 277 \text{ K}$$

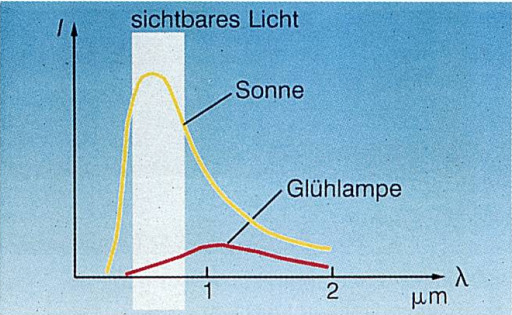
Die gemessene mittlere Erdtemperatur beträgt jedoch 288 K. Die Temperaturdifferenz läßt sich durch den *Treibhauseffekt* erklären. Während nämlich die Atmosphäre für die einfallende Sonnenstrahlung gut durchlässig ist, wird die von der Erde emittierte langwellige IR-Strahlung in der Atmosphäre teilweise absorbiert (Abb. 97.4, 97.5). Es kommt zu einer Rückstrahlung von IR-Strahlung und damit zu einer Temperaturerhöhung der Erdoberfläche.

Die Absorption der IR-Strahlung erfolgt durch Wasserdampf, Kohlendioxid, Staub und Ozon. Obwohl der Kohlendioxidgehalt der Atmosphäre nur etwa 340 ppm beträgt, spielt er bei der Absorption der IR-Strahlung eine große Rolle (ppm = parts per million).

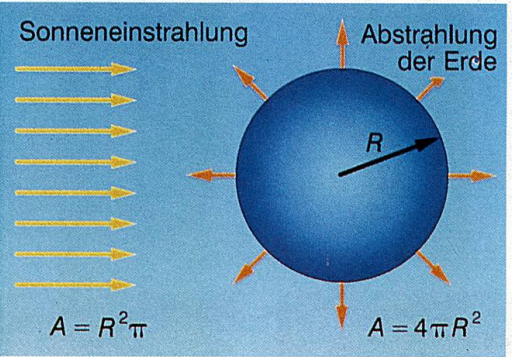
Durch den großen Einsatz fossiler Brennstoffe (Kohle, Erdöl) erhöht sich der Kohlendioxidgehalt der Atmosphäre. Daneben werden aber noch andere IR-aktive Gase freigesetzt, wie etwa Freone aus Sprühdosen und Kühlsystemen. Der Treibhauseffekt könnte katastrophale Folgen für unsere Erde nach sich ziehen, denn durch die Temperaturerhöhung würde sich das Klima verändern.



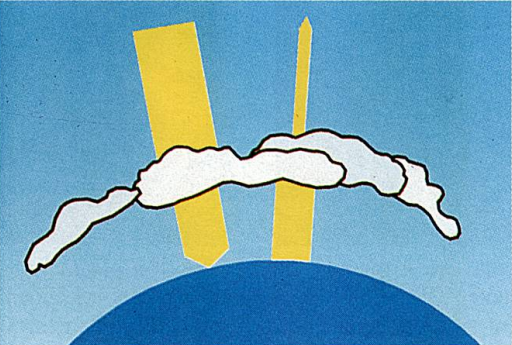
97.1 Nachweis des IR-Anteils der Sonnenstrahlung



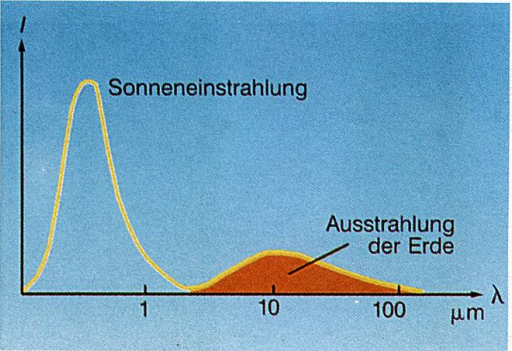
97.2 Spektrale Intensitätsverteilung des Sonnenlichts und einer Glühlampe im Vergleich



97.3 Gleichgewicht zwischen auf der Erde auftreffender und von ihr ausgehender Strahlung

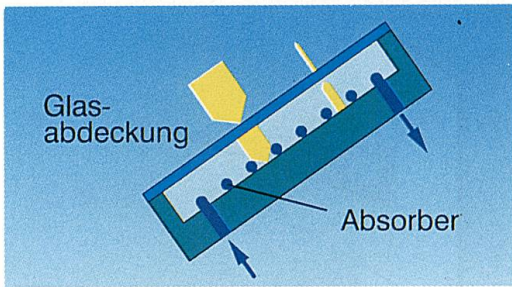


97.4 Die IR-Strahlung, welche die Erde aussendet, wird von der Atmosphäre stärker absorbiert als sichtbares Licht.



97.5 λ<sub>max</sub> der Sonnenstrahlung und der Abstrahlung der Erde im Vergleich

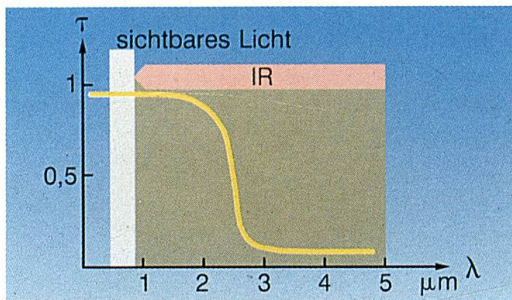




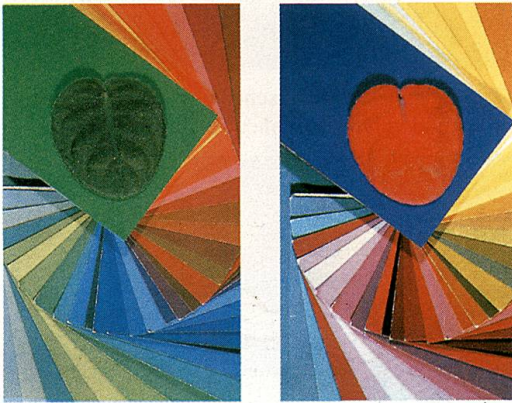
98.1 Schema des Sonnenkollektors



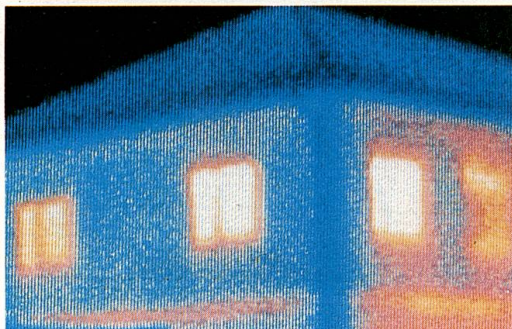
98.2 Sonnenkollektoren zur Erwärmung des Wassers in einem Schwimmbecken



98.3 Transmissionsgrad von Glas



98.4 Die Aufnahme links wurde mit einem "normalen" Farbfilm, die Aufnahme rechts mit einem Infrarotfilm gemacht. Ursprünglich wurden Infrarotfilme verwendet, um eine grüne Tarnung von echtem Pflanzengrün zu unterscheiden. Beachte: Der grüne Karton wird blau, das Pflanzengrün aber purpurrot wiedergegeben.



98.5 Die Intensität der IR-Strahlen wird in Falschfarben übersetzt.

## Eine technische Anwendung des Treibhauseffekts

Der *Sonnenkollektor* zur Gewinnung von "Niedertemperaturwärme" hat bereits eine gewisse Verbreitung gefunden (Abb. 98.1). Die Glasabdeckung des Kollektors ist für die einfallende Sonnenstrahlung gut durchlässig. Der durch die Sonnenstrahlung erwärmte Absorber gibt entsprechend seiner Temperatur IR-Strahlung ab. Die Glasabdeckung besitzt aber für diese langwellige IR-Strahlung nur eine geringe Durchlässigkeit (Abb. 98.3).

## 15.6 IR-Strahlung

### Infrarotfotografie

Alle Körper emittieren entsprechend ihrer Temperatur Strahlung. Der menschliche Körper, die Erde, Häuser ... haben eine Temperatur um ca. 300 K und emittieren daher IR-Strahlung. Mit einem IR-empfindlichen Film kann auch in einer normalen Kamera eine Aufnahme gemacht werden (Abb. 98.4).

IR-Strahlung durchdringt Dunst in der Luft besser als sichtbares Licht, da sie wegen der größeren Wellenlänge an den kleinen Wassertröpfchen weniger stark gestreut wird. Daher kann man mit einem IR-Film bei Landschaftsaufnahmen eine größere "Reichweite" erzielen.

### Wärmebilder

Das durch spezielle IR-Detektoren aufgenommene Wärmebild wird elektronisch in den sichtbaren Bereich transformiert. Dabei werden unterschiedliche Temperaturen durch verschiedene Farben wiedergegeben (*Falschfarben*). Ein Wärmebild setzt sich aus einer großen Anzahl von Punkten zusammen. Die IR-Detektoren können Temperaturunterschiede von weniger als 0,1 K erkennen. Die Wärmebildtechnik wird in sehr vielen Bereichen eingesetzt. Einige Beispiele: Untersuchung der Wärmedämmung von Gebäuden (Abb. 98.5), zur Wetterbeobachtung. In der Medizin wird die Thermografie z.B. zur Diagnose von Durchblutungsstörungen angewendet.

### Farbtemperatur

Eine Lichtquelle ist durch die spektrale Intensitätsverteilung der emittierten Strahlung gekennzeichnet. Im sichtbaren Bereich ist damit auch ein bestimmter Farbeindruck verbunden.

Erzeugen ein Schwarzer Strahler und eine Lichtquelle gleiche Farbeindrücke, dann wird die Temperatur des Schwarzen Strahlers als Farbtemperatur der Lichtquelle bezeichnet.

Eine niedrige Farbtemperatur bedeutet einen großen Rotgehalt, eine hohe Farbtemperatur einen großen Blaugehalt. Die Farbtemperatur des Tageslichtes ist stark von der Tageszeit, Jahreszeit und vom Wetter abhängig. Die Farbtemperatur ist für die Farbfotografie sehr wichtig. So unterscheidet man z. B. Tages- und Kunstlichtfilm. Die Farbtemperatur der Lichtquelle sollte mit der Farbtemperatur des Filmes übereinstimmen, damit kein Farbstich entsteht. Ist keine Übereinstimmung vorhanden, dann entsteht ein Farbstich, der durch Farbfilter teilweise ausgeglichen werden kann.

### Kontrollfragen

1. Erkläre den Unterschied zwischen einem Temperaturstrahler und einem Lumineszenzstrahler.
2. Erkläre die Begriffe Absorption, Reflexion und Transmission von Strahlung.
3. Was versteht man unter einem Schwarzen Körper?
4. Welcher Zusammenhang besteht zwischen Absorption und Emission?



5. Was sagt das Stefan-Boltzmannsche Gesetz aus?
6. Was gibt die Solarkonstante an?
7. Erkläre die Wärmeübertragung durch Strahlung.
8. Was sagt das Wiensche Verschiebungsgesetz aus?
9. Wie verändert sich die Strahlungsemission, wenn die Temperatur des Strahlers erhöht wird?
10. Welche wesentlichen Unterschiede bestehen zwischen dem Sonnenspektrum und dem Spektrum einer Glühlampe? Wodurch kommen diese Unterschiede zustande?
11. Warum hat die Glühlampe einen so geringen Wirkungsgrad?
12. Welche Ursachen und Wirkungen hat der Treibhauseffekt der Atmosphäre?
13. Erkläre den Treibhauseffekt in einem Glashaus.
14. Wie funktioniert ein Sonnenkollektor?
15. Was versteht man unter der Farbtemperatur?

## 16. Spektren

In Kapitel 13.1 wurde die spektrale Zerlegung des weißen Lichtes durch ein Prisma dargestellt. Dabei wird das Licht in seine spektralen Bestandteile zerlegt. Das heißt, die einzelnen Bestandteile, die sich durch die Wellenlänge (Frequenz) unterscheiden, werden räumlich getrennt und etwa auf einem Schirm aufgefangen. Es entsteht ein Spektrum. Beim Prisma beruht die spektrale Zerlegung des Lichtes auf der Abhängigkeit der Brechzahl von der Wellenlänge. Bei einem Gitter wird die Abhängigkeit der Beugung von der Wellenlänge ausgenutzt.

In einem *Spektralapparat* wird Strahlung in ihre spektralen Bestandteile verschiedener Wellenlänge zerlegt.

Das *Spektroskop* dient zur unmittelbaren Beobachtung eines Spektrums mit dem Auge (Abb. 99.1). Der Spalt wird durch das zu untersuchende Licht beleuchtet. Er wirkt daher als Lichtquelle und sendet ein divergentes Strahlenbündel aus, das durch die Kollimatorlinse parallel gerichtet wird. Je kürzer die Wellenlänge ist, desto stärker wird das Licht durch das Prisma gebrochen. Es entsteht eine Folge von Lichtstrahlen verschiedener Richtung und Wellenlänge. Jedes Lichtbündel wird durch die nachfolgende Linse auf dem Schirm gesammelt. Auf diesem erscheint daher eine Folge von Spaltbildern von verschiedenen Farben (Wellenlängen). Mit einem *Spektrographen* wird das Spektrum auf einer Fotoplatte aufgezeichnet. Ein *Spektrometer* ermöglicht die Bestimmung der Wellenlänge der einzelnen Bestandteile. Ein *Spektralphotometer* besitzt einen lichtelektrischen Empfänger, der die Strahlungsintensität in Abhängigkeit von der Wellenlänge mißt.

### 16.1 Emissionsspektrum

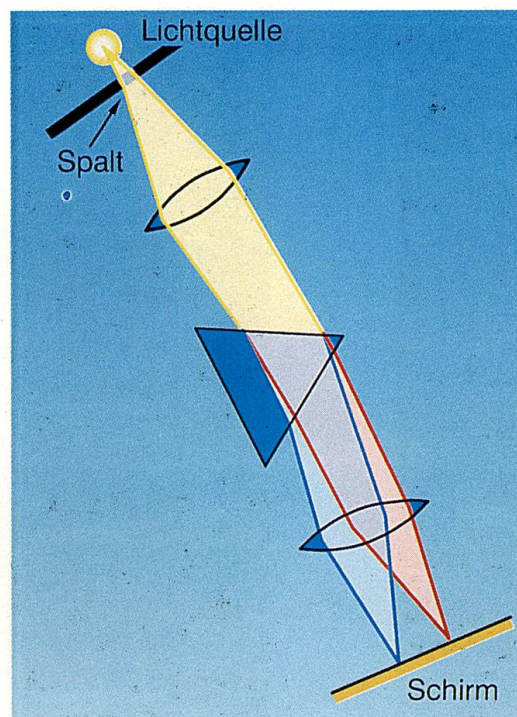
Schickt man das Licht der Sonne, einer Glühlampe oder einer Bogenlampe durch einen Spektralapparat (oder einfach durch ein Prisma), so bekommt man ein *Emissionsspektrum*.

Das Spektrum eines selbstleuchtenden Körpers bezeichnet man als *Emissionsspektrum*.

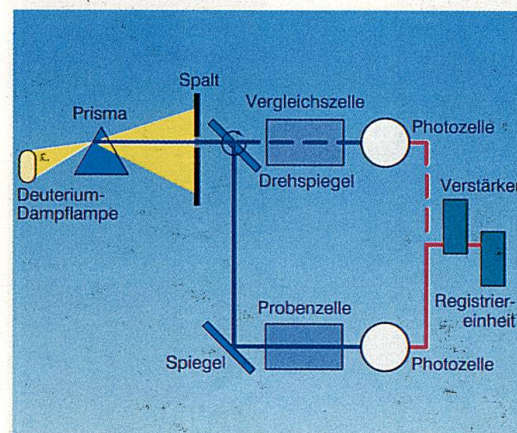
Glühlampe und Bogenlampe erzeugen ein Spektrum, in dem keine Lücke auftritt. Es enthält alle Wellenlängen. Ein derartiges Spektrum bezeichnet man als *kontinuierliches Spektrum*.

#### Versuch

Der Spalt des Spektroskops wird durch das Licht einer Natriumdampfampe beleuchtet. Auf dem Schirm erscheint nur ein scharfes, gelbes Spaltbild, das als



99.1 Schema eines Spektroskops

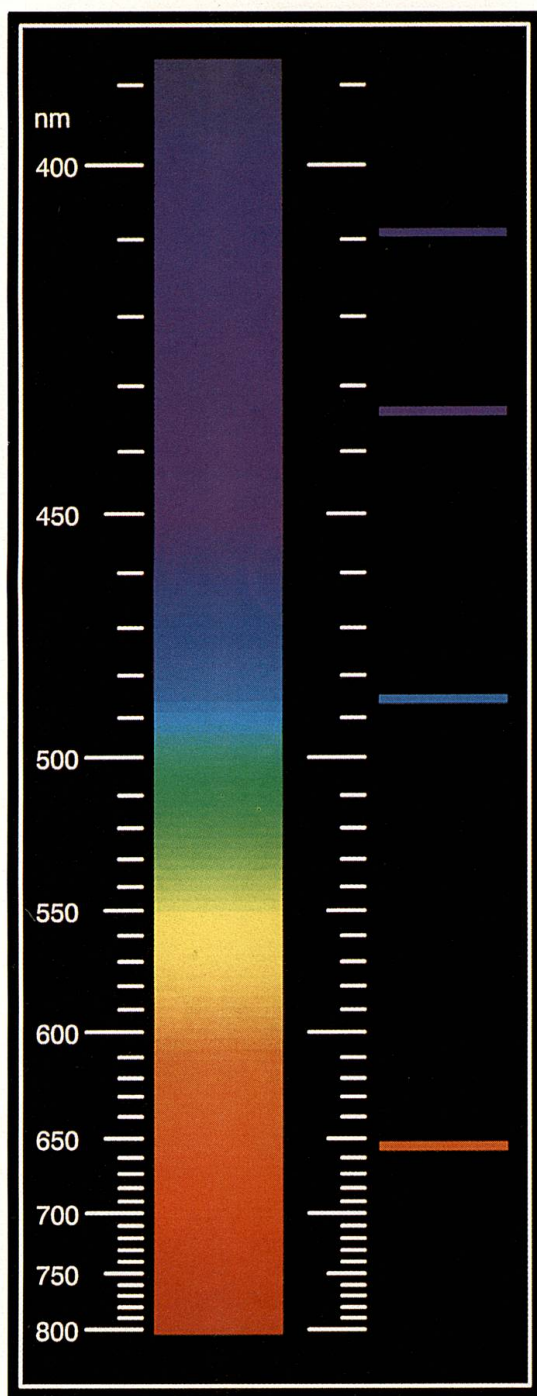


99.2 Schema eines Spektralphotometers. Mit Hilfe des Prismas wird eine monochromatische Strahlung hergestellt. Diese wird in zwei Strahlen zerlegt. Der eine Strahl wird durch eine Zelle mit der Probe geleitet, der zweite durch eine Vergleichszelle. Mit lichtempfindlichen Halbleitern als Detektoren wird die Intensität der Strahlen verglichen.



99.3 Radioteleskop



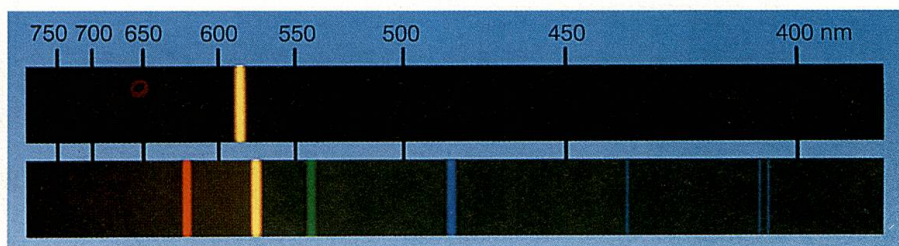


100.1 Kontinuierliches Spektrum des weißen Lichtes (links), Linienspektrum des Wasserstoffes (rechts)



100.2 Gedenkmarke zum 200. Geburtstag des deutschen Physikers Joseph von Fraunhofer: Das Bild stellt das Sonnenspektrum mit Fraunhoferschen Linien dar. Von oben nach unten: Ca, H, Mg, Fe, Na, H.

Linie bezeichnet wird. Das Spektrum der Natriumdampflampe enthält nur eine einzige *Spektrallinie*. Ein Spektrum, das aus einzelnen Linien besteht, heißt *Linienspektrum*. Wird der Spalt des Spektroskops mit Licht der Quecksilberdampflampe beleuchtet, erhält man ein Linienspektrum mit 6 Spektrallinien.



100.3 Emissionsspektren. Oben: Natriumdampflampe, unten: Quecksilberdampflampe

Glühende feste oder flüssige Körper sowie Gase unter hohem Druck oder bei hoher Temperatur erzeugen ein kontinuierliches Spektrum. Leuchtende Gase unter geringem Druck erzeugen *Linienspektren* (Atomspektren) oder *Bandenspektren* (Molekülspektren).

Im Gegensatz zu den Linienspektren werden Bandenspektren von mehratomigen Molekülen emittiert. Sie bestehen aus einzelnen Gruppen dicht angehaufener Linien.

Damit ein Körper Strahlung emittiert, muß ihm Energie zugeführt werden. Dabei nehmen die einzelnen Atome des Körpers Energie auf, die sie dann in Form von Strahlungsenergie wieder abgeben. Diese Energieaufnahme von Atomen bezeichnet man auch als Anregung der Atome. Bei einem Temperaturstrahler werden die Atome thermisch angeregt. Bei einem Lumineszenzstrahler wird die zugeführte Energie direkt in Strahlungsenergie umgewandelt. Bei einer Gasentladungslampe wird elektrische Energie direkt in Strahlungsenergie umgeformt. Schon im 19. Jh. hat man herausgefunden, daß jedes chemische Element im gasförmigen Zustand ein ganz bestimmtes Linienspektrum besitzt.

Jedes chemische Element im gasförmigen Zustand hat sein eigenes, charakteristisches Linienspektrum.

Aufgrund dieser Eigenschaft kann man aus dem Spektrum auf die Natur des leuchtenden Stoffes schließen. Darauf beruht die *Spektralanalyse*, die von *Gustav Robert Kirchhoff* und *Karl Bunsen* im Jahr 1859 begründet wurde.

Die Spektralanalyse dient zur Identifizierung von Elementen.

Kirchhoff und Bunsen konnten mit dieser Methode zwei bis dahin unbekannte Elemente (Cäsium, Rubidium) entdecken. Mit Hilfe der Spektralanalyse können noch Spuren von Stoffen nachgewiesen werden. Auch das Licht von Sternen wird spektroskopisch untersucht. Dabei ist der Dopplereffekt von Bedeutung. Wenn sich ein Stern der Erde nähert, so registriert der Spektralapparat eine höhere Frequenz bzw. kürzere Wellenlänge der einzelnen Spektrallinien. Das bedeutet aber, daß sich die Spektrallinien zum kurzwelligen Ende (Violett) hin verschieben. Man spricht daher von einer *Violettverschiebung*. Entfernt sich der Stern, tritt eine *Rotverschiebung* auf. Aus der Verschiebung der Linien läßt sich die Relativgeschwindigkeit des Sternes gegenüber der Erde berechnen.

## 16.2 Absorptionsspektrum

### Versuch

Mit Glühlampe und Spektroskop wird auf einem Schirm ein kontinuierliches Spektrum erzeugt. Bringt man eine leuchtende Natriumflamme zwischen Lichtquelle und Spalt, dann tritt im Spektrum eine schwarze Linie auf. Sie ist genau an der Stelle, an der sich im Spektrum der Natriumdampflampe die gelbe Linie befindet. Das leuchtende Natrium hat gerade die Wellenlänge absorbiert, die die Natriumatome in der Natriumdampflampe emittieren.



## Versuch

Läßt man Sonnenlicht durch ein Prisma fallen, hat man den Eindruck, ein kontinuierliches Spektrum zu erhalten. Untersucht man jedoch das Sonnenlicht genauer mit einem Spektroskop, so findet man im Spektrum eine große Anzahl schwarzer Linien, sogenannte *Absorptionslinien*.

Das in der Photosphäre erzeugte Sonnenlicht hat ein kontinuierliches Spektrum. Die verschiedenen Gasatome einer äußeren Schicht der Sonne (Chromosphäre) absorbieren ganz bestimmte Wellenlängen, die dann als schwarze Linien im Sonnenspektrum auftauchen. Diese Absorptionslinien heißen *Fraunhofersche Linien*, benannt nach ihrem Entdecker *Joseph von Fraunhofer* (1787 - 1826).

Jeder Stoff absorbiert genau die Wellenlängen, die er auch emittiert.

## 16.3 Das elektromagnetische Spektrum

Faßt man alle elektromagnetischen Wellen zusammen und ordnet sie nach Wellenlänge oder Frequenz, so spricht man vom elektromagnetischen Spektrum. Das elektromagnetische Spektrum reicht von den langwelligigen *Radio-Wellen* bis zur äußerst kurzwelligen *Gammastrahlung*. Alle elektromagnetischen Wellen breiten sich mit Lichtgeschwindigkeit aus, und es gilt für sie der Zusammenhang

$$c = \lambda \cdot f$$

Die Unterschiede in der Wellenlänge (Frequenz) bedingen auch verschiedene Arten der Erzeugung und unterschiedliche Eigenschaften bei der Ausbreitung und bei der Wechselwirkung mit Materie.

Radiowellen werden auf elektrotechnischem Wege erzeugt. IR-Strahlung, sichtbares Licht und UV-Strahlung können durch Temperaturstrahler oder Lumineszenzstrahler erzeugt werden. Röntgenstrahlung wird durch Abbremsen sehr schneller Elektronen in Röntgenröhren erzeugt. Gammastrahlung entsteht bei Kernumwandlungen. Genauer kann erst in der Atomphysik besprochen werden.

Die Erdatmosphäre absorbiert zwar elektromagnetische Strahlung, besitzt aber in zwei Bereichen eine große Durchlässigkeit. Man spricht vom *optischen Fenster* und *Radiofenster*. Diese beiden Fenster ermöglichen den Empfang von Licht und Radiowellen aus dem Weltraum. Neben der optischen Astronomie mit den Spiegelteleskopen ist die Radioastronomie mit den Radioteleskopen ein wichtiges Mittel zur Erforschung des Weltraumes. Ein Radioteleskop ist im wesentlichen ein Parabolspiegel zur Sammlung von Radiowellen.

## Aufgaben

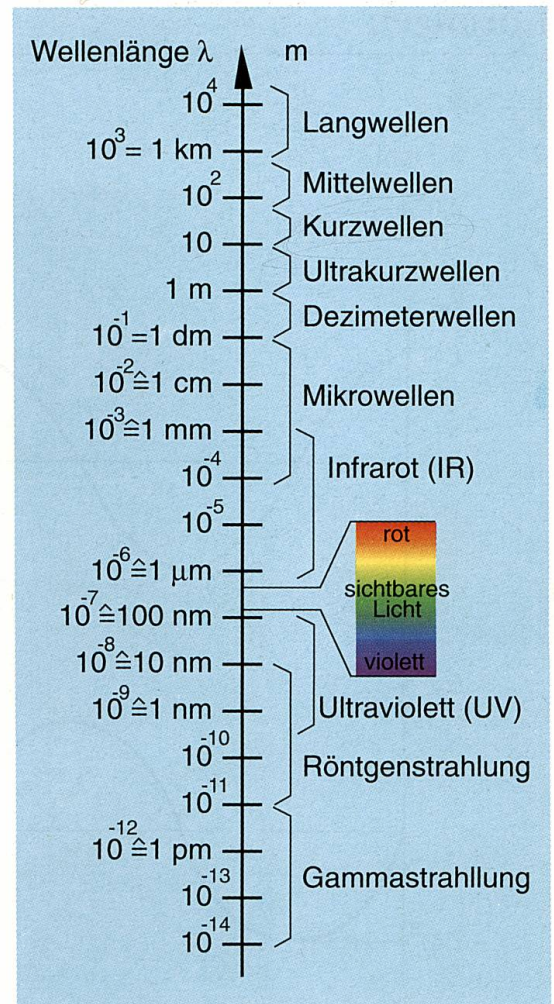
**180.** Die Natriumlinie hat eine Wellenlänge von 590 nm. Welche Frequenz besitzt das Natriumlicht?

**181.** In einem Mikrowellenherd werden z. B. Wellen mit einer Frequenz von 2,45 GHz verwendet. Wie groß ist die Wellenlänge?

**182.** In welchem Bereich des elektromagnetischen Spektrums spielen die Temperaturstrahler eine wichtige Rolle? Warum ist dieser Bereich begrenzt?

## Kontrollfragen

1. Erkläre Aufbau und Funktion eines Spektroskops.
2. Was ist ein Emissionsspektrum (Absorptionsspektrum) und wie kann es erzeugt werden?
3. Was ist ein kontinuierliches Spektrum (Linienpektrum) und wie kann es erzeugt werden?
4. Was versteht man unter Spektralanalyse?
5. Wodurch unterscheiden sich die einzelnen Bereiche des elektromagnetischen Spektrums?



115.1 Das elektromagnetische Spektrum



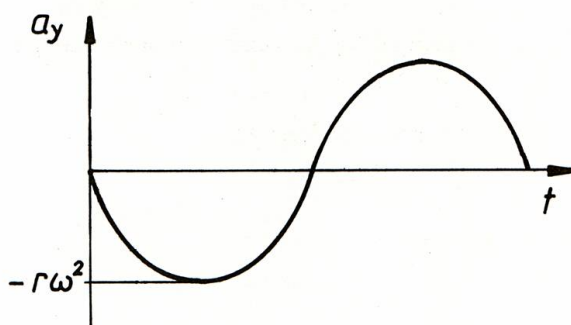
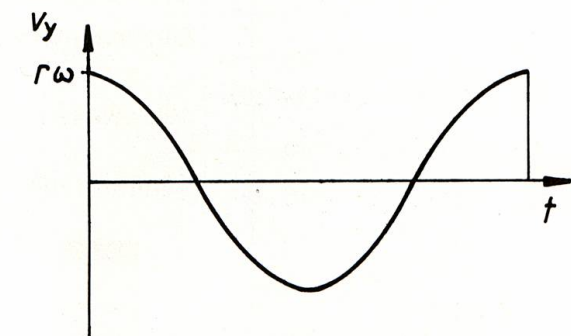
# Lösungen

1  $\pi / 4$

2 8,3 mm

3 0,074 s

4 a)



b)  $v_y = \omega r \cos \omega t$   $a_y = -\omega^2 r \sin \omega t$

5 a) 126 N/m b) 6,32 N c) 3,04 N

6 0,25 s

7 8,1 kg; 10 N

8 41 %

9 a) 9,6 s b) Nachweis der Erdrotation

10 Verlängerung: Uhr geht nach  
Verkürzung: Uhr geht vor

11 Die Frequenz nimmt zu.

12 0,64 m

13 Verringerung um 29 %

14 Nach 6 Sekunden  
1. Pendel: 6 Schwingungen  
2. Pendel: 5 Schwingungen

15 Pendellänge und Schwingungsdauer müssen gemessen werden.

16 Ja. Die wirksame Erdbeschleunigung ist geringer als beim freischwingenden Pendel.

17  $2r$

18  $73,6 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$

19 2,89 m/s

20 0,2 m

21 Die Amplitude muß um das  $\sqrt{2}$ -fache erhöht werden.

22 In 1 Sekunde finden  $4f$  Energieumwandlungen statt.

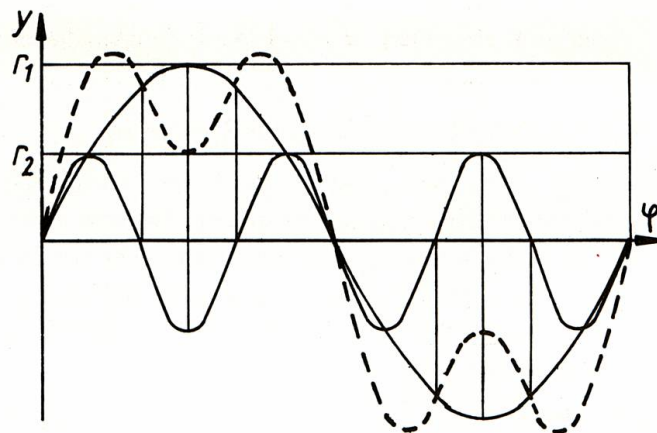
23 3,65 Hz

24 0,47 cm

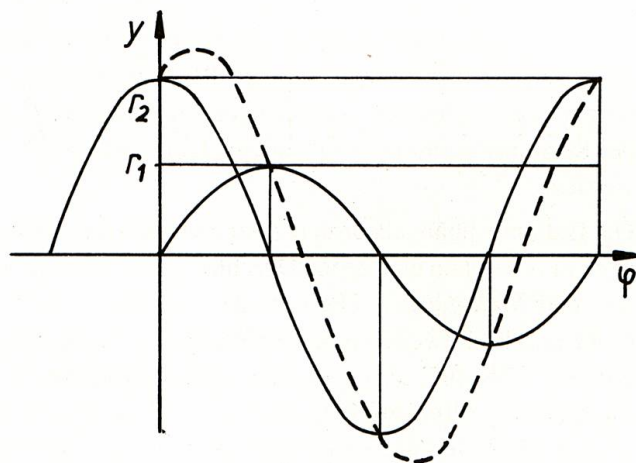
25 0,023 J; 72 mW

26  $3\pi/4$

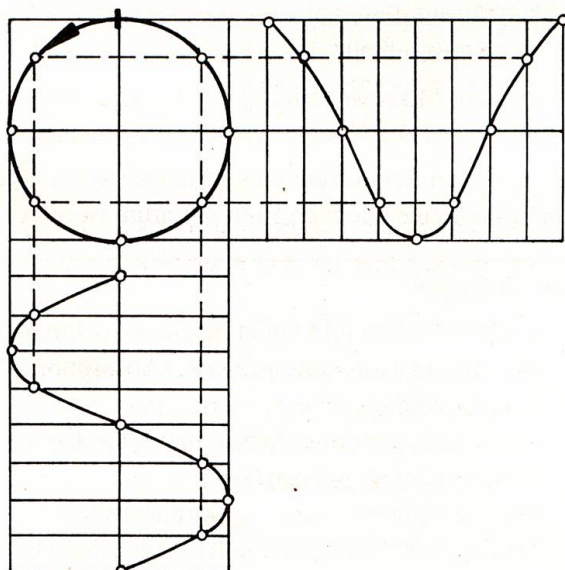
27 a)



b)



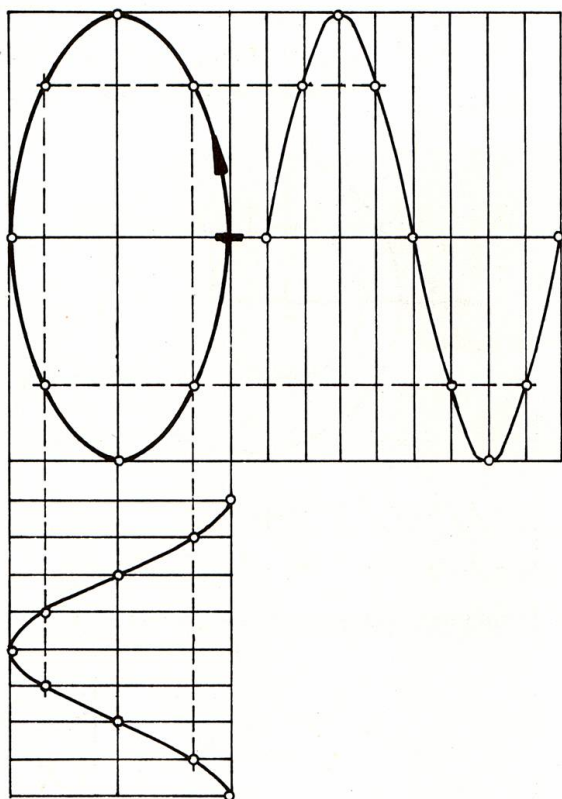
28 a)



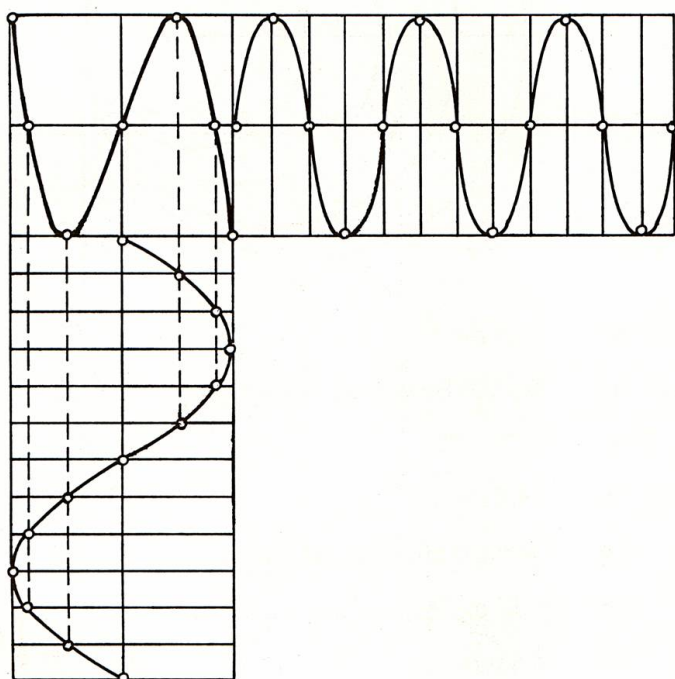


28

b)



c)



29

- a)  $\varphi = 0; \pi; 2\pi$   
 b) Gleiche Amplituden;  $\varphi = \pi/2; 3\pi/2$   
 c) In allen Fällen außer a) und b)

30

Arbeitsauftrag ohne Lösung

31

- a) Auslöschung: gegenphasige Schwingungen gleichen Amplituden und Frequenzen  
 b) Maximale Verstärkung: gleichphasige Schwingungen gleichen Frequenzen

32

0,5 Hz

33

 $\pi/2 + k\pi$ 

34 0,8 s

35 1 m

- 36 a) 0,05 m; 4 Hz; 0,625 m; 2,5 m/s  
 b) 0,02 m; 2 Hz; 0,25 m; 0,5 m/s

37 0,11 Hz; 18 m;  $y = 0,05 \cdot \sin 0,7(t - x/2)$ 

38 Federkonstante, Wagenmasse

39 0,53 m

40 a) 5190 m/s b) 1190 m/s

41 293 m/s

42 a) 2858 Hz b) 0,17 ms

43 222 m

44 17 m; 0,017 m

45 0,50 m

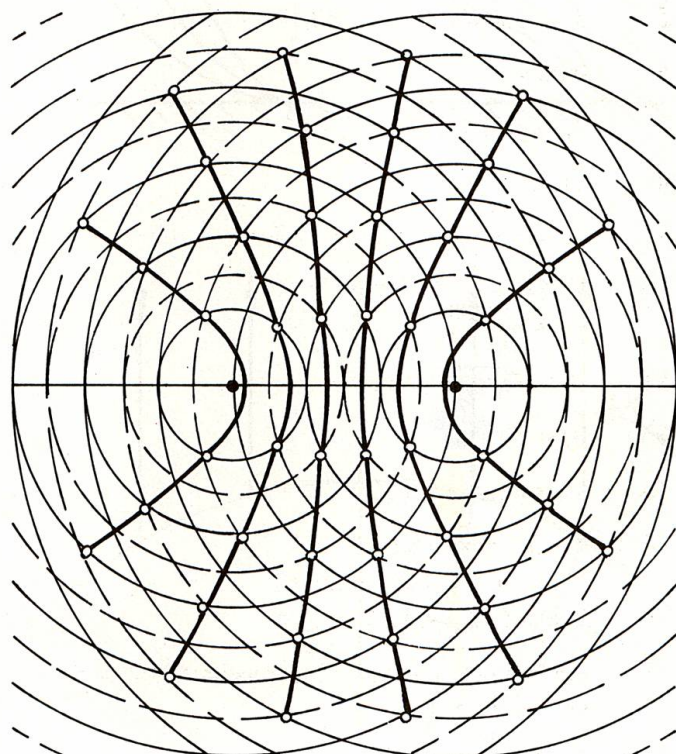
46 Der Abstand zweier benachbarter Wellenberge sinkt auf die Hälfte.

47 Arbeitsauftrag ohne Lösung

48  $2\lambda$ 

49 7 Interferenzstreifen

50



51 3540 Hz

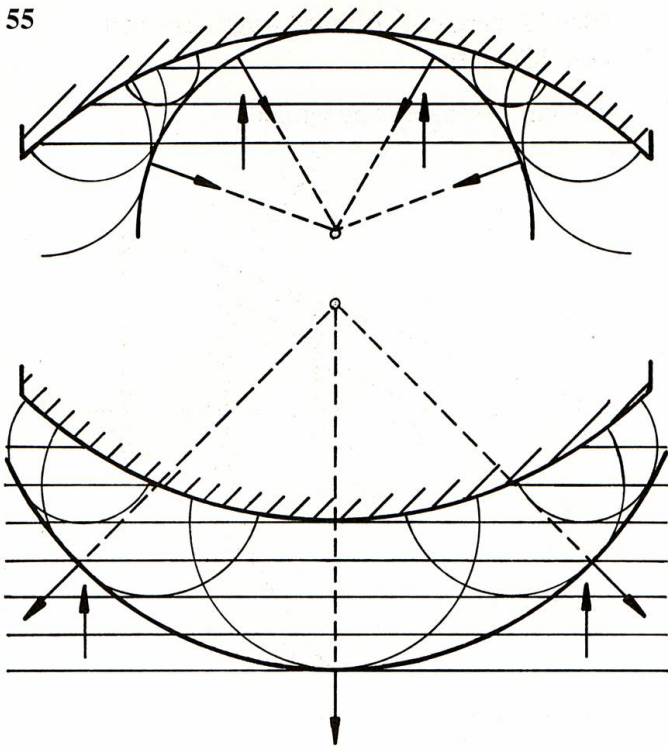
52 Arbeitsauftrag ohne Lösung

53 Schallwellen werden an Hindernissen gebeugt.

54 Tiefe Töne



55

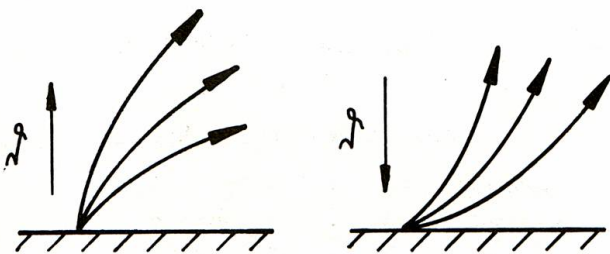


56 17 m

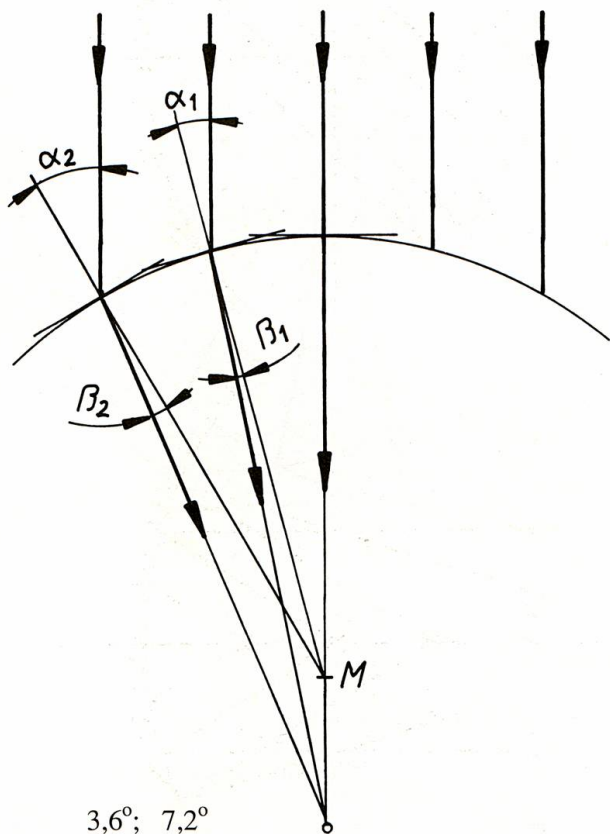
57 Zur Einfallsnormalen hin

58 20 cm/s; 30 cm/s; 10 Hz; 3 cm

59



60

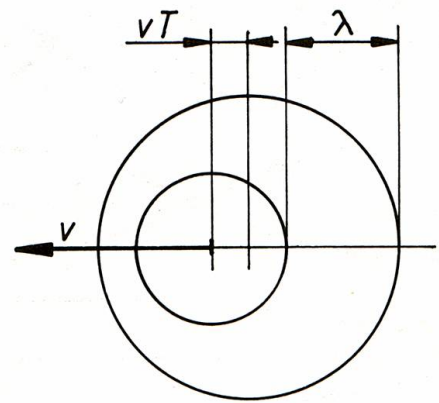


3,6°; 7,2°

61 Arbeitsauftrag ohne Lösung

62 Arbeitsauftrag ohne Lösung

63

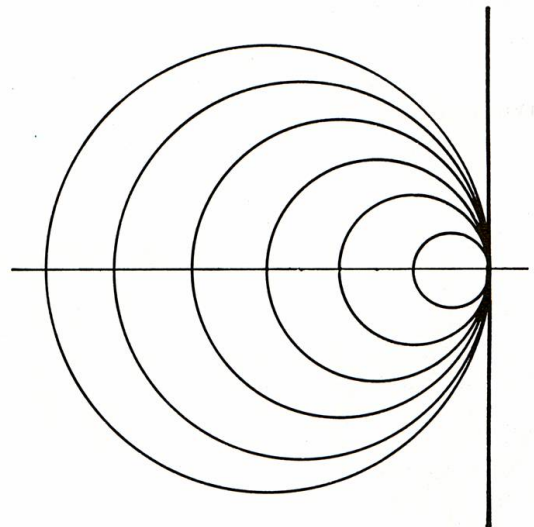


$$\lambda = \lambda_0 + vT = \lambda_0 + v/f_0 = \lambda_0 + v\lambda_0/c$$

$$\lambda = \lambda_0 (1 + v/c) \Rightarrow f = f_0 / (1 + v/c)$$

64 Empfänger bewegt sich in Richtung Sender

65



66 25,8 m/s

67 Bei der Bewegung des Senders

68  $\approx 27 : 25$ 

69 14,8 m/s

70 Arbeitsauftrag ohne Lösung

71 0,17 m

72 5,6 m/s

73 4,2 m/s

74  $f_n = n f_1$ 

75 33 % Vergrößerung

76 5 % Verringerung

77  $5\lambda/2$ ; 4. Oberschwingung; 5. Harmonische

78 2000 Hz

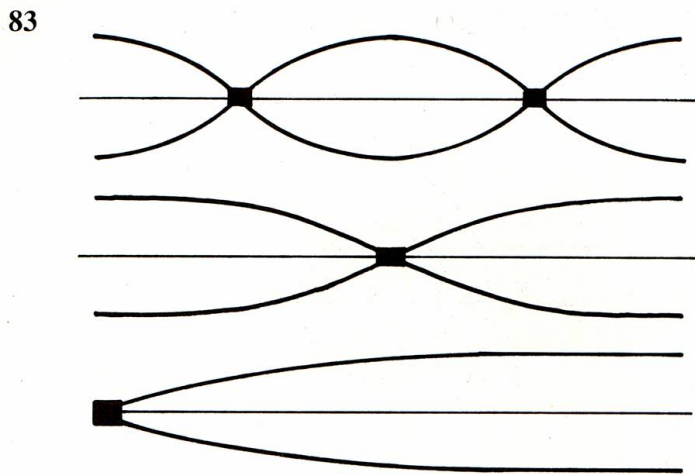
79 73 Hz

80 Beim Füllen mit Wasser wird die Luftsäule kürzer und die Frequenz höher.

81 0,57 m; 750 Hz; 450 Hz



82 1 : 2



84 Gleiche Eigenfrequenzen

85 Kugelwelle: a) Die Schalleistung verteilt sich mit zunehmender Entfernung auf immer größere Kugelflächen, daher nimmt die Intensität ab. b) Absorption  
Ebene Welle: Absorption

86  $10^{-9} \text{ W}$

87 Vervierfacht

88  $3,2 \cdot 10^{-5} \text{ W/m}^2$ ;  $0,1 \text{ N/m}^2$

89 1000 km

90 3 dB

91 1,12; 1,26

92 Verzehnfachung

93 20 dB

94  $\approx 95 \text{ dB}$

95  $\approx 91 \text{ dB}$

96  $-9,5 \text{ dB}$

97 a)  $-10 \text{ dB}$  b)  $11,5 \text{ m}^{-1}$

98 a) 3 dB b) 6 dB

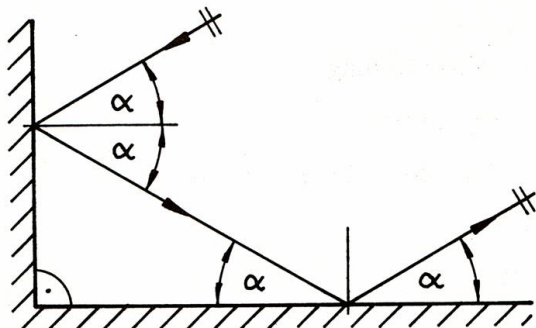
99 87,40 lx

100 270 cd

101 4 m

102 Das Licht wird diffus reflektiert.

103

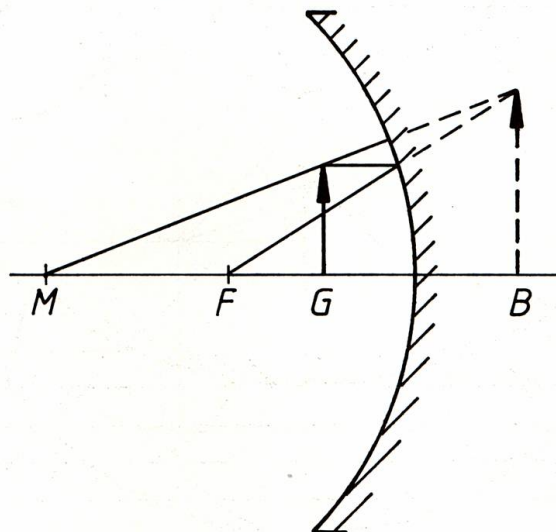


104 Umlenkung um  $180^\circ$

105  $\alpha = 2\beta$

106 Halbe Körpergröße (Abstand Auge - Scheitel vernachlässigt)

107 Aufrecht, vergrößert und virtuell



108 a) Gegenstand Bild

$0 < g < f$  aufrecht, vergrößert, virtuell

$f < g < 2f$  umgekehrt, vergrößert, reell  
 $b > 2f$

$g = 2f$  umgekehrt, gleich groß, reell  
 $b = 2f$

$g > 2f$  umgekehrt, verkleinert, reell  
 $f < b < 2f$

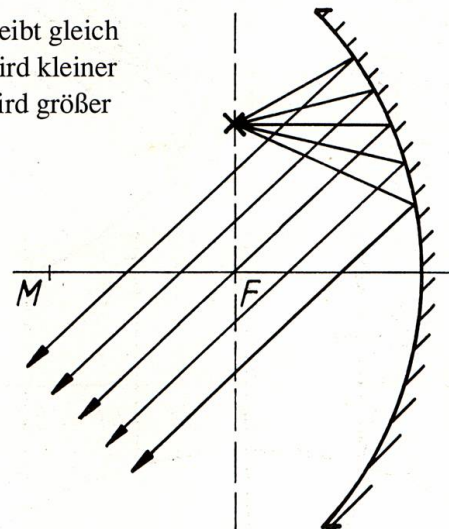
b) Aufrechte, verkleinerte und virtuelle Bilder

109 a) bleibt gleich

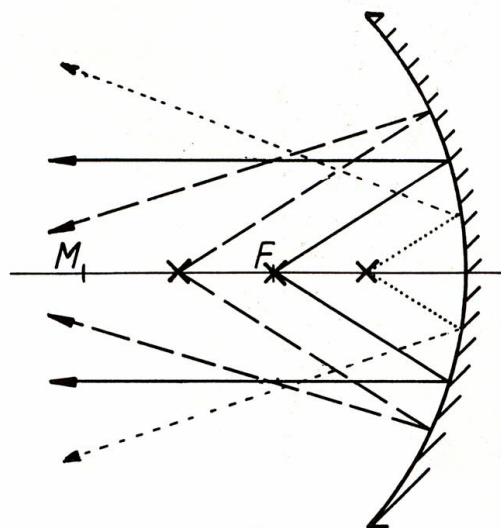
b) wird kleiner

c) wird größer

110

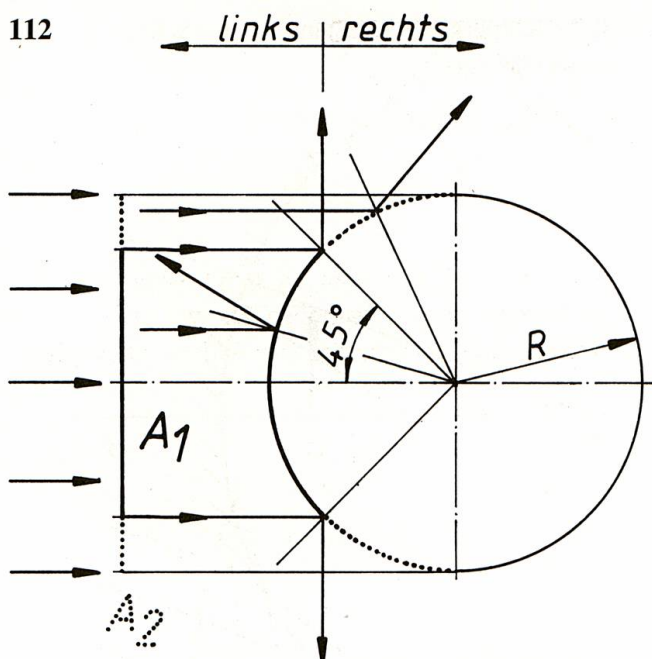


111





112



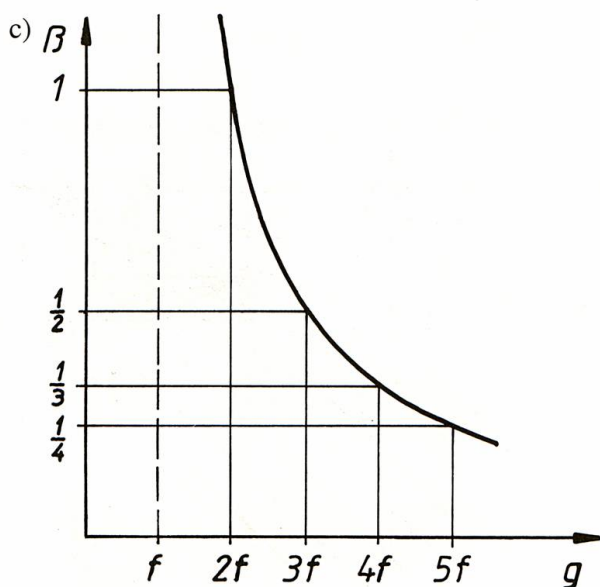
Alle Strahlen mit  $\alpha < 45^\circ$  werden nach links reflektiert, alle Strahlen mit  $\alpha > 45^\circ$  nach rechts.

$$\text{Kreisfläche } A_1 = R^2 \pi / 2$$

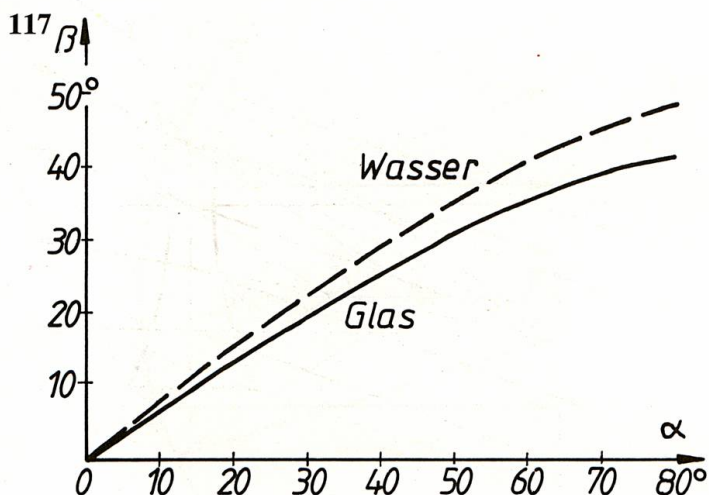
$$\text{Kreisfläche } A_2 = R^2 \pi - R^2 \pi / 2 = R^2 \pi / 2$$

$$A_1 = A_2$$

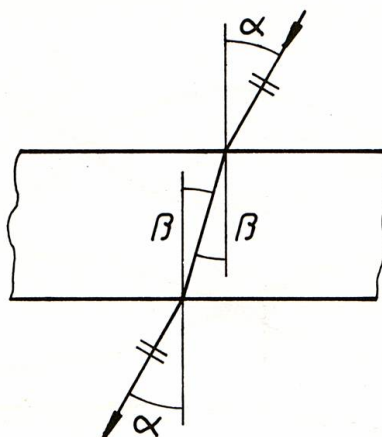
113 Im Krümmungsmittelpunkt; 1

114 a)  $\beta = f / (g - f)$ 

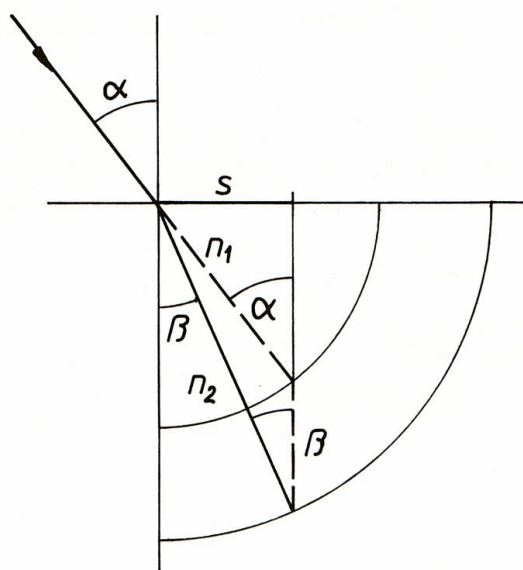
115 1,62

116  $2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ;  $2,26 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ 

118



119

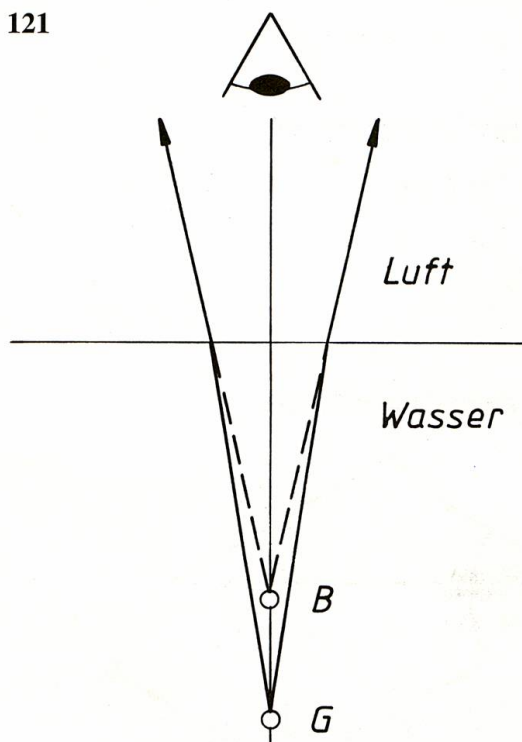


$$\sin \alpha = s / n_1 \text{ und } \sin \beta = s / n_2 \Rightarrow$$

$$\sin \alpha / \sin \beta = n_2 / n_1$$

120 Parallelverschiebung oder Totalreflexion

121

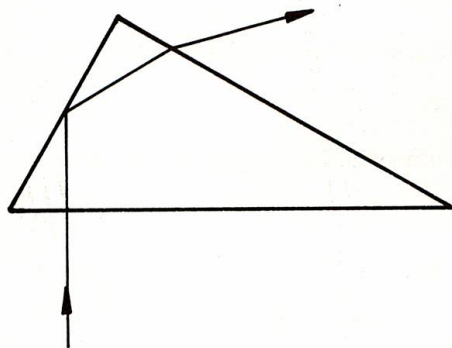
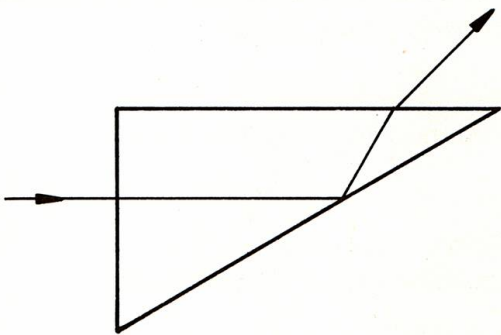
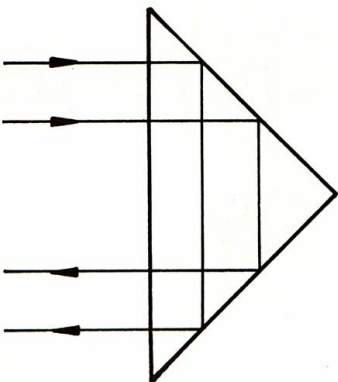
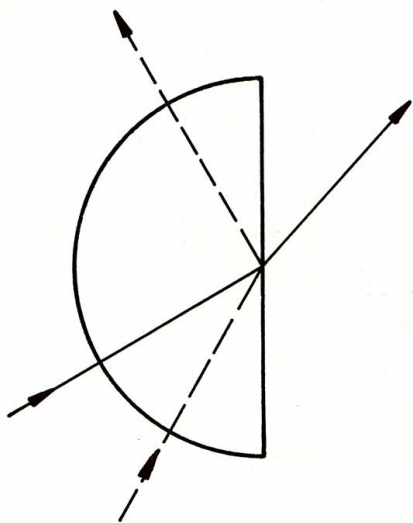


122 Durch die Brechung kommt es zu einer scheinbaren Anhebung des Stabes unter Wasser (siehe Aufgabe 121).



123 56,2°

124

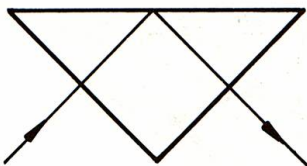


125 71,8°

126 Unruhiges Bild; Dichte- und Brechzahlunterschiede ändern sich ständig

127 20 %

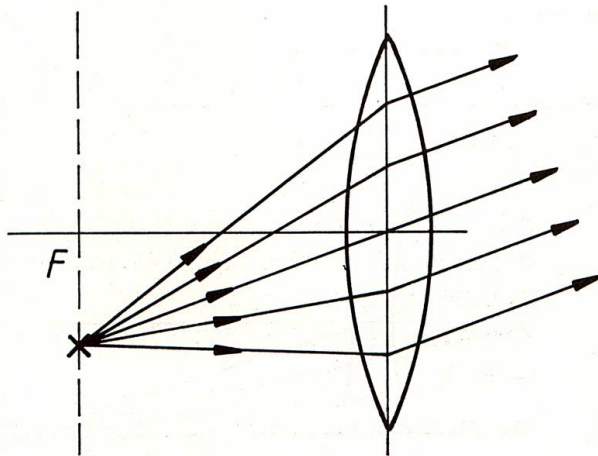
128



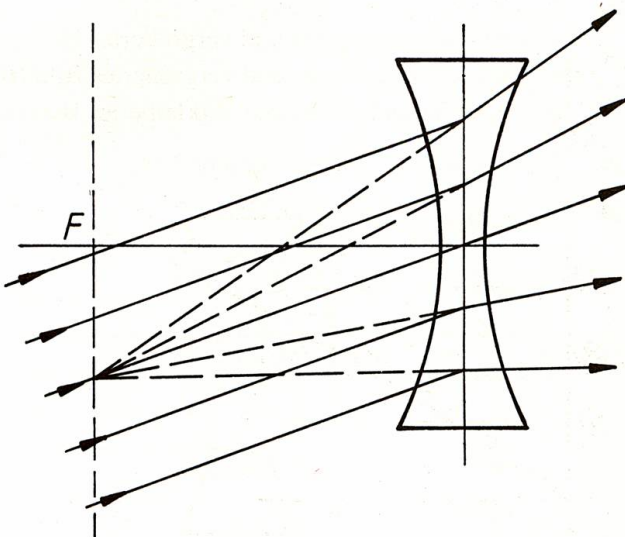
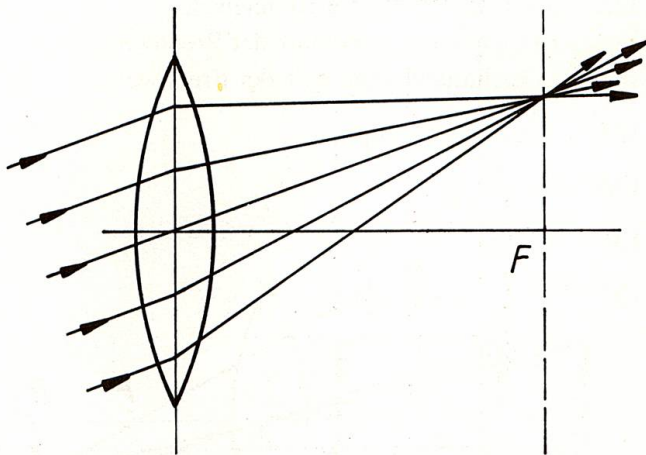
Durch den Wassertropfen auf dem Prisma wird die Totalreflexion aufgehoben. Der weitere Strahlenverlauf ist von der Tropfenform abhängig.

129 13 mm

130

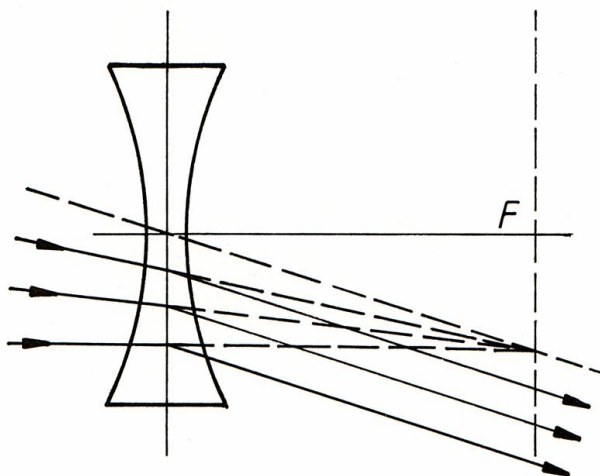
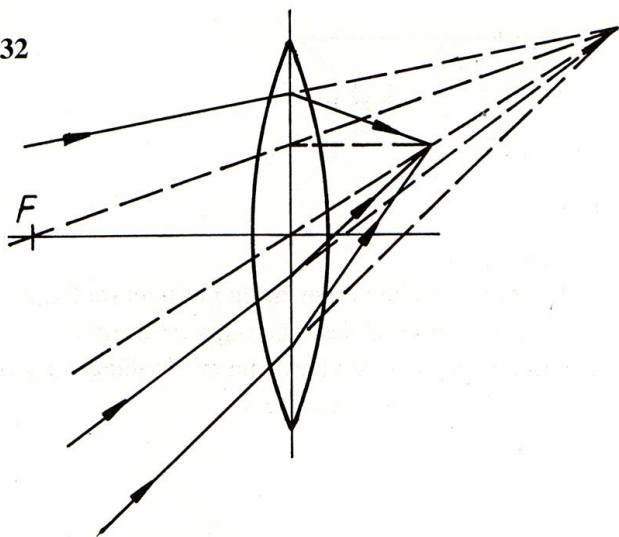


131





132



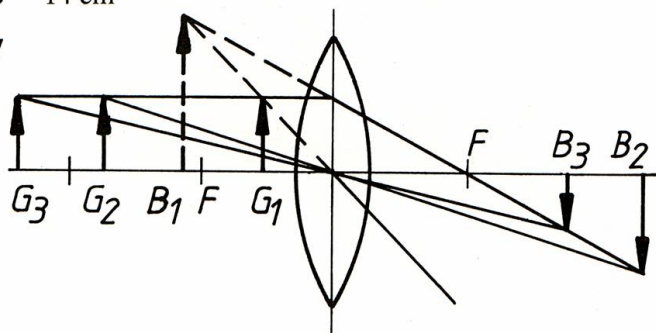
- 133 a) Lichtquelle in der Brennebene  
b) Lichtquelle außerhalb der Brennweite  
c) Lichtquelle innerhalb der Brennweite

134  $-0,4 \text{ m}$ ;  $-2,5 \text{ dpt}$

135  $0,2 \text{ m}$ ;  $0,1 \text{ m}$

136  $14 \text{ cm}$

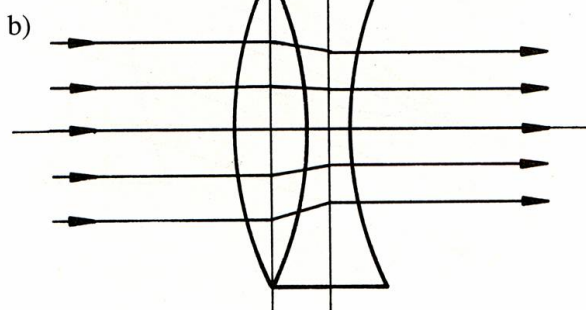
137



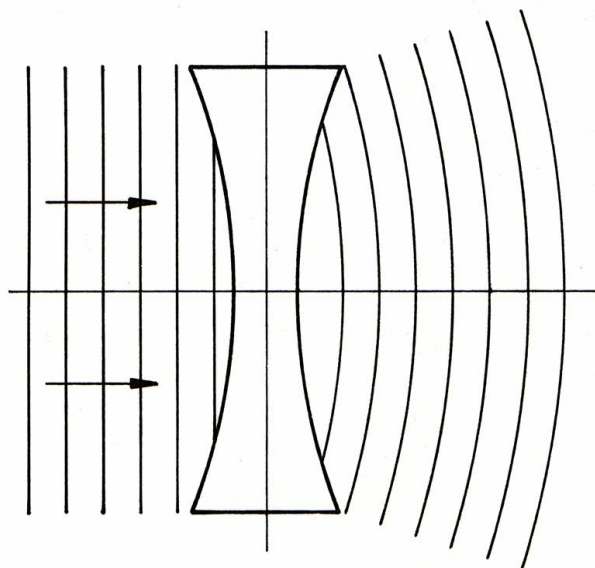
- a) virtuelles, aufrechtes und vergrößertes Bild ( $B_1$ )  
b) reelles, umgekehrtes und vergrößertes Bild ( $B_2$ )  
c) reelles, umgekehrtes und verkleinertes Bild ( $B_3$ )

138  $\beta = f / (g - f)$  (siehe Aufgabe 114)

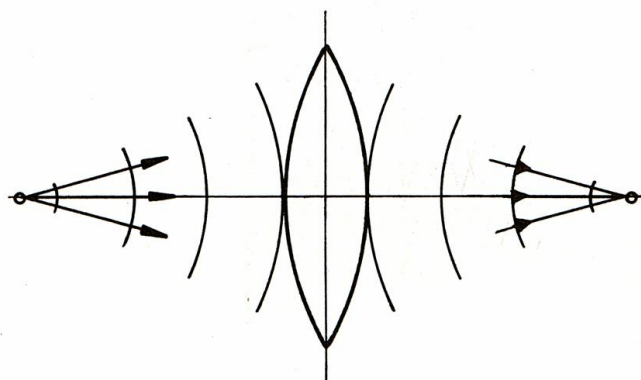
139 a)  $\infty$ ;  $0$



140



141



142 a)  $2,9^\circ$  b)  $0,9 \text{ m}$

143 nein

144 Das Linsensystem (Auge + Lupe) hat eine kürzere Brennweite als das Auge allein.

145  $2,5$

146 Der Abstand muß vergrößert werden.

147  $D / f_1 = d / f_2 \Rightarrow D / d = f_1 / f_2$

- 148 1. Prisma vertauscht oben mit unten  
2. Prisma vertauscht links mit rechts

149  $v = f_1 / |f_2|$

150 a)  $0,5^\circ$  b)  $10^\circ$

151  $400$

152 Steigerung der scheinbaren Helligkeit

153 Vergrößert

154 Es muß um zwei Stufen aufgeblendet werden.

155  $1,4 \text{ mm}$

156 a)  $2,55 \text{ m}$  b)  $1,79 \text{ m}$  c)  $2 \%$

157 Blende  $2,8$ ; Schärfentiefe verringert sich

- 158 a) kleinerer Bildausschnitt; Vergrößerung  
b) größerer Bildausschnitt; Verkleinerung

159 Augenlinse ... Objektiv (Zoom-Obj.)  
Pupille ... Blende  
Netzhaut ... Film



160 10 cm; 28

161 667 nm

162 552 nm

163 3,9  $\mu\text{m}$

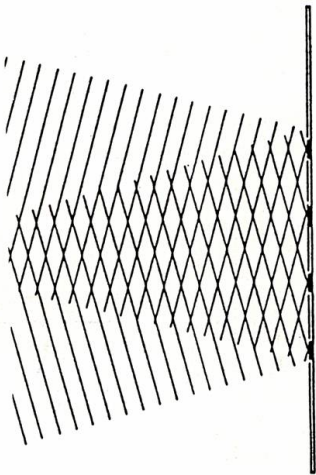
164 576 nm

165 1,75 cm

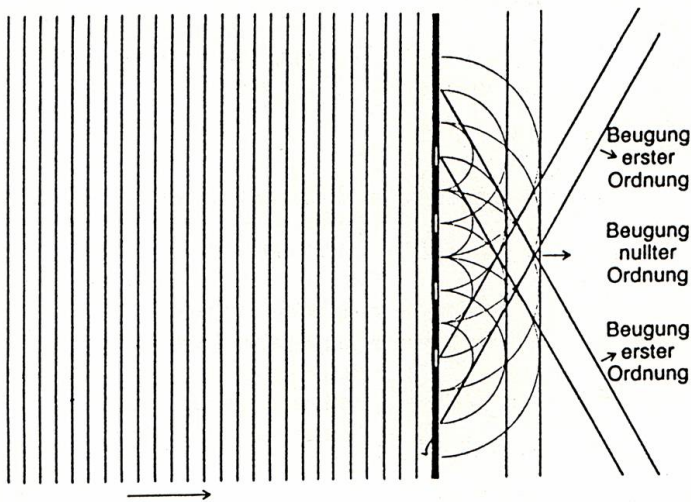
166 16. Ordnung

167  $\lambda / 2$

168 a)



b)



169 gleichmäßig belichtet

170 0,45 mm; 0,63 mm; 0,77 mm

171 30 Schichten

172 91 °C

173  $1,7 \cdot 10^{17} \text{ W}$

174  $7 \cdot 10^8 \text{ m}$

175 Strahlungsleistung steigt um 1500 %

176 a) 30 W b) 2,4  $\text{W/m}^2$

177 1,7 kWh

178 17,7 kWh

179 a) 1,04  $\mu\text{m}$  b) 10,1  $\mu\text{m}$

180  $5,08 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

181 12 cm

182 IR, sichtbar, UV

Je größer die Wellenlänge, desto geringer muß die Temperatur sein und desto geringer ist damit die Strahlungsleistung. Je kürzer die Wellenlänge, desto höher muß die Temperatur sein.



## A

Abbildungsgleichung für den Hohlspiegel 52  
Abbildungsgleichung für die Sammellinse 59, 60 66  
Aberration, chromatische 61  
-, sphärische 51, 61  
Abklingkonstante einer gedämpften Schwingung 12  
Absorptionsgrad 93  
Absorptionslinien 101  
Absorptionsspektrum 100f  
Adaption 63  
Akkommodation 63  
Akustik 19ff  
Alterssichtigkeit 63  
Amplitude einer Schwingung 4, 15  
Analysator 85  
Anisotropie 84  
Apertur, numerische 83  
Auflösungsvermögen 63, 82f  
- eines Gitters 82  
- eines Mikroskops 83  
Auge, menschliches 62f

## B

Bandenspektrum 100  
Beleuchtungsstärke 48f, 66  
Belichtungsreihe 67  
Belichtungsverhältnis 66  
*Bell, Alexander Graham* (1847 - 1922) 41  
Beugung 28, 79ff  
- am Doppelspalt 80f  
- am Einzelspalt 79f  
- am Gitter 81ff  
- am Hindernis 80  
- am Spalt 28  
Bewegungsbauch 34  
Bewegungsknoten 34  
Bildpunkt, reeller 52  
-, virtueller 51  
Blende 66  
Blendenreihe 67  
Blendenzahl 66f  
*Bohr, Niels* (1885 - 1962) 46  
Bohrsches Atommodell 46  
Bolometer 48  
*Boltzmann, Ludwig* (1844 - 1906)  
Brekraft einer Linse 60  
Brechung 30f, 54f  
Brechungsgesetz 30, 31, 54, 70  
Brechzahl 54  
Brennebene 51  
Brennpunkt 51, 58  
-, scheinbarer 58  
Brennpunktstrahl 52, 59  
Brewstersches Gesetz 86  
Brewsterwinkel 86  
*Bunsen, Karl von* (1791 - 1860) 100

## C

Camera obscura 66  
Candela 48

Chladnische Klangfigur 38  
Compact Disc (CD) 78

## D

Dezibel 41f  
Diaprojektor 67  
Dichroismus 85  
Dichtewelle 21  
Dioptrie 60  
Dispersion 70f  
- des Lichts 70  
Dispersionskurve 71  
Doppelbrechung 84f  
*Doppler Christian* (1803 - 1853) 31  
Dopplereffekt 31ff, 100  
Drehpendel 9  
Durchlichthologramm 90f

## E

Echo 29  
Echolot 44  
Eigenfrequenz 12  
Eigenschwingung 12f, 35  
Einfallswinkel 29  
*Einstein, Albert* (1879 - 1955) 45  
Elektronenbahn, erlaubte 46  
Elektronenstrahlröhre 16  
Elementarwelle 27  
Ellipsenspiegel 53  
Emission von Strahlung 94  
Emissionsspektrum 99ff  
Energieerhaltungssatz 11  
Episkop 68  
Erreger einer Welle 21

## F

Fadenpendel 8ff  
Falschfarben 98  
Faraday-Effekt 87  
Farbdreieck 73f  
Farbdruck 73  
Farben, unbunte 72  
Farbenkreis 71f  
Farbenlehre 71ff  
Farbfehler 61  
Farbfernsehen 72  
Farbfotographie 73  
Farbmetrik 73  
Farbmischung, additive 71ff  
-, subtraktive 73ff  
Farbtemperatur 98  
Farbton 73  
Faserbündel, geordnetes 57  
-, ungeordnetes 57  
Faseroptik 56f  
Fata Morgana 56  
Federpendel 7f  
*Fermat, Pierre de* (1601 - 1665) 31  
Fernrohr, Astronomisches oder Keplersches 64  
-, Galileisches oder Holländisches 65  
Filter 71

Flintglas 71  
Fokus 51, 58  
Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Welle 19f  
Fotoapparat 65ff  
Fotometer 50  
Fotowiderstand 48  
*Foucault, Leon* (1819 - 1868) 10, 46f  
Fourier-Analyse 18  
*Fraunhofer, Joseph von* (1787 - 1826) 101  
Fraunhofersche Linien 99, 100, 101  
Frequenz einer harmonischen Schwingung 7  
*Fresnel, Augustin Jean* (1788 - 1827) 28, 74, 87  
Fresnelscher Spiegelversuch 75  
Fresnelsches Zonensystem 89

## G

*Galilei, Galileo* (1564 - 1642) 45  
Gammastrahlen 101  
Gangunterschied 75  
Geräusch 24  
Gitter, optisches 81ff  
Gitterkonstante 80f  
Gitterspektrum 81  
Gradientenfaser 57  
Grenzfrequenz 45  
Grenzwinkel der Totalreflexion 56  
Grundfarben der subtraktiven Farbmischung 73  
Grundschwingung 35ff  
Grundton 23

## H

Halbleiterdetektoren 48  
Halbschatten 46  
Hauptebene einer Linse 58  
Hauptregenbogen 83  
Hauptstrahl 52, 59  
Hefnerkerze 48  
Helligkeit einer Farbe 73  
Helligkeitsempfinden 71  
*Herschel, William* (1738 - 1822)  
Himmelsfarbe 88  
Hohlraumstrahlung 94  
Hologramm 90ff  
Hologrammwiedergabe 90  
Holographie 89ff  
Hookesches Gesetz 7  
Hörfläche des Ohrs 42f  
Hörschall 23  
Hörschwelle 41  
*Huygens, Christiaan* (1629 - 1695) 28, 45  
Huygens-Fresnelsches Prinzip 28  
Huygensssches Prinzip 27ff, 62  
Hyperschall 23

## I

Infrarot 46  
Infrarotbereich (IR) 93



Infrarotfotographie 98  
Infraschall 23  
Inkohärenz 74  
Interferenz 25ff, 74  
- an dünnen Schichten 75  
- eindimensionaler Wellen 26  
- zweidimensionaler Wellen 26f  
-, destruktive 26  
-, konstruktive 26  
Interferenzhyperbel 26  
Interferometer 78  
Interferometrie, holographische 92  
Irisblende 66  
Isochromate 88

## K

Kernschatten 46  
Kerr-Effekt 87  
*Kirchhoff, Gustav Robert* (1824 - 1887)  
100  
Klangfarbe 23  
Kohärenz 27, 74  
Kohärenzlänge 75  
Komplementärfarben 71  
Kondensorlinse 67  
Konkavlinse 58  
Konkavspiegel 51f  
Konvexlinse 58f  
Konvexspiegel 52f  
Kraftgesetz, lineares 7  
Kreiswelle 24  
Kronglas 71  
Kugelspiegel 51  
Kugelstrahler 40  
Kugelwelle 24  
Kurzsichtigkeit 63

## L

Lambertsches Gesetz 49  
Laser 75  
Lautstärke 23, 43  
Leistungsschall 44  
Leuchtdichte 49  
Licht, elliptisch polarisiertes 85  
-, linear polarisiertes 85  
-, monochromatisches 46  
-, vollkommen polarisiertes 85  
-, zirkular polarisiertes 85, 86  
Lichtausbeute 49  
Lichtäther 45  
Lichtbündel 50  
Lichtgeschwindigkeit 46f  
Lichtleiter 56  
Lichtquanten 45  
Lichtstärke 48, 49  
Lichtstärke eines Objektivs 66  
Lichtstrahl 45f, 50  
Lichtstrom 48, 49  
Lichttheorien 45  
Lichtwellen 62  
Linienspektrum 24, 100  
Linksquarz 86  
Linse 58ff  
-, sphärische 58  
Linsenfehler 61  
Linsenformel für dünne Linsen 60  
Lissajous-Figuren 17f

Lochkamera 65f  
Longitudinalwelle 19  
-, stehende 34  
Luftsäule, schwingende 36f  
Lumen 48  
Lumineszenzstrahler 93  
Lupe 63f

## M

*Maxwell, James Clerk* (1831 - 1879) 45  
Medium, optisch dichtes 54  
-, optisch dünnes 54  
Michelson-Interferometer 78  
Mikroskop 64  
Mischfarben bei additiver Farbmischung  
71  
- der subtraktiven Farbmischung 73  
Multimodenfaser 56f

## N

Nachhall 29  
Nebenregenbogen 83  
*Newton, Isaac* (1642 - 1727) 45, 76  
Newtonsche Ringe 76ff  
Newtonsches Farbgelbglas 76ff  
Nicolsches Prisma 84

## O

Oberschwingung 35ff  
Oberton 23  
Objektiv 64, 66  
Objektwelle 90  
Okular 64  
Optik 45ff  
-, geometrische 50ff  
optisch aktiv 86  
optisches Fenster 101  
Oszillator 4, 7  
-, harmonischer 7  
Oszilloskop 16f  
Overheadprojektor 68  
Öffnungsfehler 61  
Öffnungsverhältnis 66

## P

Parabolspiegel 53  
Parallelstrahl 52, 59  
Pegel 41  
Pendel 4ff  
-, Foucaultsches 10  
-, mathematisches 8f  
-, physisches 9f  
Periode einer Welle 21  
Periode, räumliche 21  
-, zeitliche 21  
Phasensprung 29  
Phasenverschiebung 15  
Phasenwinkel 4f  
Phon 43  
Photoeffekt, äußerer 45  
Photometrie 45ff  
Photon 45  
Photonentheorie 45

*Planck, Max* (1858 - 1947) 45, 96  
Polarimeter 87  
Polarisation 84ff  
Polarisationsebene 85  
Polarisationsfilter 85  
Polarisationswinkel 86  
Polarisator 85  
Prägehologramm 91  
Primärfarben 71  
Prismenfernrohr 65  
Projektionsapparat 67f  
Pumpenergie 14  
Pumpfrequenz 14

## Q

Quantenelektrodynamik 45  
Quelle einer Welle 21

## R

Radiofenster 101  
Radiowellen 101  
Raumwinkel 47  
Razemat 87  
Rechtsquarz 86  
Referenzwelle 90  
Reflexion 28f  
- einer eindimensionalen Longitudinal-  
welle 28  
- einer eindimensionalen Transversalwel-  
le 28  
-, diffuse 51  
Reflexion, reguläre 51  
Reflexionsgesetz 29, 31, 51  
Reflexionsgrad 93  
Reflexionshologramm 91  
Reflexionswinkel 29  
Regenbogen 83  
Resonanzfall einer erzwungenen Schwin-  
gung 13f  
Resonanzkurve 13f  
Resonator 38  
Richtgröße einer harmonischen Schwin-  
gung 7  
Rotverschiebung 100  
*Römer, Olaf* (1644 - 1710) 46  
Rückkopplung einer Schwingung 13  
Rückstellkraft einer harmonischen  
Schwingung 7

## S

Saccharimeter 87  
Sammellinse 58f  
Sättigungsgrad einer Farbe 73  
Schallabstrahlung 38  
Schalldruck 39  
Schalleistung 40  
Schallfeld 39ff  
Schallintensität 39f  
Schallintensitätspegel 41  
Schallpegel 41ff  
Schallpegel, bewerteter 43  
Schallspektrum 23  
Schallverstärkung 38  
Schärfentiefe 67  
Schlagschatten 46



Schmerzschwelle 41  
 Schnelle 19  
 Schwarze Strahlung 94  
 Schwarzer Körper 93ff  
 Schwebung 16  
 Schwebungsfrequenz 16  
 Schwingung 4ff  
 -, anharmonische 16  
 -, elliptische 18  
 -, erzwungene 13f  
 -, freie 12f  
 -, fremderregte 13f  
 -, gedämpfte 12  
 -, gekoppelte 14f  
 -, harmonische 4ff  
 -, lineare 17  
 -, periodische 19  
 -, selbsterregte 13f  
 -, sinusförmige 4ff  
 -, ungedämpfte 12f  
 -, zirkulare 17  
 Schwingungsanregung, parametrische 14  
 Schwingungsbauch 34  
 Schwingungsenergie 11ff  
 Schwingungsknoten 34  
 Sehwinkel 63  
 Selbststeuerung einer Schwingung 13  
*Snellius, Willebrordus* (1580 - 1626) 30  
 Solarkraftwerk 53  
 Sonnenkollektor 98  
 Sonnenofen 53  
 Sonnenspektrum 96  
 Spannungsoptik 88  
 Spektralanalyse 100  
 Spektralfarben 70  
 Spektralfotometer 99  
 Spektrallinie 100  
 Spektrograph 99  
 Spektroskop 99  
 Spektrum 23f  
 - des weißen Lichts 70  
 - einer Glühlampe 97  
 -, elektromagnetisches 93, 99, 101  
 -, kontinuierliches 24, 70, 99

Spiegel 51ff  
 -, asphärischer 53  
 -, ebener 51  
 -, sphärischer 51ff  
 Spiegelteleskop 65  
 Stefan-Boltzmannsches Gesetz 94f  
 Steradian 47  
 Stimmgabel 37  
 Strahl, außerordentlicher 84  
 -, ordentlicher 84  
 Strahlenoptik 50ff  
 Strahlstärke 47, 49  
 Strahlung 46  
 -, optische 46  
 Strahlungsintensität 94  
 Strahlungsleistung 47, 49, 94  
 Streuung 87  
 Stufenfaser 56

## T

Temperaturstrahlung 93ff  
 Thermoelektrischer Effekt 48  
 Thermoelement 48  
 Thermosäule 48  
 Ton 23  
 Tonhöhe 23  
 Torsionspendel 9  
 Totalreflexion 55f  
 Transmissionsgrad 71, 93  
 - eines Filters 71  
 Transmissionshologramm 90f  
 Transversalwelle 19  
 -, stehende 34  
 Treibhauseffekt 97f

## U

Ultrarotbereich (UR) 93  
 Ultraschall 23, 44  
 Ultraschallmikroskop 44  
 Ultraviolett 46  
 Umkehrsystem von Porro 65  
 Übersichtigkeit 63

## V

Violettverschiebung 100

## W

Wärmebild 98  
 Wärmestrahlung 93  
 Wärmeübertragung durch Strahlung 95  
 Weg-Zeit-Gesetz der harmonischen Schwingung 4f, 15  
 Wegdifferenz, optische 75  
 Weglänge, optische 75  
 Weißlichthologramm 91  
 Welle 19ff  
 -, eindimensionale 24, 28  
 -, elektromagnetische 19, 45  
 -, gerade 24  
 -, harmonische 20  
 -, mechanische 19ff  
 -, sinusförmige 20  
 -, stehende 34  
 -, zweidimensionale 24, 29f  
 Welle-Teilchen-Dualismus 45  
 Wellenfront 24, 27  
 Wellenlänge 20  
 Wellenmedium 19, 45  
 -, homogenes 50  
 Wellenoptik 50, 74ff  
 Wellenstrahl 45  
 Wiensches Verschiebungsgesetz 96

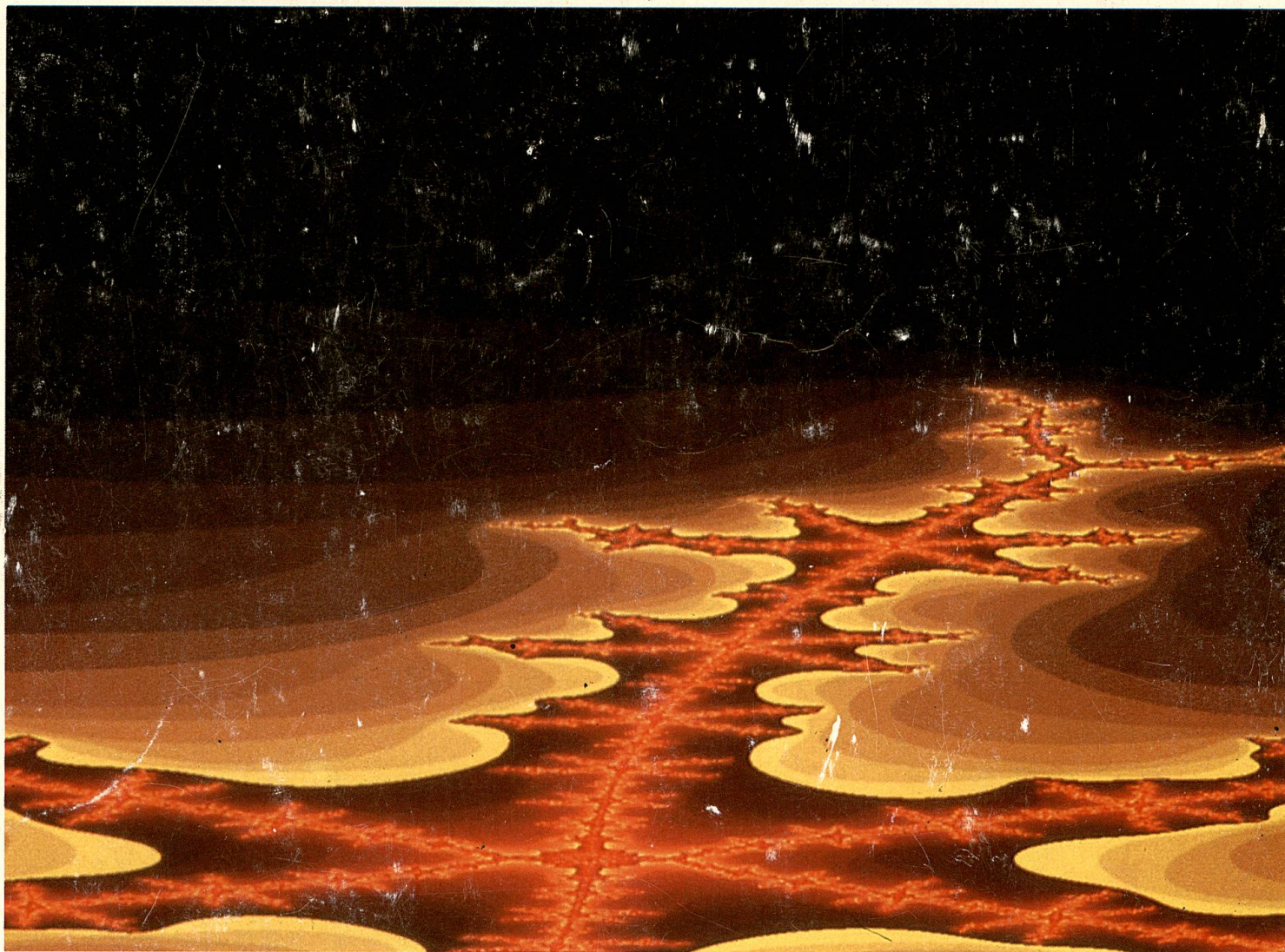
## Z

Zerstreuungslinse 58  
 -, dicke 60  
 -, dünne 58ff  
 Zerstreuungspunkt 58  
 Zungenfrequenzmesser 14  
 Zusammensetzung von Schwingungen 15ff  
 Zylinderspiegel 53









**Buch-Nr. 3247**

Kraker - Paill  
**Physik, Band 2 HTL**

© 1994 by Verlag E. DORNER GmbH  
Hoher Markt 1, 1010 Wien

**ISBN 3 - 7055 - 0061 - 9**